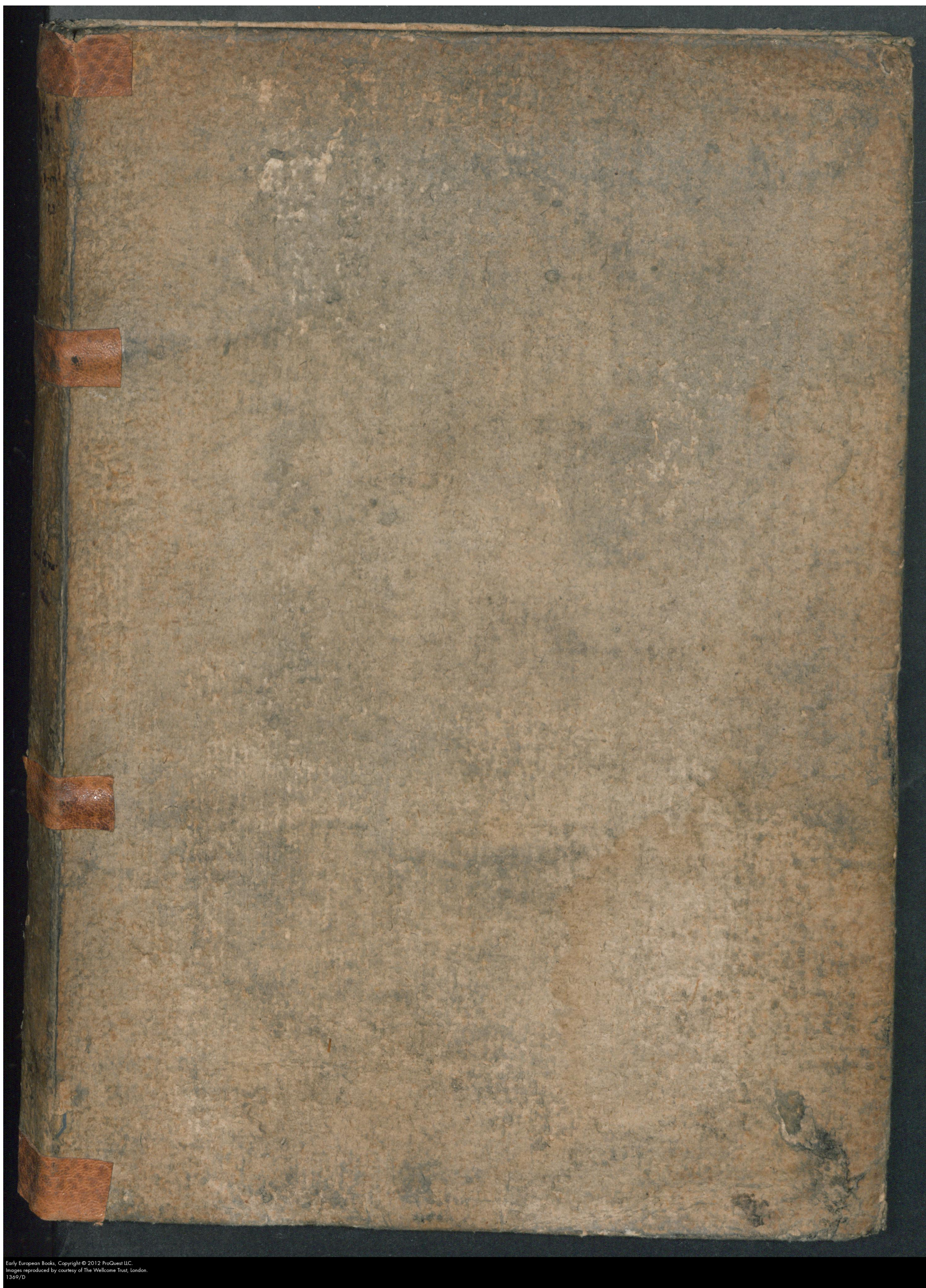
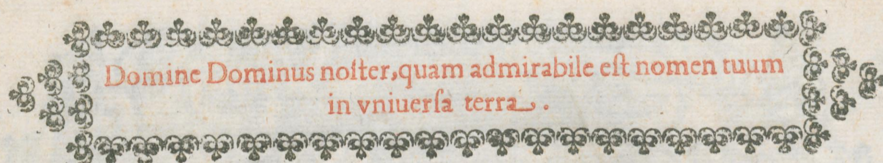












Domine Dominus noster, quam admirabile est nomen tuum in vniuersa terra.

ALGEBRA DISCORSIVA NVMERALE, ET LINEALE,

Doue discorrendo con il giudicio naturale si inuentano le Regole alle Equationi Algebratiche, & il modo da esequire le operationi loro in numeri, & in linee.

DI PIETRO ANTONIO CATALDI
Lettore delle scienze Mathematiche nello Studio di Bologna.

DEO AETERNO OMNIPOTENTI DICATA.

Adiuua me Domine Deus meus, saluum me fac propter misericordiam tuam.



IN BOLOGNA, Per Sebastiano Bonomi. M. DC. XVIII.

CON LICENZA DE' SVPERIORI.



ALLI LETTORI.





L desiderio, che hò di ridurre frà l'altre parti delle scienze Mathematiche, ancora la regola della Cosa communemente detta Algebra, à quei principij, & dottrina naturale, che à bene intenderla da tutti (ancorche non essercitati nelle dimostrationi Geometriche) le si conuiene; mi hà fatto ponere il pensiero à comporre questo trattato, non ostante le molte molestie, che mi tengono oppresso, quali potranno hauer causato, che egli, quale ricercaua molta tranquillità, e salda attentione, non sarà così intieramente ordinato come si doueria: nondimeno il diligente lettore essendo prima introdotto nelli Elementi delli numeri, ò quantità irrationali, & dignità Algebratiche, senza dubio ne ritrarrà quella intelligenza, & giouamento, che si desidera, facendosi atto a facilmente seguire a parti più interne della scienza: fauorẽdone Iddio datore di tutti i beni: al quale sia sempre ogni honore, & gloria.



TAVOLA
Delle cose particolari contenute in quest'Opera.

Nell'Aggiunta all'Algebra numerale.

Nell'Algebra lineale.

QVELLO CHE SIA ALGEBRA.



'ALGEBRA, è Scienza de' numeri quale insegna dal falso estrahore il vero, ò mediante l'incognito render noto quello che si domanda, onde il fine d'essa è la cognitione della quantità ignota. Et perche nelli quesiti la quantità ignota, che si cerca sapere, si suole ponere essere vna Cosa di qui, è che in nostra lingua l'Algebra si potria chiamare, ò dire essere Scienza, ò Dottrina della Cosa; Le Regole d'essa possono deriuarsi dalla cognitione delle proprietà delle quantità proportionali (*come si vede nel mio Trattato dell'Algebra proportionale*) ò dalle proprietà de' Triangoli rettangoli (*come si fa nel Trattato dell'Algebra Triangolare*) ò dalle dimostrationi Geometriche in particolare d'alcune Propositioni d'Euclide come si vede nel mio Comento, intorno alla quarta, & quinta del secõdo libro delli Elementi d'Euclide; Nondimeno io qui mediante le speculationi del discorso naturale, senza hauer bisogno d'altra cognitione, fò deriuarne, & inuentarne le Regole d'essa, che in quest'Opera si trattano, supponendo però, che lo Studente sia pratico nelli Elementi delle quantità rationali, & Algebratiche; che sono il loro Sõmare, Sottrare, Moltiplicare, & Partire, con la estrattione delle radici quadre delli Binomij, & Residui, & saper fare le Positioni a proposito ne' quesiti, ò domande, peruenendo alle Equationi, ò Capitoli, ò vogliamo dire Regole alle quali esse Operationi, ò Positioni condurãnno; che qui solo si attende alle Inuentioni de' Capitoli; Che ancora si trattarà di detti Elementi, &c. se N. S. DIO lo concederà ad altro tempo. Dirò solo, che i Caratteri Algebratici ò (*come si dice*) delle dignità Algebratiche significanti la Cosa (*ò lato del quadrato*) il Censo (*ò quadrato*) il Cubo; il Censo di Censo (*ò quadro quadrato*) il primo relato, &c. che qui si adoprano, & anco in tutte le mie Opere sono gl'istessi numeri tagliati, cioè 1̶ 2̶ 3̶ 4̶ 5̶ &c. che si sono mostrati, & adoprati nell'Algebra proportionale, per comodità, & facilità dell'operare, come in esso Trattato si è detto; Onde breuemente vengo al nostro intento della inuentione delle Regole nelle Equationi, ò Capitoli Algebratici.

Regole delle Equationi, ò Capitoli d'Algebra.

QVando Cose, ò Censi, ò Cubi, ò altra dignità è eguale a numero, all'hora si vede benissimo, che partendo il numero, per il numero della dignità, ne viene il valore d'vna vnità d'essa dignità, del qual valore, se la dignità sarà, ò Censo Censo, ò Cubo, ò Censo; pigliandone poi la radice, ò Censa Censa, cioè quadra quadra, ò Cuba, ò Quadra, ne verrà il valore d'vna Cosa, ch'è anch'ella radice, ò 4̶, ò 3̶, ò, 2̶, d'1 4̶, ò d'1 3̶, ò d'1 2̶. Però se 3 4̶, vagliono, ò vogliamo dire sono eguali a 48. ne segue, che 1 4̶ sia 16. che 1 2̶. sia 4. & che 1 1̶. sia 2. perilche diremo, che la Cosa, ò vna Cosa vagli 2. Et se ℞.8 2̶. sono eguali a 16 m̄.℞.32. all'hora partiremo 16.m̄.℞.32. (*quantità che si piglia per numero, essendo ella libera, cioè senza segno di dignità Algebratica*) per ℞.8. (*quantità de' Censi*) che ne viene ℞.32.m̄ ℞.4. cioè ℞.32.m̄ 2. questo auenimento sarà il valore d'1 2̶. però la 1̶ valerà la ℞. quadra d'essa quantità, cioè valerà ℞.L.℞.32.m̄ 2.⅂.

Et componendo li 2̶.& 1̶.& numero fra loro, di modo, che due d'essi, siano eguali all'altra; se ne formano tre Capitoli, poiche, o 2̶.& cosa sono eguali a numero, o 1̶. & num. sono eguali a 2̶. ouero 2̶.& numero sono eguali a 1̶. Et per venire in cognitione delle Regole d'essi Capitoli, potremo fare la seguente consideratione.

Dicendosi 1 2̶ p̄ 6 1̶ sono eguali a 40. Questo per essempio può significare, che di vna quantità (*che viene ad essere 1 1̶, ò vogliamo dire il valore d'vna Cosa*) al suo quadrato (*che sarà l'1 1̶*) gionto 6. volte essa quantità (*che sono le 6 1̶*) la somma fa 40. Et può anco significare, che ad vna quantità (*cioè ad 1 1̶*) gionto 6. (*ch'è il numero delle 1̶ che sono con l'1 2̶*) & la somma (*cioè 1 1̶ p̄ 6.*) moltiplicata con essa quantità, cioè con essa 1 1̶. fa 40. Cioè che il prodotto d'1 1̶ p̄ 6. via 1 1̶, che fa 1 2̶ p̄ 6 1̶, sia quãto è 40. Hora stando in q̃st'vltimo significato, cioè che a 6. gionta vna quantità, & la somma moltiplicata con essa quantità produchi 40. noi vediamo, che qui a voler trouare il valore della Gosa, conuien saper trouare quella quantità, che si hà da giongere a 6 (*perche poniamo essa quantità essere 1 1̶. & però gionta à 6 fa 1 1̶. p̄ 6, quale moltiplica-*

ta per essa 1 ꝝ, produce 1 ȥ p̄ 6 ꝝ; & questo deue essere il 40, à che esso prodotto si dice essere eguale) onde considerando che; Quando vna quantità data è diuisa in due parti eguali, & a quella è gionta vna quantità proposta; il prodotto che nasce a moltiplicare tutta la somma via la quantità proposta; gionto con il quadrato della mità della quantità data è sempre eguale al quadrato della quantità composta dalla mita della data, & dalla proposta; Cioè per essempio, se Dato 6, & diuisolo nelle sue due mita 3, & 7, se propona 4; Giõgẽdo esso 4. al total 6, che fara 10; Et anco giongendo esso 4, alla mita di 6, cioè a 3, che fara 7; all'hora al quadrato di questo 7. ch'è 49. sara eguale il prodotto, che nasce a moltiplicare tutto il 10, nel 4, giontoli, (*& è 40*) gionto con il quad. di 3. mita del 6, qual quad. è 9. & però con il 40. fa in somma 49. Et la causa è, che considerato il 7. diuiso in 4. proposto, & in 3. mita della quantita data, da'quali esso 7. si compone; il quad. di questo 7. viene ad essere eguale al quad. di 4, al quad. di 3, & al dutto di 4. in 3, & di 3, in 4; ò vogliamo dire; Et al dutto di 4. in 3, due volte. *Perche supposto il 7. diuiso in 4. & 3. tanto fa à moltiplicare 7. via 7. quanto 7. via 4. & anco 7. via 3; & giongere i prodotti 28. & 21. insieme; Ma douendo moltiplicare 7. via 4; potiamo anco supponere il 7. diuiso in 4, & 3; onde tanto farà 7. via 4, quanto queste parti del 7, cioè 4, & 3, via il 4, & giongere insieme i prodotti, che sono 16, & 12, & fanno 28. Et similmente douendo moltiplicare 7. via 3, potiamo pure supponere il 7, diuiso in 4, & 3, onde tanto farà 7. via 3, quanto queste parti del 7, cioè 4, & 3, & giongere insieme i prodotti, che sono 12, & 9, & fanno 21. Si che conosciamo anco generalissimamente parlando, che Quando vna quantità data è diuisa in due, ò più parti come si voglino, & che anco vna quantità proposta è diuisa in due, ò più parti come si vogli, all'hora il prodotto della data nella proposta è tanto, quanto è la somma, che nasce à moltiplicare ciascuna delle parti della proposta, in ciascuna delle parti della data, & giongere insieme tutti i partiali prodotti. Onde per essempio dato 24. & diuiso in 7.9.3.5.1. & proposto 13, diuiso in 4.3.6. tanto è il prodotto di 24. via 13, ch'è 312; quanto a moltiplicare ciascuua delle parti del 24, cioè 7.9.3.5.1. via eiaseuna delle parti del 13, cioè via 4.3.6; che li prodotti partiali sono 28.36.12.20.4. & 21.27.9.15.3. & 42.54.18.30.6; & giongere insieme tutti essi prodotti partiali, che pure in somma fanno 312.)* Ancora considerato il 10, somma del 6. dato (*diuiso in 3. & 3.*) & del 4. proposto; & esso 10, moltiplicato via il 4. proposto, che fa 40; vediamo q̃sto 40, esser cõposto dal dutto del 4. in tutte tre le parti del 10. cioè in 4, in 3, & in 3. il che è quanto a dire dal quad. del 4. ꝓposto, & dal dutto d'esso 4, in 3, mita del 6, due volte; Ma il quad. di 7, si compone dalle istesse tre moltiplicationi di 4. via 4, di 4, via 3, & di 4, via 3; Et anco di qiù della moltiplicatione di 3, via 3; Onde se al dutto di 4, via 10, giongeremo il dutto di 3, via 3, cioè il quad. di 3, mita del 6. dato, e necessario, che questa somma di 40, & 9. facci a punto il quad. del 7, composto dal 3, mita del 6, dato, & dal 4. proposto aggiuntoli, Questo inteso applichiamolo al nostro Cap. di 1 ȥ & 1 ꝝ eguali è numero, & per essempio, dicasi pure d'hauere 1 ȥ p̄ 6 ꝝ, eguali a 40; Et perche si può dire, che 1 ȥ p̄ 6 ꝝ, nasca dalla moltiplicatione d'1 ꝝ p̄ 6, via 1 ꝝ. (*Potendo egli deriuare dal dire. Trouisi vna quantità, che giontoli 6, & la somma moltiplicata via essa quantità facci 40; Che ponendo la quantità da trouarsi 1 ꝝ, giontoli 6, fa 1 ꝝ p̄ 6, che moltiplicato via la istessa 1 ꝝ, fa 1 ȥ, p̄ 6 ꝝ; & questo deue essere 40, cioè eguale à 40.*) poneremo che 6, numero delle ꝝ, sia la quantita data, quale è nota, & però le sue mita 3, & 3, sono uote; Et che 1 ꝝ, sia la quantita proposta, quale giunta alla data 6, fa 1 ꝝ p̄ 6, & questa somma moltiplicata via la quantita proposta, cioè via 1 ꝝ, produce 1 ȥ p̄ 6 ꝝ. (*il che tutto sappiamo essere 40, perche si dice 1 ȥ p̄ 6 ꝝ, essere eguale a 40.*) L'istesso prodotto della moltiplicatione d'1 ꝝ p̄ 6, via ꝝ sappiamo essere eguale a q̃sti 3. prodotti partiali (*inteso diuiso diuiso l'1 ꝝ p̄ 6. in tre parti, che sono 1 ꝝ, & 3, & 3.*) d'1 ꝝ via 1 ꝝ, & via 3, & via 3. Sappiamo ancora, che a questi tre, gionto il quad. del 3, mita del 6, cioè il dutto di 3, via 3, ch'è 9; la somma di tutti quattro, (*cioè d'1 ꝝ via 1 ꝝ, d'1 ꝝ, via 3, d'(ꝝ via 3, & di 3, via 3.*) ch'è quanto a dire, il dutto d'1 ꝝ, via 1 ꝝ, p̄ 6, & il quad. di 3, & però è quanto a dire 1 ȥ, p̄ 6 ꝝ, & 9. cioè 40, & 9. (deue essere eguale al quad. di quella quantita, che si compone dalla mita della data, cioè da 3, & dalla proposta, cioè da 1 ꝝ; qual composto è 1 ꝝ p̄ 3; Il quad. dunque d'1 ꝝ p̄ 3, (*che ben si vede essere 1 Cosa p̄ 6 Cose p̄ 9.*) sara eguale a 49; cioè a moltiplicare 1 Cosa p̄ 3, in se stesso deue fare 49, & però essa quantita 1 Cosa p̄ 3, è quanto la R̷. di 49; ma la R̷. di 49; si può trouare per numero, ò quantita ordinaria, libera da dignita Algebratica, & è 7, però, 1 Cosa p̄ 3; sara quanto a dire 7, cioè la quantita composta da 3, mita del 6. dato, & da 1 Cosa, quantita proposta, sara 7, onde leuato il 3, restara 4, ch'e quanto importa la quantita proposta; cioe è il valore della Cosa, ò vogliamo dire d'1 Cosa; Perche dunque vediamo, che al 40, numero a che si eguaglia 1 ȥ, & 6 Cose, si giunge 9, ch'e

proposto	dato
4	6
	3. & 3
proposto	mita il dato
4	3
somma 7.	
4	3
4	3

quad.

quad.di 3, mità di 6. numero delle Cose, & della somma 49, si piglia la ℞. ch'è 7, & di questo 7. si caua il 3, mità del 6, num. detto delle Cose, che così il restãte 4, è il valore d'vna Cosa. Conosciamo che di quì si può deriuare la Regola di questo Capitolo, ò Aguagliamẽto d'1 z, & Cosa, eguale a numero. Et si può dire. Quando vn Censo, & Cose, sono eguali a numero. Per trouare i valore d'vna Cosa; Al numero si giunga il quad. della mità del numero delle Cose, & dalla ℞. della somma si caui la mità del numero delle Cose, che il restante sarà il valore della Cosa. L'istesso conosceremo discorrendo come segue.

1 z p̃ 6 Cosa — Eguale a 40.
valore ignoto d'1 Cosa — mità del numero delle 6 Cose.
4 — 3

Somma loro 7, il quad. del quale è 49. Et si compone dalle quattro seguenti moltiplicationi, supposto che nel moltiplicare il 7. via 7, si diuida ciascuno d'essi 7, in 4, & 3.

7
4 — 3
7
4 — 3

4	3	3	3
4	4	4	3
16	12	12	6

Ma queste tre prime sono quanto 4. via la somma di 4, & 3, cioè via la somma di 4, & 6, ò vogliamo dire via 10, Et quest'vltima è il quad. di 3, mità di 6,

1 Cosa p̃ 3
1 Cosa p̃ 3

1 Cosa	p̃ 3	p̃ 3	p̃ 3
1 Cosa	1 Cosa	1 Cosa	p̃ 3
1 z	p̃ 3 Cose	p̃ 3 Cose	p̃ 9

Questi tre primi prodotti ch'è quanto a dire il dutto d'1 Cosa via 1 Cose p̃ 6, cioè 1 z p̃ 6 Cosa, sappiamo essere quanto 40, onde giontoli l'altro quarto partiale prodotto di 3, via 3, cioè 9, farà 49, & questo è il quad. d'1 Cosa p̃ 3. Ma detto 49. è anco quad. di 7. perche di 49. la ℞. è 7. onde tanto è 7, quanto 1 Cosa p̃ 3, però tanto è 4, quanto è 1 Cosa, cioè 1 Cosa conuiene che vaglia, ò sia 4.

Però il quad. di 7. è quãto la moltiplicatione di 4. via 10, giontoli il quad. di 3. Ma il quad. di 3, è sempre noto, perche il 3, sua ℞. è sempre la mità del nomero delle Cose; Et la moltiplicatione di 4, via 10, è sempre nota, perche questo è il 40. numero a che si dice essere eguale l'1 z p̃ 6 Cose (*che deriua à moltiplicare 1 Cosa p̃ 6 via 1 Cosa*) però sarà noto la somma loro, che fa 49, & questo concludiamo essere quanto il quad. del composto di 4, & 3; che viene ad essere il quad. del composto del valore d'1 Cosa, & di 3, mità del 6, numero delle Cose, perilche se il quad. d'vna quantità è 49, essa quantità sarà la ℞. di 49, cioè 7, però quello con che si compone, ò giunge 3, acciò facci 7, conuien che sia 4, restante di 7, cauatone il 3, Onde quando il 4, che hà da mostrare il valore della Cosa, sia ignoto, vediamo che egli si trouarà cauando 3, mità del 6, numero delle Cose, dalla ℞. di 49. qual 49, è la somma del quad. di detto 9. & del 40, che ci è sempre noto.

1 Cosa, & 6. Diuiso il 6, per mezo, & giunta vna mità, cioè 3, all'1 Cosa, haueremo 1 Cosa p̃ 3, che si moltiplica in se stesso.

1 Cosa p̃ 6 via 1 Cosa
produce 1 z p̃ 6 Cose

Ouero 1 Cosa p̃ 3 p̃ 3 via 1 Cosa
produce 1 z p̃ 3 Cose. p̃ 3 Cose
cioè 1 z p̃ 6 Cose

Et quando proponendosi 1 z p̃ 6 Cosa, eguale a 40; Nel trouare il valore della Cosa, si fusse detto; questo poter significare, che si troui vna quantità quale moltiplicata in se stessa, & anco per 6, la somma de' prodotti facci 40; Stando in questo significato, potressimo considerare, che il moltiplicare vna quantità in se stessa, & anco via vna quantità data, è quanto moltiplicare essa quantità in se stessa, & per la mità della quantità data due volte; Ma il moltiplicare vna quantità in se stessa, & via vn'altra due volte, & anco aggiũgere a questi prodotti la moltiplicatione dell'altra quantità in se stessa, ò vogliamo dire il quad. dell'altra quantità, la somma è sempre tanto, quanto è il quad. del composto della quantità principale, & dell'altra; Però a Moltiplicare vna quantità in se stessa, & anco via vna quantità data, & a questi prodotti giongere il quad. della mità della quantità data, la somma sarà il quad. della quantità composta dalla quantità principale, & dalla mità della data; perilche dalla ℞. quadra d'essa somma, cauato la mità della quantità data, il restante douerà essere la quantita principale detta. Cioè per essẽpio hauẽdo q̃sta quãtità principale 4. & essendo dato 6. A moltiplicare 4. in se stesso, & 4. via 6. è quãto a moltiplicare 4. via 4. & 4. via 3. & 4. via 3. ò vogliamo dire è quanto il quad. di 4. & il dutto di 4. in 3. due volte, ma a questo giunto il quad. del 3. la somma sarà quanto il quad. di 7. composto dal 4. principale, & da 3. mità del 6. dato (*poiche se il 7. s'intenda diuiso in 4. & 3. tanto fa a moltiplicare 7. via 7. quanto 4. via 4. 4. via 3. due volte, & 3. via 3.*) onde se dicessimo, è vna quantità, & chiamiamola principale, che moltiplicata in se stessa, & al prodotto, ò suo quad. giõto il dutto d'essa quantità, via 6. dato, fa 40. domanda essa quantità? noi mediante questa cognitione la potressimo trouare, considerando, che supposto diuiso il dato per mezo, cioè in 3. & 3. tanto deue

essere

eſſere la ſomma del quad. della quantità principale, & del dutto d'eſſa in 3.& 3. (*cioè nella mità del 6.dato due volte*) & del quad. del 3. detto, mità del 6.dato, quanto ſarà il quad. del compoſto della quantità principale con il 3. mità del 6.dato, ma il quad. della quantità principale, & il dutto d'eſſa in 3.& 3. (*ch'è quanto a dire il dutto d'eſſa in 6.dato*) ſi dice eſſere 40.& il quad. della mita del 6.dato ſappiamo eſſere 9.& però con il 40. fa 49. qual 49. è neceſſario, che ſia quanto il quad. del compoſto della quantita principale, & del 3. mita del 6.dato; però la ℞. d'eſſo 49. cioè 7. conuerra che ſia il compoſto detto, ma d'eſſo compoſto l'vna parte è il 3. mita del 6.dato, però la reſtante parte, cioè la quantita principale, douera eſſere il reſtante di 3. a 7. cioè douera eſſere 4. & coſi habbiamo trouato, che 4. è quella quantita domandata, quale moltiplicata in ſe ſteſſa, & al prodotto, ò ſuo quad. 16. giunto il dutto d'eſſo 4. via 6. dato (*che produce 24.*) fa 40. come ſi propone. Hora applicando queſto al noſtro Capitolo, ò agguagliamento d' 1 z p̃ 6 Coſe, eguale a 40. nel quale la Coſa, ò 1 Coſa, che ſi cerca ſapere per numero è quella quantita principale, che moltiplicata in ſe ſteſſa (*& produce l'1 z*) & al prodotto, ò ſuo quad. gionto il dutto d'eſſa 1 Coſa, via 6. (*che produce 6. Coſe, & con l'1 z fa 1 z p̃ 6 Coſa*) deue per ſomma fare 40. vediamo che a queſto 40. giongendo il quad. della mita di 6. (*cioè il quad. di 3. mità del numero delle Coſe*) ch'è 9.& fa 49. queſto 49. ſara il quad. del compoſto d'1 Coſa detta, & di 3. mita del 6. dato, cioè ſara il quad. d'1 Coſa p̃ 3. ch'è quanto a dire, che 1 Coſa p̃ 3. ſara quanto la ℞. di 49. ch'è 7. onde perche 1 Coſa p̃ 3. e quanto 7. conoſciamo ch'e cauare il 3. mita del 6.dato, da queſto 7.& reſta 4. queſto 4. neceſſariamente ſara il valore d'1 Coſa; Et che perciò da queſto diſcorſo ſe ne deduce la regola iſteſſa gia detta per queſto Capitolo, cioe. Quando vn Cenſo, & Coſe ſono eguali a numero. Per trouare il valore d'vna Coſa; Al quad. della mita del numero delle Coſe, ſi giunga il numero della equatione, & dalla ℞. della ſomma ſi caui la mita del numero delle Coſe, che il reſtante ſara il valore della Coſa.

Si potria anco auertire, che hauendo da principio conoſciuto, che quando vna quantita data poniamo 7. e diuiſa in due parti come ſi vogli, & ſiano 4.& 3. Il quadrato della prima parte, con il quadrato della ſeconda, & con il doppio del dutto della prima parte nella ſeconda gionti inſieme, compongono il quadrato della quantita totale data, cioe che 16. 9. 12.& 12. compongono, ò fanno 49. noi nella Equatione d'1 z p̃ 6 Coſe eguale a 40. potreſſimo ſupponere, che d'vna quantita ignota diuiſa in due parti, la prima parte fuſſe quella, il quadrato della quale e l'1 z. perilche ella ſaria 1 Coſa, & che il doppio del dutto dell'vna parte nell'altra fuſſe le 6 Coſe accompagnate all'1 z. perilche vn ſimplice loro dutto ſaria 3 Coſe, onde ſe l'vna parte e 1 Coſa, & che il loro dutto ſia 3 Coſa a partire queſto dutto 3. Coſa, per la prima di loro 1 Coſa, l'auenimento 3. ſara la ſeconda parte; Ma al quadrato della prima parte, & doppio del dutto della prima parte nella ſeconda, che hora e z p̃ 6. Coſe, & però e 40. (*al quale ſi dice l'1 z p̃ 6. Coſe eſſere eguale*) gionto il quadrato della ſeconda parte, qual quadrato e 9. (*eſſendoſi trouato la ſeconda parte douere eſſere 3.*) la ſomma, cioe hora 40.& 9 che fa 49. deue eſſere il quadrato della quantita totale (*1 Coſa p̃ 3.*) diuiſa nelle due parti dette 1 Coſa, & 3. però d'vna quantita eſſendo 49. il quadrato, ella ſara la raſice d'eſſo 49. cioe ſara 7. della quale quantita 7. ſapendo noi, che la ſeconda parte e 3. conuerra che la prima chiamata 1 Coſa, ſia il reſtante ſino a 7. cioe ſia 4. perilche habbiamo trouato la coſa valere 4. & coſi 1 z p̃ 6 coſa, ſara 16 p̃ 24. che ben fanno 40. come conuiene; Perche mò ſi vede, che quel 3. qui ch'e ſtato ſeconda parte, e ſempre la mita del 6. numero delle coſe accompagnate all'1 z. & che il quadrato d'eſſo 3. cioe hora 9. gióto al 40. numero dell'Equatione, forma il quadrato del numero, ò quantita A. la ℞. del quale e ſempte compoſta dal 3. detto, mita del numero delle coſe, & dal valore della coſa, che hora e 4 & perciò dalla ℞. d'eſſa ſomma, o quantita A. leuatone il 3. mita del numero delle coſe della Equatione, il reſtante e il valore della coſa, conoſciamo che anco di quì ſe ne deduce la regola iſteſſa gia data per queſto Capitolo, ò Equatione d'1 z. & e eguale a numero, cioe Al quadrato della mita del numero delle coſe, ſi giunga il numero della Equatione, & dalla ℞. della ſomma ſi caui la mita del numero delle coſe, che il reſtante ſara il valore della coſa.

Ancora potreſſimo conſiderare, che nelli agguagliamenti d'Algebra, la notitia del valore della coſa, ò d'1 coſa, ſi haueria ſempre, che ci riduceſſimo ad vno agguagliamento, o vogliamo dire ſi ſapeſſe formare, o deriuare vna Equatione, doue da vna parte ſia ſolo coſe, & dall'altra ſolo numero, o vogliamo dire quantita libera da nome, o denominatione di dignita Algebratica (*cioè doue non ſia nome, ò denominatione, ne di Coſa, ne di z, ne d'altra degnità.*) Onde il capitolo, o agguagliamento d'1 z, & coſe, eguali a numero, per cercar modo di arriuare ad agguagliamento doue ſolo coſe ſiano eguali a numero, vediamo che eſſendo da vna parte z, ci conuerrà ridurli a coſe, il che ſi fa partendoli per coſa, però ſe hauẽdo 1 z p̃ 6 coſe, eguale a 40. noi parteſſimo 1 z p̃ 6 coſe per 1 coſa, ne verria 1 coſa p̃ 6. Ma dall'altra parte douẽdo anco partire 40.

per

per 1 cosa ne verria 40. esimo di 1 cosa, che non fa a nostro proposito, non essendo quantità libera di cosa, o numero. Però consideraremo, che anco il ridurre li ʒ, a cose, si può fare, pigliandone la ℞. quadra. perche del Censo, la Cosa è sua ℞. onde vedremo di pigliare la ℞. d'1 ʒ p̄ 6 Cose, & per poterlo fare, consideraremo che sorte di quantità moltiplicata in se stessa produca ʒ, & ꝶ, & vedremo, che pigliando Cosa, & numero poniamo 2 Cose p̄ 3. & moltiplicandolo in se stesso produce 4 ʒ p̄ 6 Cose, p̄ 9; onde dal composto di ʒ & numero moltiplicato in se stesso, se ne produce ʒ, & ꝶ, & numero, del qual prodotto la quantità detta composta di ꝶ, & numero, moltiplicata in se stessa viene ad essere la ℞. quadra; & esso prodotto perciò è il quad. d'essa quantità, che diciamo essere sua ℞. & nel prodotto, o quad. detto, il numero de' ʒ è sempre il quad. del numero delle ꝶ, della ℞; & anco in esso prodotto, o quad. il numero delle ꝶ, è sempre il doppio di quello, che nasce a moltiplicare il numero delle ꝶ della ℞. nel numero accompagnatoli; Et finalmente in esso prodotto, ò quad. il numero è sempre il quad. del numero della ℞. onde se nel prodotto, o quad. haueremo 1 ʒ, perche la sua ℞. è ꝶ, converrà che nella ℞. sia 1 ꝶ; & se nel prodotto, o quad. haueremo 6 ꝶ, bisognarà che il 6. numero d'esse sia doppio a quello che nasce a moltiplicare 1. numero delle ꝶ, che deuono essere nella ℞. per il numero che li sarà accompagnato; & che però a moltiplicate quest'1. num, delle cose della ℞. con il numero accompagnato li facci la mità di detto 6. cioè facci 3. ma il numero con il quale moltiplicato 1. facci 3. è quello, che si troua, partendo 3. per 1. & ne viene 3. però 3. douerà essere il numero nella ℞. accompagnato ad 1 ꝶ, & così essa ℞. sarà 1 ꝶ p̄ 3. che moltiplicata in se stessa produce 1 ʒ p̄ 6 1 p̄ 9. Onde se hauessimo 1 ʒ p̄ 6 ꝶ, p̄ 9. eguale a qualche numero, poniamo a 64. all'hora perche delle quantità eguali, anco le sue radici sono eguali, ne seguiria, che la ℞. d'1 ʒ p̄ 6 ʒ p̄ 9. (*qual ℞. sappiamo essere 1 ꝶ p̄ 3.*) fusse eguale alla ℞. di 64. (*qual ℞. è 8.*) & così essendo 1 Cosa p̄ 3. eguale a 8. leuando 3. da ciascuna parte restaria 1 Cosa eguale a 5. (*ch'è quello agguagl. amento simplice, che à noi fa à proposito,*) & perciò la Cosa valeria 5. Ma quando hauessimo hauuto solo 1 ʒ p̄ 6 Cose, eguale a 55. conosciamo che se a ciascuna quantità aggiungeremo quel 9. che manca all'1 ʒ p̄ 6 Cose, ad essere quantità quadrata; all'hora haueressimo 1 ʒ p̄ 6 Cose, p̄ 9. eguale a 64. Et perche di ciascuna di queste due quantità si può pigliare la ℞. & esse ℞. deuono essere eguali fra loro (*come anco sono le quantità dette*) diressimo 1 Cosa p̄ 3. (*℞ dell'vna*) essere eguale a ℞. 64. cioè ad 8. (*℞. dell'altra*) onde cauato 3. da ciascuna di queste due quantità haueressimo 1 Cosa, eguale a 5. & però la Cosa valeria 5. quando 1 Censo, p̄ 6 Cose, fusse eguale a 55. Che ben si vede, che 1 Censo, faria 25. & 6 Cose, sariano 30. che in tutto fanno 55. Et se 1 Cēso p̄ 6 Cose, fusse posto eguale a 64. se a ciascuna di queste due quantita aggiungeremo 9. ch'è quel numero, che manca ad 1 Censo p̄ 6 Cose, ad essere quantità quadrata, (*& esso numero 9. è sempre il quad. del numero che nasce a partire la mità del numero delle Cose, per il numero ch'è ℞. del numero delli Censi; come habbiamo veduto di sopra; Onde quando il numero de Censi è 1. la ℞. d'esso 1. è sempre 1. con il quale partito la mità del numero delle Cose, ne viene sempre la istessa mità; & però si può dire, che quãdo il numero de' Censi è 1. il 9. nasca a moltiplicare la mità del numero delle cose in se stesso*) la prima quantità douentarà quadrata, & la sua ℞ sarà 1 Cosa p̄ 3; (che l'1 Cosa è sempre la ℞ dell'1 Censo; & il 3, si può dire essere sempre quel numero, che nasce à partire la mità delle Cose, per questa 1 Cosa; che, perche à partire ꝶ per ꝶ, ne vien numero, & à partire qual si vogli quantità per 1, ne vien sempre la istessa quantità, & in questi casi il partitore sarà sempre 1, quando il numero de ʒ sia 1. (*perche d'1. numero de Censi, la rad. è sempre 1. numero delle Cose della sua rad.*), vediamo, che il 3, detto è sempre la mità del numero delle Cose accõpagnate all'1 Censo); Et la seconda quantità douentarà 73, & la sua ℞ sarà ℞ 73, alla quale sarà eguale l'1 Cosa p̄ 3. Onde cauato communemente 3. (*qual 3. è sempre la mità del numero delle Cose, quando il numero de Censi, è 1.*) restarà 1 Cosa, eguale a ℞ 73, m̄ 3. Cioè la Cosa, valerà Rad. 73. m̄ 3; Et perche habbiamo veduto il 73, del quale si piglia la Radice, componersi sempre dal 64, numero solo da vna parte, giontoli il 9. che è Quadr. del 3, mità del numero delle ꝶ, che sono con l'1 ʒ, dall'altra parte, & da questa Radice, cauarsene sempre l'istesso 3, mità del numero delle ꝶ, che il restante poi è il valore della ꝶ, conosciamo, che questo basta a dar regola a questo Capitolo di ʒ, & ꝶ, eguali a numero, & che ella potrà essere la seguente.

1 ʒ p̄ 6 ꝶ. Eguale a 40.
1 ꝶ p̄ 3. Quadrangola fà
1 ʒ p̄ 6 ꝶ p̄ 9. però questo è eguale a 49.
però la ℞. di questo, cioè 1 ꝶ p̄ 3. sarà
eguale alla ℞. di 49. cioè a 7.
però 1 ꝶ, sarà eguale a 4; Cioè la Cosa vale 4.

Quando vn Censo, & Cose, sono eguali à numero, ò quantità, tale libera da nome di dignità Algebratica, per trouare il valore della cosa. Al numero, ò quantità libera detta, si giunga il quadrato della mità del numero delle Cose, & dalla ℞ della somma si caui la mità detta del nu-

mero delle Cose, che il restante sarà il valore della Cosa.

Ma quando, Non 1 Censo, & Cose; ma più, ò manco d'vn Censo, e Cose, fussero eguali à numero. Allhora per valersi di questa regola; conuerrà partire, ciascuna d'esse due quantità, per il numero de' Censi, accioche ne venisse 1 Censo, & Cosa, eguali a numero (*ilche si chiama ridurre a 1 Censo*) & poi ci seruirebbe la Regola; Et se non volessimo fare detta reduttione, ma lassare il numero de Censi, come egli si trouasse; all'hora conuerria vsare vna Regola generalissima, quale potria essere la seguente, come si caua dal discorso superiore.

Quando censi, & cose, sono eguali a numero. Partasi il numero delle cose, per la rad. del numero de' censi; & il quad. della mità dell'auenimento si giunga al numero della Equatione, & della rad. della somma si caui la mità dell'auenimento detto, & il restante si parta per la radice del numero de' censi, che l'auenimento sara il valore della Cosa; Ouero potremo dire, che risulta l'istesso.

Quando censi, & cose, sono eguali a numero; per trouare il valore d'vna cosa. Partasi la mità del numero delle cose, per la radice quadra del numero de' censi, & il quadrato dell'auenimento si giunga al numero della Equatione, & della radice quadra della somma si caui l'auenimento detto, & il restante si parta per la rad. del numero de' censi, che l'auenimento sarà il valore d'vna cosa.

Per essempio, hauendo 9. censi p̃ 12 cose, eguali a 60. Partiremo 12. numero delle cose per 3. radice di 9. numero de' censi, & ne viene 4. la mità del quale è 2. & il suo quad è 4. che si giunge a 60. numero della Equatione, & fa 64 & della sua rad. ch'è 8. si caua il 2. dell'auenimento detto, & resta 6. quale si parte per il 3. rad. del 9. numero de' censi, & ne viene 2. & questo 2. è il valore della cosa. Et considerando la operatione vediamo, che douendo noi trouare vna quantita, (*& sarà di Cose, & numero*) quale moltiplicata in se stessa produca li 9. censi p̃ 12 cose, & quel numero di più, che ne deriuara, conuiene che le cose siano tante, che moltiplicate in se stesse, producano li 9. censi, & perche numero via numero, produce numero, & cosa via cosa, produce censo; essendo la dignita cosa, la radice della dignita censo; conuerra che il numero delle cose, sia la rad di 9. ch'è 3. & però 3. cose è la quantita, che moltiplicata in se stessa, produrra li 9. censi; Et perche a moltiplicare queste 3. cose, con vna quantita, due volte deue fare le 12. cose, accompagnate alli 9. ʒ, conuiene p trouarla, partire esse 12. ꝛ p le 3. ꝛ; & ne viene 6. ch'è num. perche a partire la dignita cosa, per la dignita cose, ne viene numero, & a partire numero per numero, ne viene numero. Cioè vna dignita in vna simile a lei entra sempre vn numero simplice di volte, & perciò diciamo, che si parta il numero delle 12. cose, cioè 12. per il numero delle 3. cose, cioè per 3. che ne viene 4. & questo è il doppio del numero, che moltiplicato via le 3. cose, due volte, fara le 12. cose, & però esso numero simplice, fara la mita di 4. cioè 2. (*quale anco si troua subito, partendo non tutto il 12. numero delle cose, ma solo 6. mità d'esso numero delle cose per il 3. radice del numero de censi, che ne viene 2.*) & perche questo 2. moltiplicato con le 3. cose, che fa 6. cose, & doppiato fa 12. cose, cioè quelle a punto, che sono con li 9. censi; vediamo che vna quantita; quale moltiplicata in se stessa, produca li 9. censi, p̃ 12. cose, douera essere 3. cose, p̃ 2. ma questa non solo produce 9. censi, p̃ 12. cose, ma produce anco 4. di più, ch'è sempre il quad. del numero 2. mita del 4. quale è nato dal partire 12. numero delle cose, per 3. rad. di 9. numero de' censi, ò vogliamo dire, ch'è sempre il quad. del numero 2. quale è nato dal partire 6. mita del 12. numero delle cose; per 3. rad. del 9. numero de' censi; Onde alli 9. censi, p̃ 12. cose, conuien giongere il quad. di questo 2; cioè 4. accioche douenti 9. censi, p̃ 12. cose; p̃ 4. ch'è quãtità quadrata, & però cõuien giongere il medesmo 4. (*quad. 2. detto*) al 60. altra parte della Equatione, & fa in somma 64. & cosi 9. censi, più 12. cose, più 4. sara eguale a 64; onde perche la rad. d'vna quantita sara eguale alla rad. dell'altra, pigliando la rad. di 64. ch'è 8. ella sara eguale alle 3. cose, più 2. detto, che producono li 9. censi, più 12. cose, più 4. & perciò leuando il 2. da ciascuna parte, restaranno le ꝛ3. da se, eguali a 6. cioè leuando il 2. dall'8. resta 6. & questo è eguale alle 3. cose, onde partito questo 6. per 3. num. d'esse 3. cose, qual sappiamo essere la rad. del 9. nu-

9. censi, più 12. cose.	Eguale a 60.
3. cose p̃ 2	
6. censi p̃ 12. cose, p̃ 4.	Eguale a 64.
3. cose p̃ 2.	Eguale a 8.
3. cose.	Eguale a 6.
1 cosa.	Eguale a 2.

5. censi, più 12. cose. Eguale a 81.
rad. 5. cose, più rad. 7 $\frac{1}{5}$. Eguale a rad [illegible]
rad. 5. cose. Eguale [illegible]

rad. $\frac{3}{}\frac{6}{5}$ / 6.   rad. $\frac{4}{}\frac{4}{}\frac{1}{5}$ / 21.

d. 45. ne viene 3 $\frac{1}{2}$. cauato 1. resta 2 $\frac{1}{2}$.
cioè rad. $\frac{2}{}\frac{5}{4}$. che via rad. $\frac{3}{}\frac{6}{5}$. fa quãto
rad. $\frac{5}{1}$. via ra. $\frac{9}{1}$. cioè produce rad. 45.

mero

mero de' censi, della Equatione, ne viene 2. ch'è il valore della ɫ. Cioè se 3. cose, sono eguali a 6. ò vagliono 6. vna cosa sola, ch'è la terza parte di 3. cose, valerà 2 ch'è similmẽte la terza parte di 6. Et dicendosi 5 censi, p̃ 12. cose, sono eguali a 81. per trouare il valore della cosa, si dica. La rad. di 5. ȥ, è rad. 5. ɫ, & con questo partito 6. ɫ mità delle 12. ɫ, ne viene rad. $7\frac{1}{5}$. però ℞. 5 ɫ p̃ ℞. $7\frac{1}{5}$. moltiplicato in se stesso produrrà 5. ȥ p̃ 12. ɫ; & il quad. di ℞. $7\frac{1}{5}$. di più, cioe $7\frac{1}{5}$. di più, che gionto all'81. numero della equatione fa $88\frac{1}{5}$. però la sua ℞. cioè ℞. $88\frac{1}{5}$. sarà eguale a rad. 5. ɫ, p̃ ℞ $7\frac{1}{5}$. Onde cauato il ℞. $7\frac{1}{5}$. da ℞. $88\frac{1}{5}$. che resta rad. 45. questo sarà eguale a solo rad. 5. ɫ però se rad. 5. ɫ, vale rad. 45. solo 1 ɫ, valerà quello, che nasce a partire rad. 45. per rad. 5. & è rad. 9. che significa 3. però 3. vale la Cosa.

Dunque con la rad. del numero de' ȥ, (*cioè con la rad. di 5. ch'è rad. 5.*) si è partito la mità del numero delle ɫ, (*cioè si è partito 6. mità di 12. che ne viene rad. $7\frac{1}{5}$.*) & il quad. dell'auenimẽto (*cioè $7\frac{1}{5}$. quad. di rad. $7\frac{1}{5}$.*) si è giunto al numero della equatione (*cioè si è giunto ad 81. & fa $88\frac{1}{5}$.*) (& dalla rad. della somma (*cioè dalla rad. di detto $88\frac{1}{5}$. ch'è rad. $88.\frac{1}{5}$.*) si è cauato l'auenimento detto (*cioè la rad. $7\frac{1}{5}$.*) & il restante (*cioè rad. 45.*) si è parito per la rad. del num. de' ȥ, (*cioè si è partito per la rad. di 5. ch'è rad. di 5.*) & l'auenimẽto (*cioè rad. 9. ch'è 3.*) è stato il valore della Cosa.

Ancora se andaremo considerando il modo d'operare in questo Gapitolo di ȥ, & ɫ. eguale a numero per trouare il valore della Cosa, quando il numero di ȥ è 1. ci accorgeremo come a quella similitudine si possa operare, è trouare pure il valore della Cosa, nelli agguagliamenti doue il numero de' ȥ sia più, ò manco di 1. senza ridurli ad 1 ȥ; Che per essempio. Hauendo come di sopra 5 ȥ più 12 ɫ, eguali a 81. il che ridotto ad 1 ȥ, (*cioè partito ciascuna quantità per 5. nnmero delli ȥ*) ne deriua 1 ȥ p̃ $2\frac{2}{5}$ ɫ. eguale a $16\frac{1}{5}$. Noi pigliando hora la mità di $2\frac{2}{5}$. (*numero delle ɫ,*) ch'è $1\frac{1}{5}$. & moltiplicandola in se stessa fa $\frac{36}{25}$. cioè $1\frac{11}{15}$. & giongendoli il numero della equatione $16\frac{1}{5}$. fa $17\frac{16}{25}$. & di questo presa la rad. ella è $\frac{21}{5}$. cioè $4\frac{1}{5}$. dal qual cauato $1\frac{1}{5}$. (*mità del numero delle ɫ*) resta 3, ch'è il valore d'1. ɫ; Ma se non mouendo, ò mutando l'agguagliamento che si haueua, cioè 5. ȥ p̃ 12. ɫ, eguali a 81. Si fusse moltiplicato 6. mità del numero delle 12. ɫ, in se stesso faria 36, & questo 6. (*mità del 12. numero delle ɫ,*) moltiplicato in se stesso è 5. volte, quanto l'$1\frac{1}{5}$. che si moltiplicò all'hora in se stesso, perche esso $1\frac{5}{5}$. è mita del $2\frac{2}{5}$. nato dal partire 12. per 5. numero de' ȥ; Onde al quad. di quello, che fù $1\frac{11}{25}$. essendosi giunto $16\frac{1}{5}$. & della somma p̃sasi la rad. che fù $\frac{21}{5}$. se vorremo, che cosi come il 6. è 25. volte l'$1\frac{1}{5}$. & però il 36. è 25. volte quanto $1\frac{11}{25}$. quadrato di $1\frac{1}{5}$. cosi anco il numero, che si giongerà al 36 sia 25. volte quanto il $16\frac{1}{5}$. numero di quella equatione giunto all'$1\frac{11}{25}$. accioche la somma con il 36. sia 25. volte, quanto la somma con l'$1\frac{15}{25}$. & che perciò la rad. d essa somma co'l 36. sia 5. volte, (*ch'è la rad. del 25. detto*) quanto il $\frac{21}{5}$, ò $4\frac{1}{5}$. ch'è la rad. del $17\frac{16}{25}$. ò $\frac{441}{25}$. somma con l'$1\frac{11}{25}$. Conuerrà che al 36. si giunga vn numero, che sia 25. volte, quanto il $16\frac{1}{5}$. cioè 5. volte 5. ma l'81. numero della equatione doue sono li 5 ȥ, è 5. volte quanto il $16\frac{1}{5}$. dell'altra equatione doue è l'1 ȥ, (*deriuando il $16\frac{1}{5}$. dal partire l'81. per 5. numero delle ȥ.*) Onde se moltiplicaremo questo 81. ancora per 5. ch'è pure il numero de' ȥ della equatione, doue è l'81. & produce 405. questo 405. gionto al 36. farà vna somma, cioè 441. che sarà le 25. volte, quanto la somma $17\frac{16}{25}$. & però la rad. di questo 441. ch'è 21. sarà 5. volte dette (*cioè la rad. del 25.*) quanto e la rad. del $17\frac{10}{25}$. ò vogliamo dire $\frac{441}{25}$. qual rad. e $\frac{21}{5}$. cioe $4\frac{1}{5}$. & da questo $4\frac{1}{5}$. leuando $1\frac{1}{5}$. mità del $2\frac{2}{5}$. numero delle cose dell'vltima equatione, che resta 3. & anco dal 21. leuando 6. mità del 12. numero delle ɫ della prima equatione, & resta 15. perche cosi il 6. leuato dal 21. e 5. tanti dell'$1\frac{1}{5}$. leuato dal $4\frac{1}{5}$. come anco il 21. totale e 5. tanti del $4\frac{1}{5}$. totale, vediamo che il 15. che resta qui, douerà essere anch'egli similmente 5. volte tanto, quanto il 3. che resta lì; Onde se partiremo questo 15. per 5. numero de' ȥ della prima equatione (*dal qual 5. deriuano li 5. tanti detti,*) & ne viene 3. questo 3. sara a punto il 3. istesso, che nell'vltima equatione mostra il valore della Cosa, & cosi concluderemo, che la cosa vagli 3. adoprando pure la prima equatione nel modo veduto. Cioe Hauendo 5 ȥ, p̃ 12 cose, eguali

5. ȥ p̃ 12. ɫ. Eguali a 81.
6
6
36
5. via 81. fa 405
441
21
cauato 6
5 | resta 15
3. vale la ɫ

1. ȥ p̃ $2\frac{2}{5}$ ɫ. Eguali a $16\frac{1}{5}$.
$1\frac{1}{5}$. via $1\frac{1}{5}$. fa $\frac{36}{25}$.
cioe $1\frac{11}{25}$. sõmato con $16\frac{1}{5}$.
fa $16\frac{16}{25}$. cioe $\frac{441}{25}$. la sua rad. e $\frac{21}{5}$. cioe $4\frac{1}{5}$. cauatone $1\frac{1}{5}$. resta 3, ch'e valore della cosa.

eguali a 81. per trouare il valore della cosa, senza ridurre ad 1 z, cioe senza mouere il numero de z; Noi al quad.di 6.mità di 12.numero delle cose, cioè a 36.giongeremo il numero, che nasce a moltiplicare il numero della Equatione, ch'è 81.via il numero de z, ch'è 5. & produce 405.quale perciò con il 36.somma 441.& di questo pigliaremo la ℞.ch'è 21.& da essa leuaremo il 6.mità del num.delle ✝, & resta 15.& questo partiremo per 5.num.de z, che ne viene 3.qual 3.è il valore della Cosa. Et ben si vede, che il z, sarà 9.però 5 z, saranno 45.& 12, ✝, sono 36.che con 45.fa 81. come bisogna, cioè tanto è dire 5.z p̄ 12.✝.ch'è 45.p̄ 36. quanto è dire 81. Hora da questa operatione potiamo deriuare la regola seguente vniuersalissima, nell'agguagliamẽto di z, & ✝, eguale a numero senza seruirsi della reduttione ad 1 z.

Quãdo z, & ✝, sono eguali a numero. Moltiplichisi il numero per il numero delli z, & il prodotto si giunga al quad.della mità del numero delle ✝, & dalla ℞. della somma si caui la mità del numero delle ✝, & il restante si parta per il numero de censi, che l'auenimento sarà il il valore d'vna Cosa.

Per essempio hauendo $\frac{2}{7}$.censi p̄ 12.✝. Eguali a 98. Moltiplichisi il numero 98.per $\frac{2}{7}$.numero de censi, & fa 28. quale si giunga al quad. della mità del numero dello ✝, cioè al quad.di 6.ch'è 36.& fa 64. dalla ℞. del quale ch'è 8.si caui il 6.mità del numero delle ✝, & resta 2.qual 2.si part per il numero de z, cioè per $\frac{2}{7}$.& ne viene 7.qual 7. è il valore d'vna Cosa. Et ben si vede, che il valore di 12.✝ sarà 84.& il valore di $\frac{2}{7}$. censi sarà 14. (*perche valendo la z 7. il censo valera 49. & $\frac{2}{7}$. di censi; valeranno $\frac{2}{7}$.di 49.cioè 7.due volte, che fa 14.*) che in somma fanno 98.

$\frac{2}{7}$ censi, p̄ 12 ✝. Eguale a 98.
6
6
36
$\frac{2}{7}$ via 98.fa 28
somma 64.la ℞.della quale
è 6
cauato 6.mità di 12.numero delle ✝,
partitore $\frac{2}{7}$. 2.resta.
2 | 14
Ne viene. 7.ch'è il valore d'1. Cosa.

Ouero riducendo ad 1.censo, partendo ogni cosa per $\frac{2}{7}$. haueremo vn Censo, p̄ 42. Cose. Eguale a 343
21
21
441
343
784
2 8
2 1
7.vale la Cosa.

Si hà rad.7.p̄ 2.censi, p̄ 14.cose. Eguale a rad.175 m̄.10.
suo reciso. ℞.7.m̄.2.   7   num.de censi, rad.7.p̄ 2.
partitor simplice 3.   7   12.25
49   3 5
15   m̄. 2 0
somma 64   Prodotto. 1 5
la rad.è 8
cauato 7
resta. 1.da partire per ℞.7.p̄ 2.
℞.7. m̄.2.moltiplicante commune.
5 | prodotto. ℞.7.m̄.2.da partire p 3. partitor simplice.
Ne viene. ℞.$\frac{7}{9}$.m̄.$\frac{2}{3}$.& questo è il valore d'1, ✝.

Tãto produce rad.175.via p̄ 2. & è più; quanto produce rad. 7. via m̄. 10. & è m̄. 1. perche cosi 10.è quintuplo a 2.come rad.175. è quintuplo a rad.7. però questi dui quintupli sommati insieme fanno niente.

Proua.

La ✝ vale rad.$\frac{7}{9}$.m̄.$\frac{2}{3}$.
rad.$\frac{7}{9}$.m̄.$\frac{2}{3}$.
1.censo vale 1$\frac{2}{9}$.m̄.rad.1$\frac{3}{8}\frac{1}{1}$. | m̄. rad. $\frac{1}{8}\frac{1}{1}\frac{2}{1}$.
numero delli censi, 2.p̄ rad.7,
2$\frac{4}{9}$.m̄ 3$\frac{1}{9}$.   m̄.rad.$\frac{7}{8}\frac{8}{8}\frac{4}{1}$.
m̄.$\frac{2}{9}\frac{8}{9}$.
li censi vagliono rad.$\frac{7}{9}$.m̄.$\frac{2}{3}$.
le 14.✝ vagliono rad.$\frac{1}{9}\frac{3}{9}\frac{7}{9}\frac{2}{}$.m̄.9$\frac{1}{3}$.
——— ℞.196.volte.
somma rad.175.m̄.10   1 4.volte

2.via m̄.rad.$\frac{1}{8}\frac{1}{1}\frac{2}{1}$.fa m̄.rad.$\frac{4}{}\frac{4}{8}\frac{8}{1}$.
rad.7.via rad.$\frac{1}{8}\frac{2}{1}\frac{1}{1}$.fa rad.$\frac{8}{}\frac{4}{8}\frac{7}{1}$.
la minore entra rad.$\frac{1}{6}\frac{2}{}\frac{1}{4}$. cioè volte $\frac{1}{}\frac{1}{8}$.
nella maggiore cauato 1.resta $\frac{3}{8}$.via ℞.9 $\frac{9}{1}$.
via rad.$\frac{4}{}\frac{4}{8}\frac{8}{1}$.(*ch'è quãto rad.$\frac{1}{1}$.via ℞.$\frac{7}{9}$*.)
produce rad.$\frac{7}{1}$.

ch'è a pũto il num.della equatione.$\frac{1}{1}\frac{}{5}$.cioè ℞.225.via ℞.$\frac{7}{1}$. fa quãto R.45.via ℞.7. cioè ℞.175.

Ouero riducendo ad 1. ƶ.

rad. 7. p̃ 2 ƶ. p̃ 14. x. Eguale a rad. 175. m̃. 10. Lo riduciamo ad 1 ƶ, partendo ciascuna quantità per rad. 7. p̃ 2. num. de' ƶ, & haueremo.

1. ƶ p̃ (rad. $152\frac{4}{9}$. m̃. $9\frac{1}{3}$) x. Eguale a $18\frac{1}{3}$. m̃. rad. $311\frac{1}{9}$.

rad. $38\frac{1}{9}$. m̃. $4\frac{2}{3}$.

rad. $38\frac{1}{9}$. m̃. $4\frac{2}{3}$.

$38\frac{1}{9}$.

$21\frac{7}{9}$.

$59\frac{8}{9}$. m̃. rad. $3319\frac{73}{81}$.

$18\frac{1}{3}$. m̃. rad. $311\frac{1}{9}$.

Somma $78\frac{2}{9}$. m̃. R. $5663\frac{49}{81}$. da pigliarne la R.

m̃. $9\frac{1}{3}$. cioè m̃. rad. $\frac{784}{9}$. via rad. $\frac{343}{9}$.

2352

3136

2352

9 | 268912

9 | $29879\frac{1}{9}$.

m̃. rad. $3319\frac{73}{81}$.

$\frac{704}{9}$

$\frac{495616}{81}$. da cauarne $\frac{458752}{81}$. resta $\frac{36864}{81}$. che hà R. & è $\frac{192}{9}$. però la somma detta, cioè il residuo detto anch'egli hà rad.

di $78\frac{2}{9}$. la mità è $39\frac{1}{9}$. — $39\frac{1}{9}$. — di $\frac{192}{9}$. la mità è $10\frac{2}{3}$.

$10\frac{2}{3}$. — $10\frac{2}{3}$.

somma $49\frac{7}{9}$. — restante $18\frac{4}{9}$. — $\frac{259}{9}$. la sua R. è $\frac{16}{3}$. cioè $5\frac{1}{3}$.

le rad. di questa somma, & restante sono rad. $49\frac{7}{9}$. & $5\frac{1}{3}$. però la R. del soprascritto residuo sarà rad. $49\frac{7}{9}$. m̃. $5\frac{1}{3}$.

R. $\frac{343}{9}$. in R. $\frac{448}{9}$.

49 — 64

7 — 8

mità del numero della Equatione. rad. $36\frac{1}{9}$. m̃. $4\frac{2}{3}$. da cauarne

resta rad. $\frac{7}{9}$. m. $\frac{2}{3}$. ch'è il valore della Cosa.

entra volte $\frac{8}{7}$.

cauatone 1. resta $\frac{1}{7}$.

7

cioè rad. $\frac{1}{49}$. via rad. $\frac{343}{9}$. fa R. $\frac{7}{9}$.

1

R. 7. p̃ 3.

R. 7. m̃ 2.

3. partitore simplice. | R. 1372. m̃ 28.

R. $152\frac{4}{9}$. m̃ $9\frac{1}{3}$.

14

R. 7. m̃ 2

R. 175. m̃ 10.

R. 7 m̃. 2.

R. 1225

35

20

55. m̃. R. 2800.

$18\frac{1}{3}$. m̃. R. $311\frac{1}{9}$.

25200

m̃. R. $\frac{2800}{9}$. in m̃. R. $\frac{268912}{81}$. entra volte $\frac{49}{15}$. che giontoli 1. fa $\frac{64}{15}$. cioè R. $\frac{4096}{225}$. che

81

via m̃. R. $\frac{2800}{9}$. produce m̃. R. $5663\frac{49}{81}$.

3600 — 38416

60 — 196

35 — 49

R. $\frac{4096}{225}$. via m̃. R. $\frac{2800}{9}$.

112

9

8192

45056

9 | 458752

$50972\frac{4}{9}$.

produce m̃. R. $5663\frac{49}{81}$.

Seguendo hora al Capitolo di x, & num. eguali a ƶ. Poniamo che 6. x p̃ 40. sia eguale ad 1. ƶ. Et per andarne inuestigando la regola, discorrendo intorno a ciò, vedremo che il valore della x, conuiene che sia tanto, che preso 6. volte, & giontoli 40. la somma sia quanto a moltiplicare esso valore della x, in se stesso; Cioè che questa Equatione è quanto se dicessimo; Trouisi vn num; che moltiplicato per 6. & al prodotto gionto 40. facci tanto, quãto è il quadrato d'esso num. Et qsto numero conuiene, che sia maggiore del 6. numero delle x; perche se fusse solo 6. ò manco di 6. all'hora, le 6. x, sole saranno eguali ad 1 ƶ, ò maggiori d'1. ƶ; Che se la x, si pone valere 6. il ƶ vale 36. & anco le 6. x, vagliono 36. però 6. x, p̃ 40. saria maggiore d'1 ƶ; Et se la x, si pone valere mãco di 6. & sia 5. all'hora il ƶ vale 25. & le 6. x. vagliono 30. cioè più d'1. ƶ; onde nõ 6. x, p̃ 40. ma solo 5. x, sariano eguali ad 1. ƶ; ch'è contro al supposito; Conosciamo dunque, che in questo Capitolo conuiene che il valore della Cosa, sia sempre maggiore del numero delle x: Però ponendo il valore della x, essere 8. il ƶ, valeria 8. volte 8. cioè 64. & le 6. x, valeriano 6. volte 8. cioè 48. & però il

rò il z valeria ſolo 16.di più delle *6.*+;ma nel noſtro caſo conuerria che valeſſe 40.di più,perche *6.*+, & 40. di più ſono eguali ad 1.z; perilche conoſciamo che 8. è poco per valore della +; poiche il z,valeria tanto poco più delle *6.*+, che non arriuano al 40. numero accompagnato alle +, onde conuiene, che la +, vagli più 8. accioche il z, douenti maggiore per poter ſupplire al 40. detto; Et ſe poneremo, che la +, vagli *9.* cioè 3. più di 6. numero delle +, all'hora il z,valerà 9. volte *9.*& le *6.*+,valeranno *6.*volte *9.*però quello in che il valore del z, ſupera il valore delle *6.* +, verrà ad eſſere il prodotto di 3.via *9.*cioè del *9.*preſo per valore della + nel 3.in che eſſo *9.*ſupera il *6.*numero delle +;ma il prodotto di queſto 3.via *9.*è 27.il che non arriua à 40.(*numero accompagnato alle coſe*) come biſognaria,però anco *9.*è poco,per il valore della coſa,cioè non baſta che la coſa,vagli ſolo *3.*più di 6.numero delle +; poiche queſto 3. moltiplicato poi per *9.* che ſaria il valore della coſa,non fà 40. Conoſciamo dunque hora,che il valore della coſa,conuiene che ſia tanto maggiore, ò tanto più di 6.numero delle +, che quel più moltiplicato per eſſo valore della coſa,facci a punto 40.numero accompagnato alle *6.*+; Onde per trouare quel numero,ò quel più,in che il vero valore della coſa (*qual vero valore ſi compone da quel più,& dal 6. numero delle coſe*) deue ſuperare 6.potremo formare queſto queſito,& dire. Trouiſi vn numero,che giontoli 6. (*numero delle coſe,*) & il compoſto, ò ſomma moltiplicato per eſſo numero, produca 40.(*numero accompagnato alle 6.coſe.*) Et per trouarlo, poneremo che eſſo numero cercato ſia 1.coſa,che giontoli *6.*fa 1.+ p̃ 6. & queſto moltiplicato per l'iſteſſo numero 1.coſa, fa 1.z p̃ *6.*+;ma noi vogliamo che il prodotto ſia 40.però 1.z p̃ *6.*+,è eguale a 40; onde habbiamo la Equatione nel Capitolo già noto di z,& +,eguali a numero,però per ſapere quanto vale la coſa, ridurremo prima il tutto ad 1.z (*ma di già è ridutto eſſendo à punto 1. il numero de' cenſi*) poi pigliaremo la mità del numero delle +,accompagnato ad 1.z, qual mità è 3. & al ſuo quad. *9.*giongeremo il numero 40. & fa 49. del quale pigliaremo la ℞.quadra,ch'è 7. & di queſto 7.cauaremo 3.mità del numero delle +,& reſta 4. ch'è il valore della coſa, & però è il numero cercato,quale gionto a 6.& la ſomma 10.moltiplicata per eſſo numero 4. produce 40. numero della Equatione. Conoſciamo dunque,che nel noſtro principal Capitolo di 6.+,p̃ 40. eguale ad 1.z; conuiene che il valore della coſa ſia 4.più del 6.numero delle +,& che perciò ſia 10.& coſi ſapremo,che la coſa,vale 10.accioche le 6.+,che ſaranno *60.*gionte a 40.che fanno 100. ſiano a punto 1.z;cioè quanto il quad.di 10, ch'è anch'egli 100. Et da queſto diſcorſo per deriuarne la regola nel Capitolo, ò Agguagliamento di Coſe, & numero eguali ad 1. Cenſo; Conſideraremo,che primieramente habbiamo conoſciuto, che il valore della coſa, è ſempre più,ò maggiore del numero delle +,& che quel più è ſempre tanto,che giunto con eſſo numero delle +,& il compoſto,ò ſomma moltiplicato per quel più detto,ſe ne produce il numero della Equatione. Et anco ſappiamo,che la cognitione di quel più,deriua da vn'altra Equatione nel Capitolo di z, & +, eguale a numero,nel quale il z,è l'iſteſſo 1. z,che nel Capitolo primiero,& le + da accompagnarli ſono ſempre le iſteſſe,che nel medeſimo Capitolo primiero;& che il numero al quale eſſo 1.z, & + ſi egguagliano è ſempre l'iſteſſo numero, ch'è nel Capitolo primiero; cioè habbiamo in queſta ſeconda Equatione le quantità iſteſſe, ch'erano nella prima, ma qui il z, & le +,ſono accompagnate inſieme,& il numero è da ſe ſolo; Et conoſciamo, che di queſta ſeconda Equatione (*nella quale ſi traſmuta la prima*) il valore della coſa,è quel numero al quale giunto il numero delle coſe della prima Equatione, ne naſce il vero valore della coſa nella prima; cioè che in queſta ſeconda Equatione il valore della coſa è tanto manco di quello, ch'è il valore della coſa, nella prima, quanto importa il numero delle coſe, ò vogliamo dire; Conoſciamo che il valore della coſa in queſta ſecõda giunto al numero delle +, (*ch'è l'iſteſſo in ciaſcuna delle due Equationi*) fa in ſomma il vero valore della coſa nella prima. Et perche a trouare il valore della coſa nella ſeconda Equatione d'1 z, & + eguali a numero. Conuiene (*come moſtra la ſua regola data*) moltiplicare in ſe ſteſſo la mità del numero delle coſe, & al prodotto giongere il numero della Equatione,& della ſomma pigliare la ℞.quadra,& d'eſſa cauarne la mità del numero delle coſe, che il reſtante è il valore della coſa. Conoſciamo,che per trouare il vero valore della coſa,nella prima Equatione di 1 z,eguale a coſe,& numero. Conuerrà a punto fare l'iſteſſo,& poi di più al reſtante (*che iui diceuamo eſſere il valore della coſa*) giongere il numero delle coſe, che la ſomma poi ſarà il vero valore della coſa,nella Equatione,ò Capitolo di z, eguali a coſe,& numero. Et perciò ſi potrà dire.

Quando 1.z,ſia eguale a coſe,& numero (*che ſempre s'intende il tutto eſſere ridutto ad 1.cenſo*) per trouare il valore della coſa. Al quad. della mità del numero delle coſe, ſi giunga il numero,& del compoſto, ò ſomma ſi pigli la ℞.quadra, & d'eſſa ſi caui la mità del numero delle coſe,& al reſtante ſi giunga il numero delle coſe,che la ſomma ſarà il valore della Coſa.

Ma notiſi,che dalla ℞.quadra detta,douendoſi cauare la mità del numero delle coſe, & al reſtante

ſtante giongere il numero delle coſe; Perche il cauare la mità d'vn numero, ò quantità, & poi giongere al reſtante tutto il numero intiero, ò quantità, è quanto in vna ſola operatione, giongere ſolo la mità del numero, ò quantità. (*Che per eſſempio ſe da 10. cauiamo la mità di 4. cioè 2. che reſta 8. & a queſto giongiamo tutto il 4. che fa 12; queſto 12. medeſimo ſi haueria ſubito, ſe al 10. haueſſimo gionto ſolo la mità del 4. cioè 2. laſſando l'altra mità, che prima ſi cauaua dal 10. poiche a cauar 2. & poi giungere 2. al reſtante, il 10. non ſi viene ad alterare, ò diuerſificare.*) Noi nel dare la Regola nel Capitolo, ò Agguagliamento detto; breuiſſimamente potremo dire.

Quando 1. z, è eguale a coſe, & numero. Al quadrato della mità del numero delle Coſe. ſi giunga il numero, & alla R. della ſomma ſi giunga la mità del numero delle coſe, che il compoſto ſarà il valore della Coſa.

La Regola di queſto Capitolo di coſe, & numero eguali a 1. z, ſi potria anco deriuare dalla ſeguente conſideratione.

Hauendo poniamo 6 coſe p̃ 40. eguali a 1. z. Queſto ſignifica trouare vn numero, che preſo 6. volte, cioè moltiplicato per 6. & al prodotto giunto 40. facci quanto il quad. d'eſſo num. perilche conuiene, che quel num. ſia più di 6. & tanto più che quel più moltiplicato per eſſo num. facci il 40. Ma noi habbiamo veduto, che ſe ad vna quantità data ſi giunge vna propoſta, & la ſomma totale ſi moltiplica via la propoſta, & al prodotto ſi giunge il quad. della mità della data, che ne reſulta tanto, quanto è il quad. della quantità compoſta dalla propoſta, & dalla mità della data. (*Cioè habbiamo veduto ſino nel principio del diſcorſo dell'antecedente Capitolo di cenſi, & coſe, eguali a numero*) che dato poniamo 6. (*ch'è il numero delle coſe noto*) & propoſto 4. (*che ci è incognito, & ſi cerca di trouare*) da giongerli, che la ſomma loro, quale è 10, moltiplicata con eſſo 4. propoſto aggiunto, & fa 40. & a queſto giõto il quad. della mità del 6. dato, cioè il quad. di 3. ch'è 9. & fa 49. Queſto 49. eſſere ſempre tanto, quanto è il quad. della qnantità compoſta dalla

dato	propoſto,	ſomma loro
6	4	10

3. mità del 6. dato
4. propoſto

7. ſomma del propoſto 4. con la mità di 6. dato.

4. via 10. (4. via 7. fa 28.
4. via 3. fa 12.

& 3. via 3. — 3. via 3. fa 9.

49.

quanto

7. via 7. (4. via 7. fa 28.
3. via 7.

Ma 3. via 7. ò 7. via 3.
ſi diuide in 4. via 3. fa 12.
& 3. via 3. fa 9.

49.

propoſta 4. & dalla mità della data 6. quale mità è 3. & con il 4. fa 7. il quad. del qual 7. è bene 49. Che 4. via 10. & 3. via 3. dall'vna parte, coſi deue componere il 49. coſsi il 7. via 7. dall'altra parte. Perche conſiderato dall'vna parte diuiſo il 10. in 7. & 3. Tanto è 4. via 10. quanto 4. via 7. & 4. via 3. (*parti del 10.*) onde dall'vna parte ſupponeremo hora d'hauere 4. via 7. & 4. via 3. & 3. via 3. & dall'altra parte, conſiderato l'vn 7. diuiſo in 4. & 3. Tanto è 7. via 7. quanto 4. via 7. & 3. via 7. & ancora nel 3. via 7. ouero 7. via 3. (*per comodità, ch'è l'isteſſo*) conſiderato il 7. diuiſo in 4. & 3. Tanto è 7. via 3. quanto 4. via 3. & 3. via 3. Onde dall'altra parte ſupponeremo hora d'hauere 4. via 7. 4. via 3. & 3. via 3. Ma queſte isteſſe tre moltiplicationi a punto, habbiamo ancora dall'vna parte già detta; però tanto è quello, che reſulta da 4. via 10. & 3. via 3. nell'vna, quanto è quello, che reſulta da 7. uia 7. nell'altra; Che ciaſcun reſultante è la ſomma di queſti tre prodotti, 28. 12. 9. & fa 49. Onde perche a 6. numero delle coſe, che ſi piglia hora come quantità data, ſi giunge vna propoſta, ch'è hora quel più di 6. che ci conuien trouare, & la ſomma ſi moltiplica con eſſa quantità propoſta, & queſto deue fare, ò produrre 40 vediamo che ſe a queſto 40. giongiamo il quad. della mità del 6. cioè il quad. di 3. ch'è 9. & fa 49. a queſta ſomma douerà eſſere eguale il quad. della quantità compoſta dalla propoſta, che ſi cerca hauer nota, & dalla mità del 6. cioè di 3. però eſſo quad. ſarà anch'egli 49. onde la quantità da che egli deriua, ſarà 7. (*ch'è la rad. di 49.*) & queſta è compoſta dalla, che chiamiamo propoſta, & dal 3. mità del 6. perilche la ſola propoſta, che ſi cerca per numero, ſarà quello, che reſta a cauare 3. da 7. cioè ſarà 4. & queſto è quel più, in che la coſa vale più di 6. numero delle coſe. Onde queſto 4. giunto a 6. farà 10. per valore della coſa. Ouero perche del 49. detto, la R. ch'è 7. è compoſta dal 4. (*in che la coſa vale più di 6.*) & da 3. mità del 6. ſe ad eſſo 7. giongeremo l'altra mità di 6. cioè 3. ne reſultarà tutto il 10. ch'è valore della coſa, & però di qui pure, conoſciamo che. Quando coſa, & numero ſono eguali ad 1. z; per trouare il valore della coſa, ſi hà da giongere il numero al quad. della mità del numero delle coſe, & alla R. della ſomma giongere la mità del numero delle coſe, che la ſomma ſarà il valore della Coſa.

Ancora in queſto Capitolo, come nell'antecedente di z, & coſe eguali a numero, potreſſimo

conſi-

conſiderare, che la notitia del valore della coſa, ſi haueria ſempre, che ſapeſſimo formare, ò deriuare vna Equatione, ò Agguagliamento, doue da vna parte ſia ſolo coſe, & dall'altra ſolo numero, ò vogliamo dire, quantità libera da nome, ò denominatione di dignità Algebratica; Onde in queſto Capitolo di coſe, & numero eguali a ƺ, per cercar modo di venir ad Agguagliamento tale doue ſi habbiano ſolo coſe eguali a numero. Conſideraremo, che eſſendo da vna parte ƺ, ci conuerrà ridurli a coſe, ò partendo per coſe (*ilche non ſaria à propoſito, poiche douendo anco partirſi l'altra parte, cioè le coſe, & numero per l'isteſſo partitore 1. coſa, ne verria numero, & rotto di numero, eſimo di coſe, che non è quantità libera*) ò pigliando la rad. quadra d'eſſi ƺ, che ſarà coſe, & però ſi doueria anco pigliare la rad. delle coſe, & numero dall'altra parte, ma ciò non ſi può fare, non ſi trouando quantità Algebratica, che moltiplicata in ſe ſteſſa produca coſe, perche numero via numero, fa numero, & coſe via coſe, fa ƺ; però conuiene far altra conſideratione. Et perche nell'antecedente Capitolo habbiamo conoſciuto, che quando il numero è da ſe, & le coſe ſono con li ƺ, all'hora con il giungere vn numero determinato (*che ſi troua con l'arte iui moſtrata*) a ciaſcuna parte, ſi può poi delle ſomme da vna parte, & dall'altra pigliare la radice quadra, & finalmente venire ad Equatione di coſe, eguale a numero; noi potremo ſeruirci ancor qui di tal cognitione; & ſarà che hauendo poniamo 1. ƺ, eguale a 6. coſe, p̃ 27. potremo acciochè il numero 27. reſti ſolo, leuarle le 6. coſe, & anco leuare medeſimamente 6. coſe dall'altra parte (*per leuare quantità eguali, da quantità eguali, acciochè i rimanenti ſia eguali fra loro*) & poi haueremo 1. cenſo, m̃ 6. coſe, eguali a 27. Hora per trouare vna quantità, che moltiplicata in ſe ſteſſa, produca l'1. cenſo m̃ 6. coſe: Sappiamo che ella deue eſſere compoſta dalla rad. d'1. ƺ, ch'è 1. ɫ, & da vn numero, che moltiplicato via eſſa rad. d'1. ƺ; cioè via 1. coſa, produca la mità delle m̃ 6. ɫ, cioè produca m̃ 3. ɫ; & per trouarlo, partiremo m̃ 3. ɫ, che deue eſſere il prodotto per 1. ɫ, che deue eſſere moltiplicante, & ne viene m̃ 3. che ſarà la quantità, ò numero da moltiplicare; & però giongendola, ò accompagnandola all'1. ɫ (*rad. detta d'1. cenſo*) farà 1. ɫ m̃ 3. & queſta quantità moltiplicata in ſe ſteſſa douerà produrre l'1. ƺ m̃ 6. ɫ; & anco di più il quad. di quel m̃ 3. accompagnato alla rad. detta dell'1. ƺ, cioè ad 1. ɫ; ma il quad. di m̃ 3. è p̃ 9. cioè 9. però moltiplicato vna coſa manco 3. in ſe ſteſſa douerà produrre, ò produrrà 1. ƺ manco 6. ɫ, p̃ 9. perilche conoſciamo, che giongendo quel 9. ch'è quad. del 3. detto, al numero 27. (*coſi come il medeſmo 9. viene a giongere ad 1. cenſo, m̃ 6. coſe, formandone vn cenſo, m̃ 6. coſe, p̃ 9.*) & fa 36. all'hora haueremo 1. ƺ manco 6. ɫ, p̃ 9. eguale a 36. onde la rad. dell'vna, cioè d'1. ƺ manco 6. ɫ p̃ 9. qual rad. ſapoiamo eſſere 1. ɫ manco 3. douerà eſſere eguale alla rad. dell'altra, cioè alla rad. di 36. ch'è 6. & hora per leuare il manco 3. ch'è con l'1. ɫ; giongendo 3. a ciaſcuna parte, haueremo 1. ɫ, eguale a 9. & però la coſa valerà 9. Et ben ſi vede, che coſi 1. ƺ, ſarà eguale a 6. ɫ p̃ 27. perche 6. ɫ, ſaranno 54. che con 27 di più fa 81. il che è a punto quanto 1. ƺ, cioè quanto il quad. di 9. valore della ɫ, che anch'egli è 81. Et perche vediamo, che quando ƺ, ſono eguali è ɫ, & numero, all'hora laſſato il numero ſolo, leuando le ɫ da ciaſcuna parte, che coſi haueremo poi ƺ manco ɫ, eguali a numero, all'hora quella quantità, che moltiplicata in ſe ſteſſa, deue produrre li ƺ manco ɫ, ſarà compoſta dalla rad. delli ƺ (*& però quando vi è ſolo 1. cenſo, eſſa ſua rad. ſarà ſolo 1. coſa*) & da quel numero, che naſce a partire la mità delle manco ɫ, per eſſa rad. de' ƺ (*che quando la rad. de' cenſi è vna coſa, cioè quando vi è ſolo 1. cenſo, all'hora eſſo auenimento è ſempre la mita iſteſſa del numero delle m̃. coſe*) & queſto compoſto d'ɫ manco numero moltiplicato in ſe ſteſſo, non ſolo produce li ƺ manco ɫ, ma anco di più produce il numero, ch'è quad. del manco numero detto, ch'è con le ɫ (*ò 1. coſa*) d'eſſa quantità da adoperare come radice. Et perciò al numero ſolo, che habbiamo dall'altra parte, conuien giungere il detto quad. acciochè la rad. della ſomma ſia eguale alla quantità compoſta di ɫ, manco numero, che ſi piglia, ò vogliamo dire, ch'è rad. dell'altra parte. Onde poi habbiamo ɫ manco numero, eguali a numero, & però leuato il manco, cioè giunto il numero ſegnato co'l manco (*& eſſo è ſempre quell'auenimento detto, che naſce a partire la mita delle m̃ coſe, per la rad. de' cenſi, & però quando vi è ſolo 1. cenſo, & che perciò la ſua rad. è ſolo 1. coſa, all'hora eſſo auenimento è ſempre la mita del numero delle m̃ coſe*) al numero, ch'è dall'altra parte, all'hora la ſomma ſarà eguale alle ɫ, reſtante da ſe ſole, & però haueremo ɫ eguali a numero, onde partito eſſa ſomma, ch'è numero, per il numero delle coſe, ne verrà il valore della coſa. Conoſciamo, che la Regola vniuerſaliſſima di Cenſi, eguali a coſe, & numero, potrà eſſere la ſeguente.

1. cenſo.	Eguale a 6. coſe, p̃ 27.
1. cenſo, m̃ 6. coſe.	Eguale a 27.
1. coſa, m̃ 3.	
1. cenſo, m̃ 6. coſe, p̃ 9.	Eguale a 36.
1. coſa, m̃ 3.	Eguale a 6.
1. coſa.	Eguale a 9.

Quando Cenſi ſono eguali a Coſe, & numero; per trouare il valore d'vna Coſa. Partaſi la mità del numero delle Coſe, per la rad. del numero delli Cenſi, & al quadrato dell'auenimento ſi

giun-

giunga il numero della Equatione, & alla rad. della somma si giunga l'auenimento detto, che nasce a partire la mità del numero delle Cose, per la rad. del numero de' Censi, & la somma si parta per la ℞. del numero de' Censi, che l'auenimento sarà il valore d'1. Cosa.

Et anco riducendo prima la Equatioue ad 1. z, che così la ℞. del numero de' z, sarà 1. (*co'l quale 1. moltiplicato, ò partito qual si vogli quantità ne nasce, ò deriua sempre l'istessa quantita, cioè essa quantita per tale moltiplicatione, ò partitione della vnita non si muta*) potremo poi abbreuando dare la Regola nel modo seguente.

Quando vn Censo, è eguale a Cose, & numero; per trouare il valore della Cosa; Aggiungasi il quadrato della mità del numero delle Cose, al numero della Equatione, & alla ℞. della somma si giunga la mità del numero delle Cose, che la somma sarà il valore d'1. Cosa.

Per essempio hauendo 3. z, eguali a 10. 𝓇, p̃ 48. ò lassando la Equatione così, ò riducendola ad 1. z, trouaremo come si vede in margine il valore della Cosa essere 6.

Ancora se come si fece nel Capitolo antecedente di z, & cose, eguali a numero, andaremo considerando il simplice modo d'operare, quando si hà solo 1. z, eguali a cose, & numero (*senza hauer risguardo ad altra sua antecedente deriuatione*) vedremo che come nell'antecedente Capitolo si fece, potremo dare vn'altra Regola facile in questo Capitolo di z, eguale a cose, & numero, quando li z, sono più, ò manco d'1. ò vogliamo dire siano quanti si voglino vniuersalissimamente, senza nominare reduttione alcuna ad 1. z. Et potrà essere la seguente.

3. censi 10. cose, p̃ 48.
3. censi, manco 10. cose. via li censi. 48.
rad. 3. cose, manco rad. 8 $\frac{1}{3}$.
3. censi, manco 10. cose, p̃ 8 $\frac{1}{3}$. 56 $\frac{1}{3}$.
rad. 3. cose, manco rad. 8 $\frac{1}{3}$. rad. 56 $\frac{1}{3}$.
rad. $\frac{25}{3}$. rad. $\frac{169}{3}$.
ne viene $\frac{13}{5}$. giontoli 1. fa $\frac{18}{5}$.
cioè rad. $\frac{324}{25}$. che via rad. $\frac{25}{3}$. che
è quanto rad. $\frac{108}{1}$. via rad. $\frac{1}{1}$. fa rad. 108.
rad. 3. cose. Eguale a rad. 108.
1. cose. rad. 36. ch'è 6.

3. cose 10. cose, p̃ 48.
5
5
rad. 3. | rad. 25
ne viene rad. 8 $\frac{1}{3}$. Il suo quad. è 8 $\frac{1}{3}$.
che con 48. fa 56 $\frac{1}{3}$. la sua rad. è
rad. 56 $\frac{1}{3}$. da giongere con rad. 8 $\frac{1}{3}$.
rad. $\frac{169}{3}$. rad. $\frac{25}{3}$.
ne viene rad. $\frac{169}{25}$. cioè $\frac{13}{5}$. giontoli
1. fa $\frac{18}{5}$. cioè rad. $\frac{324}{25}$. che via rad. $\frac{25}{3}$.
fa rad. 108.
rad. 3. | in rad. 108.
ne viene rad. 36. cioè 6. qual 6.
è il valore d'1. Cosa.

Ouero riducendo la Equatione ad 1. Censo.
3. censi 10. cose, p̃ 48.
1. censo. 3 $\frac{1}{3}$. cose, p̃ 16.
$\frac{5}{3}$. 2 $\frac{7}{9}$.
18 $\frac{7}{9}$.
$\frac{169}{9}$
$\frac{13}{3}$
1 $\frac{1}{3}$. giontoli 1 $\frac{2}{3}$. mità del numero delle cose,
a 6. ch'è il valore della Cosa.

Ouero senza ridurre ad 1. censo;
ma operando alla similitudine della operatione, che si fa essendoui solo 1. censo.
3 censi, 10. cose, p̃ 48.
5
via 5
fa 25
144. prodotto di 48. numero della Equatione via 3. num. de' censi.
somma 169.
la sua rad. è 13.
5 mità del numero delle cose.
somma 18. partito per 3. num. de' censi,
ne viene 6. ch'è il valore d'1. cosa.

$\frac{3}{7}$. censi. Eguale a 4. cose, p̃ 28.
mità. 2
2
suo quad. 4
dutto di $\frac{3}{7}$. in 28. 12
somma. 16
la rad. è 4
mità del num. delle cose 2
$\frac{3}{7}$. | somma 6. da partire p il num. de' z.
ne viene 14. ch'è valore d'vna cosa.

Quando Censi sono eguali a Cose, & num. per trouare il valore d'1. cosa. Moltiplichisi il numero della Equatione, per il numero de' Censi, & il prodotto si sommi con il quad. della mità del numero delle Cose, & alla rad. quad. della somma si giunga la mità del num. delle Cose, & la somma si parta per il num. de' Censi, che l'auenimento sarà il valore d'1. Cosa.

Che per essempio hauendo $\frac{3}{7}$. eguale a 4.cose, p̄ 28.operando conforme alla regola, trouaremo la cosa valere 14.

Habbiasi (*rad. 7. p̄ 2.*) cose. Eguale a 14. cose, p̄ rad. 175. m̄ 10.

7
7
49
15
64
la rad.è 8
mità del numero delle cose. 7
somma. 15.da partire per il numero de' censi.

rad. 7.p̄ 2.
rad.1225.
3 5.
m̄ 2 0.
1 5. è il prodotto.

rad.7. p̄ 2.
rad. 7.m̄ 2.
partitore 3
simplice.

5.via rad.7. m̄ 2. moltiplicante commune fa radice 175.m̄ 10. & questo è il valore d'vna cosa.

Proua.
1.cosa vale rad. 175. m̄ 10.
numero delle cose 14.
2450
rad.34300.m̄ 140.vagliono le 14.cose.
rad. 175.m̄ 10. numero da giungerli.
somma rad. 39375.m̄ 150.
℞.7. | rad.175. ℞.34300.
rad. 25. ℞. 4900.
5. 70.
somma 75.cioè ℞.5625.
via rad. 7.
fa rad.39375.

1.cosa, vale rad. 175.m̄ 10.
rad. 175.m̄ 10.
1.censo vale 275.m̄ ℞.70000.
via li censi. 2.p̄ ℞ 7.
550.m̄ ℞ 490000
cioè m̄. 7 0 0
ch'è m̄ 150.

℞. 7. in ℞. 70000.entra radice 10000.cioè 100.volte, però 2. via ℞.70000.è quãto 200.via ℞.7.ma ℞ 7.si hà da moltiplicare via 275. onde cauatone questo 200. resta 75. cioè ℞. 5625. che moltiplicato via ℞.7. fa ℞.39375. & è p̄ quale con il m̄.150. fa ℞.39375.m̄ 150.ch'è il valore de'censi, quale è a punto eguale a ℞.39375.m̄ 150.valore delle 14.cose, p̄ rad. 175.m̄ 10.come conuiene.

Hora è bene, che lo studioso Lettore accortamente auertisca, che quando poco di sopra, nell'essempio d'1.ʓ, eguale a 6.ɫ, p̄ 27.si disse, che ridutt olo ad 1.ʓ, m̄ 6.ɫ, eguale a 27.si trouaua 1. quantità cõposta di ɫ, & num.che moltiplicata in se stessa, producesse l'1.ʓ, m̄ 6.ɫ, & che trouatala ella produrria anco di più il quad. del num.accõpagnato alle ɫ di detta quãtità da trouare, & che il num.delle ɫ, era sẽpre la rad.del num.de'ʓ (*cioè che la quãtità delle cose era sempre la rad. dela quãtità de' censi*) & il num.accõpagnatoli era q̃llo, che deriuaua a partire la mità delle m̄ ɫ, per la ℞.detta de'ʓ. Onde hauendo 1.ʓ m̄ 6.ɫ; la quantità da trouarsi saria 1. ɫ m̄ 3. il prodotto della quale in se stessa è 1.ʓ m̄ 6.ɫ, p̄ 9. Onde d'1.ʓ m̄ 6.ɫ, p̄ 9. questa 1. ɫ m̄ 3.sarà la ℞ & che così poi haueressimo 1.ʓ m̄ 6.ɫ, p̄ 9.eguale a 27.p̄ 9. cioè a 36.& però ancora pigliandone le rad. quadre, si haueria 1.ɫ m̄ 3.eguale a 6. Auertasi dico, che nell'hauere 1. ʓ, m̄ 6. p̄ 9. eguale a 36. & però dicendo, che la ℞.dell'vna quantità sarà eguale alla ℞. dell'altra, se bene non solo 1. ɫ, m̄ 3.ma anco 3, m̄ 1. ɫ, moltiplicati in se stessi producono 1.ʓ m̄ 6.ɫ p̄ 9.nõ potiamo in questo caso, ò per seruitio di questo Capitolo dire, che 3.m̄ 1. ɫ, sia la quantità, che ci hà da seruire per ℞. dell'1.ʓ m̄ 6.ɫ, p̄ 9. poiche habbiamo veduto, che conuien sempre, che le ɫ, siano la ℞.de'ʓ, & d'1.ʓ non può la ℞. essere m̄ 1.cosa, se bene in compositione, cioè accompagnato a qualche più maggiore di lui, all'hora m̄, via m̄, fa p̄; & che perciò si dicesse, che m̄ 1. ɫ, via m̄ 1.ɫ, producesse p̄ 1. ʓ, che questo saria rispetto alla compositione, che hauesse il manco con altro, ò altri p̄ di lui maggiori; ma considerato da se solo non si può dire, che manco 1.cosa, via manco 1 cosa, produca p̄ 1. censo; come faria p̄ 1. cosa, via più 1. cosa, cioè 1.cosa, via 1.cosa, che fa 1.ʓ; Et se ben si vede, che essendo 1.cosa manco, & 1.cosa, quantità di diuersa significatione, non possono hauere per quadrato vna istessa quantità; cioè 1.ʓ non può essere il vero quadrato così d'1. cosa, come di manco 1.cosa; Et che p̄ 1.cosa, & manco 1.cosa, siano quantità diuerse, & non eguali; & che perciò i quadrati loro siano diuersi, & non eguali (*se bene communemente si dice, che p̄ 1. cosa, via p̄ 1. cosa, fà più 1. censo, & che anco manco 1.cosa, via manco 1.cosa, fa più 1.censo, cioè che p̄ via p̄, & anco manco via manco, fa p̄*) facilmente si conosce, considerando che quando 1.cosa, fusse eguale a manco 1.cosa, all'hora giongendo a ciascuna vna quantità istessa, ouero quanti-

tà egua-

tà eguali fra loro, poniamo 10. ne seguiria, che 10. manco 1. cosa, somma da vna parte, fusse eguale a 10. p̃ 1. cosa somma dall'altra, & che perciò 100. manco 20. ɫ, p̃ 1. z, quadrato dell'vna, fusse eguale a 100. p̃ 20, ɫ, p̃ 1. z, quadrato dell'altra; il che è absordo, vedendosi pure, che questi quadrati sono differenti fra loro. & che il maggiore supera il minore in 40, cose. Ma di questo più, & manco, trattaremo a bastanza in altro luogo, che hora si auertisce il Lettore, che in queste Equationi del presente Capitolo, non pigli il 3. manco 1. cosa, cioè numero manco cosa, per radice, da seruirsi a dire ella essere eguale alla rad. del numero, che si hauerà dall'altra parte, perche non trouarebbe altramente il valore della Cosa; Che per essempio in questa Equatione d 1. z, eguale a 6. ɫ, p̃ 27, & però d'1. z manco 6. ɫ, p̃ 9. eguale a 36. se dicesse la rad. d 1. z manco 6. cose, più 9. essere 3. manco 1. cosa, & questo essere eguale a 6. (*radice di 36.*) all hora se per leuare il manco, dall'altra parte, aggiungessimo communemente 1. cosa, haueressimo poi 3. eguale a 6. più 1. cosa, & leuando 3. da ciascuna parte, haueressimo o. cioè niente eguale a 3. più 1. cosa, ò vogliamo dire ad 1. cosa più 3. Cioè niente, sarebbe tanto quanto 1. cosa più 3. il che è absordo; ò se pure non fusse absordo, noi di qui nò potiamo vedere, quanto vagli la cosa; Et quando, dicendo pure 3. manco 1. cosa, essere eguale a 6. leuassimo 3. da ciascuna parte, haueremo poi manco 1. cosa, eguale a 3 il che pure è absordo, & se bene non fusse absordo non ci può dar cognitione del valore della cosa, che hà da essere 9. però siasi accorto in simili occorrenze a non pigliare errore. Del che anco si è notato in margine il seguente essempio di 4. cose, eguali a 20. cose, più 56. doue la cosa vale 7.

1. censo,	6. cose, più 27.	
1. censo, manco 6. cose, più 9.	27 più 9. cioè a 36.	
3. manco 1. cosa	6,	
3.	6. più 1. cosa.	
o,	3. più 1. cosa,	
	Ouero,	
3. manco 1. cosa.	6.	
manco 1. cosa.	3,	

Ma per altra causa ancora potressimo facilmente mostrare, che nel nostro caso d'1. censo, eguale a 6. cose, più 27. & però d'1. censo, manco 6, cose, eguale a 27. & però d 1. censo manco 6. cose, più 9. eguale a 36. non può d 1. censo manco 6. cose, più 9. essere la rad. 3. manco 1. cosa; perche considerando, che nel dire 1. censo, eguale a 6. cose, più 27. si vede, che 1. censo, è maggior quantità di 6. cose, & che perciò da 1. censo, si possono leuare le 6. cose, & che il restãte è ancora 27 cioè eguale a 27. Et conoscendo, che a moltiplicare 1. cosa, via 1. cosa, produce 1. censo; & che perciò, che a partire 1. censo, più 1. cosa, ne viene 1. cosa; Essendo 6. cose, minor quantità d' 1. z, conuerrà anco, che a partire esse 6. ɫ, per l'istesso partitore 1. cosa, ne venga manco, che a partire 1. z, ma a partire ne viene 1. cosa, & a partire 6. cose, ne vien 6, però 6. sarà manco d'1. cosa; ma se 6. è manco d'1. cosa, tanto più 3. mità del 6. sarà manco d'1. cosa, & però douendo essere 1. cosa, maggior quantità, che nonè 3. conuien cauare il 3 da 1. cosa, & dire 1. cosa manco 3. Et non si può altramente in questo caso cauare l'1. cosa da 3. cioè vna quantità grande da vna minore di lei, dicendo 3. manco 1. cosa, perche il restante in questo caso saria manco di niente, & perciò non potria seruire per rad. d' 1. censo manco 6. cose, più 9 ch'è quantità reale di qualche valore. Questo istesso conosceremo, considerando, che nel discorso fatto in questo Capitolo di 1. censo, eguale a cosa, & numero nel principio, habbiamo veduto, che il valore della cosa, conuiene che sempre sia maggiore del numero delle cose, che sono in esso ma il 3. che come parte di che si compone la rad. detta, si accompagna ad 1. cosa, è sempre la mità del numero d'esse cose della Equatione, & però tanto più il valore della cosa, sarà maggiore di 3. cioè il 3. minore d'1 cosa, onde conuerrà, che l'1. cosa, sia la quantità maggiore della rad. da che si caua questo 3. come quantità minore di lei. Bene è vero, che in tutti i casi doue 1. cosa, douesse essere minore di 3. cioè doue la cosa douesse valere manco di 3. si diria la rad. d'1. censo, manco 6. cose, più 9. essere 3. manco 1. cosa, anzi non si potria dire altramente, & però saria errore il dire, che detta rad. fusse 1. cosa manco 3. perche questo dire 1. cosa manco 3. significaria, che 1. cosa fusse maggiore, ò valesse più di 3. ch'è contro il supposito. Et quando la Cosa valesse a punto 3. tanto saria 1. cosa manco 3. quanto 3. manco 1. cosa, poiche così questo, come quello saria 3. manco 3. cioè o. Et però essendo le radici o. conuerria, che anco la quantità di che elle fussero radici, cioè 1. censo, manco 6. cose, più 9. significasse anch'ella o. cioè niente.

4. censi.	20. cose, più 56.
4. censi, manco 20. cose.	56,
2. cose, manco 5.	
4. censi, manco 20, cose, più 25,	81,
2 cose, manco 5,	9.
2. cose.	14.
1. cosa.	7.
4. censi, manco 20. cose, più 25.	81:
5. manco 2. cose.	9,

ch'è impossibile, perche 5. manco 2. cose, è manco di 5. & però manco di 5. non può essere eguale a 9.

Et ben si vede 9.m̃ 18.p̃ 9.che saria l'1.ȥ m̃ 6.ꝶ,p̃ 9.essere,ò significare o.onde conosciamo, che a volere determinare se di 1.ȥ m̃ 6.ꝶ,p̃ 9.(*ò simili quantità Algebratiche doue le cose sono segnate co'l m̃*) la ℞.sia 1.ꝶ m̃ 3.ò 3.m̃ 1.ꝶ,ò possa essere l'vno, & l'altro a nostra voglia; connien sapere se la ꝶ vale più,ò manco di quel 3. Che se la ꝶ,valerà più del 3.conuerrà dire,che la ℞.di detta quantità sia 1.ꝶ m̃ 3.ne si può dire altramente. Ma se sapremo la ꝶ douer valere manco d'esso 3.conuerrà dire,che la ℞.di detta quantità sia 3.m̃ 1.ꝶ,ne si potrà dire altramente. Et quando la ꝶ, venisse a valere a punto quanto quel 3. all'hora la quantità proposta da pigliarne la ℞. saria,ò significaria niente,& però anco la sua ℞.saria niente,& si potria dire,che essa ℞. fusse 1.ꝶ m̃.3.ouero 3.m̃ 1.ꝶ,come ci piacesse.

Auertiremo ancora,che hauendo queste due quantità 1.ȥ m̃ 6.ꝶ,p̃ 9. Et 1.ȥ m̃ 6.ꝶ p̃ 9. quali quanto alla scrittura sono vna istessa,elle possono essere eguali fra loro,cioè significare, ò valere vna medesma quantità, & possono ancora essere ineguali, cioè significare diuerse quantità. Et ben vediamo,che se la ꝶ, nell'vna si pone valere 10. & nell'altra 4. all hora l'vna saria 100.m̃ 60. p̃ 9.cioè 49. Et l'altra saria 16.m̃ 24.p̃ 9.cioè 1. Et anco significaria il medesimo 1.se la ꝶ si ponesse valere 2.perche significaria 4.m̃ 12.p̃ 9.il che occorre,poiche così il 2.come il 4. sono egualmente lontani dal 3.ch'è quel valore della ꝶ,che fà significare o.cioè niente,la quantità detta, & si troua questo 3. dicendo 1.ȥ m̃ 6.ꝶ p̃ 9. è eguale a o. cioè 1.ȥ p̃ 9. è eguale a 6.ꝶ, si domanda il valore della cosa?

Ma di questo Capitolo di ȥ, & num.eguale a ꝶ, non si è ancor parlato; Ouero dicendo, Vogliamo che 1.ȥ m̃ 6.ꝶ p̃ 9.sia eguale a niente; però d'essa quantità quadrata,la sua ℞. cioè 1.ꝶ m̃ 3. sarà eguale alla ℞.di o.cioè anch'ella a o. Onde per leuare il m̃ 3.giongendo communemente 3.all'hora 1.ꝶ,sarà eguale a 3 & però la ꝶ valerà 3. Et se anco hauessimo preso per ℞.d'essa quãtità 3.m̃ 1.che saria anch'ella niente, ò eguale a niente,all'hora giongendo communemente 1.ȥ, per leuare il m̃, haueressimo pure 3.eguale a 1.ꝶ, & così la 1,valeria 3.qual 3. quando il numero de'ȥ della quantità quadrata,che habbiamo è 1 sarà sempre la ℞. del numero, ch'è in essa quantità;ouero,ch'è l'istesso,sarà la mità del numero delle ꝶ,che sono in essa quantità;perche sempre la mità del numero delle ꝶ, sarà la ℞. del numero detto di detta quantità, che di 1.ȥ,m̃ 6.ꝶ, p̃ 9. ben si vede,che nella sua ℞. 1.ꝶ m̃ 3.ouero 3.m̃ 1.ꝶ,il 3.è la ℞.del 9.deriuando il 9.da esso 3. moltiplicato in se stesso,& il medesmo 3.è la mità di 6.numero delle ꝶ, poiche esso 6. deriua dal doppiare il dutto d'1. (*rad.del numero de'censi*) via il 3. che pduce l'istesso 3. & però doppiato fa il 6.Et così nell'1.co.m̃ 3.come nel 3.m̃ 1.ꝶ habbiamo veduto, che quel 3. mostra il valore della ꝶ; quando nella nostra quantità 1.ȥ m̃ 6.ꝶ, p̃ 9. le 6.ꝶ, nõ eccedino, ne siano eccedute dall'1.ȥ p̃ 9. cioè che tanto importi l'1.ȥ p̃ 9. quanto le 6.ꝶ, che se n'hanno da cauare, & che perciò la total quantità venga ad essere o. ò vogliamo dire niente. Et sempre che pigliaremo dui num.ò quantità, egualmente distanti da questo 3. l'vno,& l'altro potrà essere il valore della ꝶ, nel formare la quantità detta, che vagli,ò significhi vn medesimo numero, & però 1.ȥ,m̃ 6.ꝶ,p̃ 9. tanto importarà 4.valendo la ꝶ 5.quanto valendo la ꝶ 1. Et tanto importarà $6\frac{1}{4}$.valẽdo la cosa $5\frac{1}{2}$.quanto valendo la ꝶ $\frac{1}{2}$. Et la causa è,che quando la ꝶ,vale $\frac{1}{2}$.all'hora $\frac{1}{2}$.co.è quanto 1.ȥ; perche il ȥ si hà a moltiplicare questo $\frac{1}{2}$.via $\frac{1}{2}$. Onde 1.ȥ p̃ 9. è quanto $\frac{1}{2}$.ꝶ p̃ 9. Et dalle 6.cose, leuatoli ȥ, cioè $\frac{1}{2}$.cose,resta $5.\frac{1}{2}$ co.che vagliono $\frac{1}{2}$.ciascuna di loro,onde il loro valore si hà;moltiplic. $5\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{2}$.che fa $2\frac{3}{4}$. & questo cauato dal 9 resta $6\frac{1}{4}$.per il valore dell'1.ȥ m̃ 6.co.p̃ 9. Cioè nelle m̃ 6.co.oltre l'equiparare l'1.ȥ con l'$\frac{1}{2}$.co.restano anco m̃ $5\frac{1}{2}$.co.cioè $5.\frac{1}{2}$.co.da cauare dal 9.p vedere di quanto esso 9.le supera,ch'è quel medesimo in che l'1.ȥ p̃ 9. supera le 6.co.& però è quello,ch'è significato della total quantità 1.ȥ m̃ 6.co.p̃ 9. Ma quando la co.vale $5\frac{1}{2}$.(*ch'è il restante dell'$\frac{1}{2}$ primo valore, cauato da 6. numero delle co.*) all hora l'1.ȥ, vale $5\frac{1}{2}$.co. perche il ȥ è $5\frac{1}{2}$.via $5\frac{1}{2}$. & la co.è 1.via $5\frac{1}{2}$. e però le $5\frac{1}{2}$.co.sono anch'ella $5\frac{1}{2}$.via $5\frac{1}{2}$. onde 1.ȥ p̃ 9 è quãto $5\frac{1}{2}$.co.p̃ 9.però vi resta solo $\frac{1}{2}$. co.da cauare da 9. ma questo $\frac{1}{2}$.co. si troua (*cioè il valore d'essa*) moltiplicando $\frac{1}{2}$. via $5\frac{1}{2}$. (*valore d'1.co.*) che fà $2\frac{3}{4}$. come anco era il valore delle $5\frac{1}{2}$.co. restanti nell'altra valuta della co.che era $\frac{1}{2}$. Et perche tanto si produce il $2\frac{3}{4}$.da $\frac{1}{2}$.via $5\frac{1}{2}$. nell'vn caso,quanto da $5\frac{1}{2}$.via $\frac{1}{2}$.nell'altro,cioè tanto importa,hauere $5\frac{1}{2}$.co.a $\frac{1}{2}$.per co.quãto hauere $\frac{1}{2}$.co.à $5\frac{1}{2}$ per cosa ne segue che tãto resta a cauare il $2\frac{3}{4}$.trouato con il valore della co.$\frac{1}{2}$. da 9.quãto resta a cauare il $2\frac{3}{4}$.trouato cõ il valore della co.$5\frac{1}{2}$.dal medesimo 9. ma quel restante mostra il valore della quantità 1.ȥ m̃ 6.co.p̃ 9.valendo la co.$\frac{1}{2}$. & questo restante mostra il valore della medesma quantità 1.ȥ m̃ 6.co.p̃ 9. valendo la co. $5\frac{1}{2}$. però tanto è il valore di detta quãtità quando la co.vale co.$\frac{1}{2}$.quanto quando la co.vale $5\frac{1}{2}$. che questi $5\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{2}$.essendo egualmente distanti dal 3.mità di 6.cioè l'vno tanto maggiore della mità di 6.quanto l'altro è minore della medesma mità, vengono in somma a fare tutto il 6. Et così sempre che dui numeri siano egualmente distanti dalla mità d'alcun numero,poniamo dalla mità di 6.la somma d'essi dui numeri

meri sarà il detto numero. Et conuersamente, quando divideremo alcun numero in due parti come si voglino, sempre elle distaranno egualmēte dalla mità d'esso numero l'vna cioè la maggiore in superare essa mità, & l'altra, cioè la minore in esser superata dalla medesma mità.

Et notisi, che quando anco la quantità d'1.ce.m̃ co p̃ numero, che hauessimo non fusse quadrata, come saria poniamo 1.ce. m̃ 6. co. p̃ 20. auerrà pure, che presa non la ℞. del numero, che non sarà più la mità del numero delle co. ma presa la mità del numero delle co. cioè hora 3. & tolti dui numeri egualmente distanti da esso 3. ò vogliamo dire, (*che resulta l'istesso*) diuiso il 6. numero delle co. in due parti come si vogli, & presa ciascuna d'esse per valuta delle co. tanto importarà la quantità detta 1.ce.m̃ 6.co.p̃ 20. valutando la co. con l'vna parte del 6. quāto con l'altra; che se lo diuideremo in $\frac{1}{2}$. & in 5$\frac{1}{2}$. ella valutando la co. $\frac{1}{2}$. sarà $\frac{1}{4}$ m̃ 3.p̃ 20. cioè 17$\frac{1}{4}$. Et valutando la co. 5$\frac{1}{2}$. ella sarà 30$\frac{1}{4}$. m̃ 33.p̃ 20. cioè il medesino 17$\frac{1}{4}$. Et questo auuiene per la istessa ragione detta, che essendo nell'vno, & nell'altro modo $\frac{1}{4}$ce. m̃ 6. co. quanto a dire m̃ 2$\frac{3}{4}$. cauando esso 2$\frac{3}{4}$. da 20. cosi per rispetto della valuta d'$\frac{1}{2}$. per co. quanto per rispetto della valuta di 5$\frac{1}{2}$. per co. cioè cauandone vn medesimo numero, è necessario, che resulti anco vn medesimo restante. Ma quel 3. cioè quella mità del 6. numero delle co. che sono nella quantità 1. ce. m̃ 6 co. p̃ 20. non sarà già valuta della co che facci essere niente essa quantità, ò vogliamo dire, che riduca l'1.ce. p̃ 20. ad essere eguale alle 6.co. che se ne deuono cauare; ma il modo di trouare essa valuta d'1.co. che facci tale effetto, quando si può (*che non si potria quando come hora il 20. numero è maggiore di 9. quadrato di 3. mità del numero delle co.*) si trattarà nel Capitolo suo proprio di ce. & numero eguali a co. Et se la quantità quadrata fusse stata poniamo 4.ce.m̃ 20. co. p̃ 25. a vedere quanto valera la cosa, accioche ella sia 0. cioè accioche tanto importi li 4.ce.p̃ 25. quanto le meno 20.co. ò vogliamo dire quanto le 20.co. che se ne cauano; haueressimo detto, che anco la sua ℞. cioè 2.co. meno 5. Ouero 5. meno 2.co. deua essere 0. & però hauendo 2.co. meno 5. eguale a 0. cioè 2.co. eguale a 5. la cosa valera 2$\frac{1}{2}$. (*Et bene naturalmente si vede, che douendo 2.co. meno 5. essere in somma 0. conuiene che tanto importino le 2.co. quanto il meno 5. cioè quanto il 5. che se n'hà da cauare, & che perciò la cosa, ch'è la mità di 2.co. importi la mità di 5. cioè 2$\frac{1}{2}$.*) Et hauendo detto 5 m̃ 2.co. essere eguale a 0. cioè pur 5. eguale a 2.co. pure la co. valeria 2$\frac{1}{2}$. & cosi li 4.ce.m̃ 20.co.p̃ 25. sarāno 5 m̃ 50. p̃ 25. cioè tāto importara li 4.ce p̃ 25. quāto le 20. co. Et a q̃sto 2$\frac{1}{2}$. (*valore della co. quādo la quātità totale significa 0.*) cauato. & giūto vn medesmo numero, ò quantita; il restante, & anco la somma, saranno dui numeri, ò quantita, che pigliati per valore della co. tanto significara la totale quantita con l'vna valuta della co. maggiore di 2$\frac{1}{2}$. quantita con l'altra, nell'istesso numero minore di 2$\frac{1}{2}$. & però se la co. si dica valere 3. ouero 2. (*che sono egualmente distanti da. 2$\frac{1}{2}$.*) la quātita detta significara 36.m̃ 60.p̃ 25. ouero 16.m̃ 40. p̃ 25. cioè 1. nell'vno, ò nell'altro modo; L'istesso anco si trouaria riducendo la quantita quadrata, che si hauesse ad 1.ce. che douentaria 1.ce. meno 5.co.p̃ 6$\frac{1}{4}$. & però la mita di 5. numero delle co. cioè 2$\frac{1}{2}$. ch'è anco ℞. quadra del 6$\frac{1}{4}$. numero, che si troua in essa quantita quadrata, saria quel valore della co. che faria essere eguale le co. al ce. & numero, cioè faria significare la quantita quadrata detta, a punto 0. Et anco l'istesso 2$\frac{1}{2}$. saria quello al quale li numeri egualmente distanti presi per valuta della co. fariano significare la quantita detta vn numero medesimo.

Et cosi conosciamo, che quando questa quantita 1.ce. meno 6.co.p̃ 9. deue essere 4. la sua ℞. douera essere 2 ma ponendola 1.co. meno 3. questo saria eguale a 2. & però conuerra, che co. vaglia 5. accioche 1.co. meno 3. cioè 5. meno 3. facci 2. & valendo la co. 5. all'hora 1.ce. meno 6.co. p̃ 9. saria 25. meno 30. p̃ 9. cioè 4. come bisogna; & però quando 1.ce. meno 6.co. più 9. deue essere 4. la co. valera 5. & il ce. valera 25. Ma se hauessimo posto la ℞. d'esso 1.ce. meno 6. più 9. essere 3. meno 1.co. perche questo è quanto 2. rad. di 4. quale vogliamo sia il valore di detto 1.ce. meno 6.co. più 9. all'hora, accioche 3. meno 1.co. sia 2. cōuerra, che la co vagli 1. & 3. meno 1.co. significara 3. meno 1. & cosi valendo la co. 1. all'hora 1.ce. meno 6.co. più 9. sara 1. meno 6.co. più 9. cioè pure 4. come bisogna di modo, che vediamo, che queste due quantita 1.ce. meno 6. co. più 9. & 1.ce. meno 6.co. più 9. possono essere eguali, significādo ciascuna d'esse 4. & nondimeno la co. hauere due diuerse valute, cioè valere 5. (*& all'hora si diria la sua rad. essere 1.co. meno 3.*) & anco valere 1. & all'hora si diria la sua ℞. essere 3. meno 1.co. Che queste due sue radici 1. cosa meno 3. & 3. meno 1.co. sono bene di necessita eguali fra loro, essendo ciascuna d'esse ℞. d'vna medesma quantita, ò di quantita eguali; volendo che ciascuna d'esse due quantita significhi 4. & di 4. la ℞. non può essere se non 2. & però 2. sara cosi 1.co. meno 3. come 3. meno 1.co. Ma nondimeno la valuta della cosa in l'vna, sara diuersa dalla valuta della co. nell'altra; perche nel dire 1. co. meno 3. conuiene che la co. vagli più di 3. accioche da 1.co. si possa cauare 3. Et nel dire 3. meno 1. conuiene, che la co. vagli manco di 3. accioche 1.co. si possa cauare da 3. Ma notisi, che se bene sappiamo, che 1.co. meno 3. deue essere sempre eguale a 3. meno 1.co. pigliandole sempre

come radici d'vna medesma quantità (*& dicendosi detta medesma quantità essere 4. ciascuna d'esse due pigliate per sua radice, douerà essere 2.*) dal dire, che 1.co. meno 3. è eguale a 3. meno 1.cosa, non potiamo già conoscere quanto vaglia ne la quantità 1.ce. meno 6.co. più 9. ne meno la 1.co. meno 3. ne la 3. meno 1.co. ne quello che vagli la co. in alcuna d'esse, perche con 1.co. meno 3. & 3. meno 1.co. venendo alla operatione, leuando il meno da ciascuna parte, giongendoli comunemente 1.co. più 3. haueressimo poi 2.co. eguali a 6. & però la co. valerebbe 3. Cioè quanto è quel numero, che in 1.co. meno 3. ò in 3. meno 1.co. è nominato, il che non ci serue a niente; non volendo egli perciò significare, che nella quantità 1.ce. meno 6.co. più 9. la co. vagli 3. perche essa quantità saria 0. così come 0. ancora saria 3. meno 1.co. & 1.co. meno 3. Vuol ben significare, che a volere che la co. in ciascuna delle tre quantità dette, sia d'vn'istesso valore (*come può essere*) conuiene che in ciascuna d'esse ella vagli 3. ma che all'hora auuerrà, che ciascuna d'esse tre quantità vagli 0. & che perciò non solo ciascuna delle due quantità 3.m̃ 1.†, & 1.† m̃ 3. siano eguali fra loro, ma che anco siano eguali all'1.ʒ m̃ 6.† p̃ 9. di che ciascuna d'esse è ℞. Onde il sapere, che 1.† m̃ 3. è quanto 3.m̃ 1.†, non ci serue a trouare il valore della †, ma a conoscere che la † nell'vna, cioè in 1.† m̃ 3. è necessario, che vagli più di 3. & che nell'altra 3.m̃ 1.†, è necessario, che vaglia manco di 3. & che consequentemente nella quantità 1.ʒ m̃ 6.† p̃ 9. la † possa hauere due valute, & che l'vna sarà più di 3 & l'altra sarà manco di 3. & che quando essa valuta della †, hà da essere più di 3. all'hora la sua ℞. 1.† m̃ 3. ci seruirà a trouarla, paragonandola alla rad. d'alcun numero, ò quantità a che 1.ʒ m̃ 6.† p̃ 9. si sapesse essere eguale; Ma quando essa valuta della †, hà da essere manco di 3. all'hora la sua ℞. 3.m̃ 1.†, ci seruirà a trouarla, paragonandola medesmamente alla ℞. d'alcun numero, ò quantità a che 1.ʒ m̃ 6.† p̃ 9. si sapesse essere eguale; Cioè conosciamo, che 1.† m̃ 3. & anco 3.m̃ 1.†, sono bene eguali fra loro, essendo radici d'vna istessa quantità, ò di quantità eguali (*& ciascuna d'esse valerà 2. quando la quantità di che elle sono radici significhi 4. & però l'vna significarà 5.m̃ 3. & l'altre 3.m̃ 1.*) ma che non possono già con vna istessa valuta della †, seruire ciascuna d'esse per radice a detta quantità, quale può hauere due quantità diuerse per valuta della † (*che significando 4. può in essa la co. valere 5. & anco valere 1.*) & che perciò l'vna, cioè 1.† m̃ 3. doue si vede la † douer valere più, che nell'altra 3.m̃ 1.†, & che deue valere più di 3. li seruirà quando la valuta della † passi 3. seruendoli poi l'altra 3.m̃ 1.†, doue si vede la cosa douer valere manco di 3. (*& perciò manco che non vale nell'1.co.m̃ 3.*) quando la valuta della †, non arriua a 3.

Et passando al Capitolo di Cose, eguali a Censo, & numero. Poniamo che 6.†, siano eguali ad 1.ʒ p̃ 40. Discorrendo intorno a questo, conosceremo che il valore della Cosa, conuiene che sia manco del numero delle †, che hora è 6. perche se lo ponessimo essere l'istesso 6. all'hora il ʒ saria 6. volte 6. cioè 36. & anco le 6.†, sariano 6. volte 6. cioè l'istesso 36. onde il valore delle 6.†, arriuaria solo al ʒ, & però non potria equipararsi, & all'1.ʒ, & al 40. di più, ch'è con l'1.ʒ. Et se ponessimo il valore della †, essere più di 6. (*numero d'esse*) poniamo 8. all'hora il ʒ saria 8. volte 8. cioè 64. & le 6.† sariano solo 6. volte 8. che fa manco di 8. volte 8. però il valore delle †, non solo non solo arriuaria alla quantità d'1.ʒ p̃ 40. ma ne manco arriuaria al valore d'1.ʒ solo, che saria 64. Concludiamo dunque, che il valore della † deue essere manco di 6. numero delle †. Hor poniamo che sia 4. all'hora il ʒ, saria 4. volte 4. ò vogliamo dire quanto importa 4.†, cioè 16. & le 6.† sariano 6. volte 4. (*che fa 24.*) cioè 2. volte 4. di più, che non saria l'1.ʒ (*cioè l'1.ce. importaria tante co. quanto è il 4. numero, che diciamo essere valore della co. & le 6.co. importariano tanto più dell'1.ce. quanto è il valore delle 2.co. che restariano dalle 6.co. cauatone le 4.co. per il 4. detto.*) Et questo 2. volte 4. cioè 8. quando fusse eguale a 40. numero accompagnato all'1.ʒ, all'hora si concluderia, che veramente la † valesse 4. ma questo 2. volte 4. cioè 8. non arriua al 40. però il valere della † non può essere 4. Di quì veniamo ad accorgerci, che il valore della †, deue essere vn numero tale, che leuato dal 6. numero delle †, & quello che resta moltiplicato per il numero istesso, che hà da essere il valore della †, facci, ò produca a punto il numero, ch'è accompagnato all'1.ʒ, poiche se diciamo la †, valeria 4. all'hora 4.†, vagliono quanto 1.ʒ, & però per leuare 1.ʒ dalle 6.†, conuiene leuarne 4.† (*che il 4. numero delle 4.co. che se ne leuano per l'1.ce. è mostrato dal 4. detto, che si finge essere valore della co.*) & dalle 6.†, leuandone 4.†, restano 2.ʒ, cioè dal 6. numero delle co. leuando il 4. numero, che si finge valere la co. resta 2. & il valore di queste 2.co. restanti, si troua moltiplicando esso 2. numero delle co. restanti (*cioè il 2. che resta a cauare 4. valore della co. da 6. numero delle co.*) via 4. valore della co. (*cioè via il 4. che cauassimo dal 6. numero delle co.*) & perche le 6.co. sono quanto l'1.ce. & il 40. numero accompagnatoli (*dicendosi che 6.co. sono eguali ad 1.ce. p̃ 40.*) conuiene che se le 4.co. leuate importano, ò equiparano l'1.ʒ, conuiene dico, che all'hora le 2. restanti co. importino il 40. ch'è con l'1.ʒ, cioè conuiene, che il 2. restante del 6. numero delle co. moltiplicato per il 4. detto, cauato dal 6. produ-

ca il numero, & perche queſto 4. finto valore della co. & il 2. che reſta, cauandolo dal 6. numero, delle co. compongono il 6. numero delle co. & però vengono ad eſſere parti del 6. numero delle co. & eſſi 4. & 2. moltiplicati inſieme deuono formare prodotto eguale al 40. numero accompagnato all'1.z, veniamo ad accorgerci, che l'inuētione del valore della co. ſi viene a ridurre a queſito che dica. Diuidaſi 6. (*numero delle co.*) in due parti tali, che l'vna moltiplicata nell'altra produca 40. (*numero accompagnato all'1.ce.*) Onde hora conſideraremo, che queſte due parti del 6. ſono eguali fra loro (*cioè che a ciaſcune sia 3. mità del 6.*) ouero ineguali; ſe fuſſero egdali il loro prodotto 9. doueria eſſere ēguale al 40. numero detto, accompagnato all'1.z (*& all'hora il valore della co. ſaria a punto 3. mità del 6. numero delle co.*) ma queſto 9. prodotto di 3. via 3. non è eguale al 40. però le due parti del 6. hora non poſſono eſſere eguali fra loro. Poneremo dunque, che ſiano ineguali, cioè vna più di 3. mità del 9. & l'altra manco di 3. mità del 6. che coſi l'vna ſarà tanto minore di 3, quanto ſi ponerà eſſere l'altra maggiore del 3.; & per trouare queſte parti, ci andaremo ingegnando di trouarui regola, ſupponendo di non ſaperne alcuna, ne hauerà altra cognitione di Mathematica, che la naturale (*poiche coſi conuiene procedere a chi vuole dal fonte naturale deriuare la Scienza, ò Dottrina, & non pigliarla impreſto dall'altri, ò da gl'Autori, ò Scrittori, che si poſſono perdere, ò non s'intendono ſe non da chi è pratico nelle dimoſtrationi Mathematiche*) però ſeruendoſi ſolo della iſteſſa cognitione, che ſin hora habbiamo nell'Algebra, poneremo, che quel più in che la parte maggiore ſupera il 3. mità di 6. ouero che quel manco in che la parte minore è manco di 3. mità del 6. ſia 1. co. onde la parte maggiore ſaria 3. p̃ 1. co. & la minore 3. m̃ 1. co. Queſte due parti ineguali moltiplicaremo inſieme, & producono 9. m̃ 1. z, & queſto deue eſſere il 40. ò vogliamo dire eguale a 40. volendo noi, che le due parti del 6. moltiplicate inſieme faccino 40. però haueremo 9. m̃ 1. z, eguale a 40. & leuando il m̃ cioè giongendo 1. z, a ciaſcuna parte haueremo 9. eguale a 1. z p̃ 40, & leuando 9. communemente da ciaſcuna parte, haueremo 1. z p̃ 31. eguale a o. cioè a niente; pilche vediamo, che q̃ſta aggua gliatione è impoſſibile, come anco conoſciamo, che non è poſſibile, che ſolo 9. ſia eguale ad 1. z p̃ 40. poiche il 40. (*parte della quãtità 1. ce. più 40.*) da ſe è maggiore del 9. ch'è l'altra quãtità, ne può eſſere vn 9. numero piccolo eguale ad 1. numero maggior di lui, non che ad vn numero maggiore di lui, & ad 1. z di più, che pure può eſſere qualche coſa, ma il 9. è il prodotto, che naſce a moltiplicare le due parti eguali del 6. numero delle co. fra loro, ò vogliamo dire è il quad. della mità del numero delle co. & il 40. è il numero che nella noſtra principale equatione è accompagnato all'1. z, però conoſciamo, che quando il quad. della mità del numero delle co. è ſuperato dal numero accompagnato all'1. z, all'hora il queſito è irreſolubile, ò impoſſibile; cioè non ſi può diuidere il 6. in due parti tali, che il prodotto loro ſia 40. & conſequentemente non ſi può dire, ò non può eſſere, che 6. co. ſiano eguali ad 1. z p̃ 40; Et quando il numero hora accompagnato all'1. z, fuſſe ſolo 9. cioè che ſi diceſſe 6. co. eguali ad 1. z p̃ 9. all'hora ci biſognaria diuidere 6. numero delle co. in due parti tali, che il loro prodotto fuſſe 9. & perche la mità di 6. ch'è 3. moltiplicata in ſe ſteſſa, ò via altra mità 3. fa a punto queſto 9. conoſciamo, che le parti del 6. ſono 3. & 3. & però potremo dire, che il valore della co. è 3. perche coſi delle 6. co. le 3. co. ſaranno eguali ad 1. z, & importaranno 9. & l'altre 3. co. ſaranno eguali al numero 9. accompagnato all'1. z, & importaranno anch elle 9. & però tanto ſarà il valore dell'1. z, quanto è il 9. accompagnatoli, cioè coſi l'1. z, come il 9. valeranno quanto 3. co. mità delle 6. co. Perilche conoſciamo, che quando a moltiplicare la mità del numero delle co. (*che hora le co. ſono 6. & la mità d'eſſo num. è 3.*) in ſe ſteſſa, ò vogliamo dire via l'altra mità (*ch'è quanto a dire il quad. della mità del numero delle co.*) produce a punto il numero della equatione, ch'è accompagnato all'1. z, all'hora il valore della co. è ſempre la mità del numero d'eſſe co. (*che perciò hora ſarà 3. mità del 6.*) Ma conſideriamo ancora mediante quello, che ſono ad hora ſappiamo, ſe il 6. (*numero delle coſe*) ſi poſſa diuidere in due parti ineguali, il prodotto delle quali fuſſe l'iſteſſo 9. quadrato della mità del medeſmo 6? Quãdo il 6. ſi ſupponeſſe diuiſo in due parti ineguali, poniamo che la differenza di ciaſcuna d'eſſe al 3. mità del 6. fuſſe 1. co. (*il valore della quale 1. co. andaremo poi trouando co'l modo di ſopra moſtrato*) che perciò la maggior parte ſaria 3. p̃ 1. co. & la minore 3. m̃ 1. co. il prodotto loro ſaria 9. m̃ 1. z, & queſto deue eſſere eguale a 9. Onde per venire alla equatione leuaremo il m̃ 1. z, cioè giongeremo 1. z a ciaſcuna parte, & haueremo 9. eguale ad 1. z p̃ 9. & hora leuando il numero 9. da ciaſcuna parte haueremo o. eguale ad 1. z, & però l'1. z valerebbe o. & coſi la co. R. del z, valerebbe la R. di o. cioè o. ò vogliamo dire niente, & però la maggior parte del 6. che ſi poſe 3. p̃ 1. co. ſarà 3. p̃ o. cioè 3. & la minore che ſi poſe 3. m̃ 1. co. ſarà 3. m̃ o. cioè 3. perilche vediamo, che ciaſcuna delle due parti del 6. e differente in niente dalla mità del 6. & che perciò in ciaſcuna d'eſſe e la mità preciſe del 6. onde ancora cõ queſta operatione conoſciamo, che a voler diuidere 6. in due parti tali, che il prodotto ſia 9. quadrato della mità del

6. con-

6.côuerrà che ciascuna parte sia 3. mità del 6.cioè che il 6. nõ viene a diuidersi in parti ineguali, quando il prodotto d'esse parti deua essere eguale al quad. della mità del 6. detto, ma si bene si viene a diuidere in due parti eguali. Ma per conoscere intieramente, che effetto fà vna quantità diuisa in due parti eguali, & in due ineguali, circa alli prodotti d'esse parti, cioè se essi prodotti sono eguali, ò ineguali, & in che modo; procedendo naturalmente, potremo supponere d'hauere, poniamo 10.diuiso in due parti eguali 5.& 5.che il loro prodotto e 25.& diuiso in due parti ineguali 4 & 6. che il loro ꝑdotto e 24.ouero in 3.& 7.che il loro prodotto e 21.ouero in 2.& 8.che il loro prodotto e 16. ouero in 1.& 9. che il loro prodotto e 9.ouero in $\frac{1}{2}$.& 9.$\frac{1}{2}$.che il loro prodotto e $4\frac{3}{4}$. Et così vediamo, che ciascuno delli prodotti delle parti ineguali e minore del 25. prodotto delle eguali, ò vogliamo dire quadrato della mità del 10.& che tanto più piccoli sono i prodotti, quanto più le parti sono ineguali, ò differenti fra loro, ò vogliamo dire, quanto più ciascuna d'esse si allontana dalla mità del 10. Et per conoscerne la causa propinquamente; Posto il 10. diuiso in 5. & 5. & anco poniamo in 2.& 8.consideraremo, che 2.volte 8. e quanto 2.via 5.& 2.via 3. Cioe diuiso 8.parte maggiore in 5 mità del 10.& in 3. in che essa parte maggiore supera la mità del 10. il prodotto di 2. via 8.deue essere eguale al prodotto di 2. via 5. & di 2.via 3. Ancora consideraremo nel moltiplicare 5.via 5.che l'vn 5. sia diuiso nel 2. parte minore delle ineguali del 10. & in 3. differenza d'essa al 5.mità del 10.onde moltiplicare 5.via 5.sarà quanto 2.via 5.& 3.via 5. Ancora nel moltiplicare 3.via 5. considerisi il 5.diuiso in 2. & 3. detti, che perciò 3. via 5. sarà quanto 3.via 2.cioe 2.via 3. & 3.via 3. Onde dalla parte di 5.via 5.haueremo queste tre moltiplicationi, che lo compongono, cioè 2. via 5. 2.via 3. & 3. via 3. Ma dalla parte del 2.via 8.habbiamo solo queste due, che lo compongono, cioè 2.via 5.& 2.via 3. quali due vanno ancora nelle moltiplicatione di 5.via 5. & sono le due prime dette; & di più vi resta la terza, ch'è di 3.via 3.però vediamo, che 2.via 8.deue fare manco, che 5.via 5. & anco vediamo, che deue fare tanto manco, quanto importa 3. via 3. ma il 3.è la differenza di ciascuna delle due parti ineguali 2.& 8.alle parti eguali 5.& 5.però vediamo, che diuiso vn numero, ò quantità proposta in due parti eguali, & in due ineguali, il prodotto delle ineguali è sempre minore del prodotto delle eguali, (*cioe del quad. della mità della quantità proposta*) & in tanto quanto importa a moltiplicare in se stessa la differenza, ch'è dalla mità della quantità proposta, a ciascuna delle due parti ineguali. Onde se diuiso poniamo 12. in due parti ineguali $\frac{1}{2}$. & $11\frac{1}{2}$. vorremo sapere il prodotto loro, diremo ch'egli e manco di 36. che nasce a moltiplicare 6. (*mità del 12.*) in se stesso, ò nell'altra mità 6.& ch'e tanto manco di 36.quanto importa a moltiplicare fra loro le due differenze eguali, che sono da ciascuna di dette parti $\frac{1}{2}$. & $11\frac{1}{2}$. e 6. mità del 12. quali differenze sono $5\frac{1}{2}$.& $5\frac{1}{2}$. Cioe ciascuna di queste due parti ineguali, e differente dalla mità del 12. in $5\frac{1}{2}$. & questo $5\frac{1}{2}$. moltiplicato in se stesso, ò via l'altro $5\frac{1}{2}$. che resulta l'istesso, fa $30\frac{1}{4}$. Et però il prodotto d'$\frac{1}{2}$.via $11\frac{1}{2}$.deue fare $30\frac{1}{8}$.mãco di 36.cioe deue fare $5\frac{3}{4}$. (*Che applicandoui la consideratione vniuersale sopradetta ben vediamo, che il moltiplicare $\frac{1}{2}$. via $11\frac{1}{2}$. si compone da queste due partiali moltiplicationi, che sono $\frac{1}{2}$.via 6.& $\frac{1}{2}$.via $5\frac{1}{2}$. Et che il moltiplicare 6. via 6. si compone da queste tre, che sono $\frac{1}{2}$. uia 6. $\frac{1}{2}$.via $5\frac{1}{2}$.& $5\frac{1}{2}$.via $5\frac{1}{2}$.perilche oltre le due prime, che sono le due istesse, che compongono l'$\frac{1}{2}$. via $11\frac{1}{2}$. vi e ancora la moltiplica-*

Ma $\frac{1}{2}$.via $11\frac{1}{1}$.parti ineguali, e quãto $\frac{1}{2}$. via 6.& $\frac{2}{2}$. via $5\frac{1}{2}$. Quali sono le due prime moltiplicationi delle tre, che compõgono il 6.via 6. però nella restante terza di $5\frac{1}{2}$.via $5\frac{1}{2}$.(*che produce $30\frac{1}{4}$.*) e il ꝑdotto d'$\frac{1}{2}$. via $11\frac{1}{2}$. parti ineguali minore del ꝑdotto di 6. via 6. cioe del quad. della mità del 12. ma il $5\frac{1}{2}$. e q̃llo, in che l'$\frac{1}{2}$. & l'$11\frac{1}{2}$.parti ineguali sono differenti da 6. mità del 12. però il prodotto delle parti ineguali e tanto minore del prodotto delle eguali, cioe del quad. della mità del 12. proposto, quanto e il quadrato della differẽza di qualsivogli delle due parti ineguali alla mità del 12. proposto.

10.diuiso in
5. & 5.
5.via 5.fa quanto
ò si diuide in
2. via 5.
& 3. via 5.
Ma 3. via 5. si diuide in
2. via 3.
& 5. via 3.
Però 5. via 5. è quanto
2. via 5.
2. via 3.
& 3. via 3.

10.diuiso in
2. & 8.
2.via 8.fa quanto
2. via 5.
& 2. via 3.
Però 2. via 8. fa manco di
5. via 5. quanto importa
il 3. via 3.

6.via 6.
è quanto
$\frac{1}{2}$.via 6.
& $5\frac{1}{2}$. via 6.
ma $5\frac{1}{2}$.via 6.
e quanto
$5\frac{1}{2}$.via $\frac{1}{2}$.
& $5\frac{1}{2}$.via $5\frac{2}{2}$.
però 6. via 6. è quãto queste tre partiali moltiplicationi, cioè.
$\frac{1}{2}$. via 6.
$5\frac{1}{2}$.via $\frac{1}{2}$.
$5\frac{1}{2}$. via $5\frac{1}{2}$.
ò vogliamo dire
$\frac{1}{2}$.via 6.
$\frac{1}{2}$.via $5\frac{1}{2}$.
$5\frac{1}{2}$ via $5\frac{1}{2}$.

tione di $5\frac{1}{2}$*. via* $5\frac{1}{2}$*. che produce il* $30\frac{1}{4}$*. detto, & però la somma dell'altre due, & consequentemente il prodotto d'* $\frac{1}{2}$*. via* $11\frac{1}{2}$*. conuiene che sia il restante sino a 36. prodotto di 6. via 6. qual restante è* $5\frac{3}{4}$*.)* Da questo discorso conosciamo, che douendosi diuidere vna quantità proposta in due parti tali, che il prodotto loro sia vn numero dato, noi potiamo dare questa Regola. Moltiplichisi la mità della quantità proposta in se medesima, & se q̃sto prodotto, ò quadrato sarà eguale al numero dato, all'hora le parti domandate della quantità proposta, saranno le due mità d'essa, ma se esso prodotto, ò quad. sia minore del numero dato; ciò si mostra essere impossibile il diuidere la quantità proposta in due parti tali, che il prodotto loro sia eguale al numero dato. Et se esso prodotto, ò quad. detto, sarà maggiore del numero dato, all'hora si potrà fare la diuisione cercata, & tali due parti da trouarsi saranno ineguali, & ciascuna d'esse sarà tanto differente dalla mità della quantità proposta, quanto importa il numero, ò quantità, che moltiplicata in se stessa, produca quello in che il numero dato è minore del prodotto, ò quad. detto della mità d'essa quantità proposta, onde cauato il numero dato da esso quad. della mità della quantità proposta, & del restante presa la ℞. & questa giunta, & cauata alla mità della quantità proposta, la somma, & il restante saranno le due parti cercate della quantità proposta, che moltiplicate insieme produranno il numero dato. Che per essempio douendosi diuidere 12. in due parti tali, che il lor prodotto sia 11. noi cauaremo quest'11. da 36. quadrato di 6. mità del 12. & resta 25. *(qual 25. è quad. di quel numero in che ciascuna delle parti cercate è differente da 6. mità del 12. però esso numero, ò differenza sarà la rad. di detto 25. cioè sarà 5. Onde se la minor parte è differente, ò minore di 6. in 5. ella si trouarà cauando il 5. da 6. che resta 1. per essa parte minore. Et se la maggior parte è differente, cioè maggior del 6. (mità del 12.) in 5. ella si trouarà giongendo questo 5. a 6. mità detta, & fa 11. per la parte maggiore.)* Et di questo 25. presa la ℞. ch'è 5. la giongeremo, & cauaremo a 6. & da 6. mità del 12. & ne resultarà 11. & 1. che sono le due parti cercate di 12. che moltiplicate fra loro producono 11. Et se hauessimo voluto valerci di quello, che habbiamo imparato d'Algebra sino hora; nel trouare le due parti del 12. proposto, tali che il lor prodotto sia l'11. dato; Noi haueressimo posto, che la differenza di ciascuna d'esse alla mità di 12. cioè a 6. sia 1.ɫ, che perciò l'vna saria 6. p̃ 1 ɫ, & l'altra 6. m̃ 1. ɫ, & moltiplicate insieme producono 36. m̃ 1. ȥ; ma vogliamo, che se ne produchi 11. però 36. m̃ 1. ȥ, sarà eguale ad 11. onde giunto 1. ȥ a ciascuna quantità haueremo poi 36. eguale ad 1. ȥ p̃ 11. & hora leuando 11. communemente haueremo 25. eguale ad 1. ȥ, però 1. ɫ, ch'è la ℞. d'1. ȥ sarà eguale alla ℞. di 25. cioè a 5. & questo 5. sarà il valore della Cosa, cioè quello in che ciascuna delle due parti è differente da 6. mità di 12. però esse due parti che si poserò 6. p̃ 1. ɫ, & 6. m̃ 1. ɫ, saranno 6. p̃ 5. & 6. m̃ 5. cioè 11. & 1. Noi hora in questa operatione considerando, che il tutto consiste nel 25. la ℞. del quale, cioè 5. è la differenza delle parti al 6. & che p̃ciò gionto al 6. & cauato dal 6. ne deriuano le parti cercate 11. & 1. Vedremo, ch'egli nasce da cauare 11. ch'è il prodotto dato delle due parti da farsi, da 36. ch'è quad. del 6. mità della quantità proposta; & però similmente di qui, si può deriuare la regola sopradetta, dicendo. Per diuidere vna quantità proposta in due parti tali, che il prodotto loro sia vn dato numero. Cauisi questo numero dato dal quad. della mità della quantità proposta, & la ℞. del restante, si gionga, & caui alla mità della quantità proposta, che la somma, & il restante saranno le due parti cercate.

Questo inteso applicandolo hora al Capitolo di ɫ, eguale a ȥ, & numero, al quale si cerca trouare la Regola; Ponendo che si habbi 12. ɫ eguale ad 1. ȥ p̃ 11. hauendo noi veduto nel discorso già fatto, che il valore della ɫ, deue essere vn numero, ò quantità tale, che cauato da 12. numero delle ɫ, & quello che resta moltiplicato per il medesmo numero, ò quantità, ch'è valore della ɫ, produca a punto l'11. numero, ch'è accompagnato all'1. ȥ. Et questo come pure habbiamo discorso, viene a ridursi a diuidere il 12. numero delle ɫ, in due parti tali, che il lor prodotto sia 11. numero accompagnato all'1. ȥ. Noi sapendo, che queste due parti si trouano moltiplicando la mità del 12. in se stessa, & dal prodotto 36. cauare 11. numero dato, che resta 25. & di questo presa la radice ch'è 5. giongerla, & cauarla a 6. mità del 12. che resulta 11. & 1. Sapremo che 11. *(quale è vna delle due parti del 12.)* è numero, ò quantità tale, che moltiplicato via 1. ch'è quello, che resta a cauare quest'11. dal 12. numero delle ɫ *(poiche esso 1. è l'altra parte del 12.)* produce l'11. numero accompagnato all'1. ȥ, & però 11. potrà essere il valore della ɫ. Et anco sapremo, che 1. *(quale è l'altra parte delle due del 11.)* è numero, ò quantità tale, che moltiplicata via 11. ch'è quello, che resta a cauare quest'1. dal 12. numero delle ɫ *(poiche esso 11. è l'altra parte delle due del 12.)* produce l'11. numero accompagnato all'1. ȥ, & che perciò ancora 1. potrà essere il valore della ɫ. Cioè perche ciascuna delle parti del 12. cioè l'11. & l'1. sono tali come si ricerca, che sia la quantità, che deue essere valore della ɫ. veniamo a conoscere, che il valore della ɫ, può essere qual si vogli di queste due parti del 12. Cioè che questo Capitolo può haue-

re due riſpoſte;ò vogliamo dire,che due quantità ſi trouano tali, che preſa qual ſi vogli d'eſſe, & al ſuo quad.gionto 11, farà quanto a moltiplicare la quantita preſa per 12. Onde ſe diremo la ꝉ,valere 11.al ſuo quad.121.che ſara il valore d'1.ƶ gionto 11.& fara 132.ch'è quanto 1.ƶ,p̃ 1. queſto 132.ſara eguale al prodotto di 12.via 11.cioè a 12.ꝉ,che fa pure 132. Ouero ſe diremo 1.ꝉ, valere 1. al ſuo quad.1.che ſara il valore d'1.ƶ, gionto 11. & fara 12, ch'è quanto 1.ƶ p̃ 11. queſto 12,ſara eguale al prodotto di 12.via 1.cioè a 12.ꝉ,che fa pure 12. Et hauendo 12,ꝉ, eguale a 1.ƶ p̃ 35. Se diuideremo 12.numero delle ꝉ,in due parti tali, che il prodotto loro ſia 35.numero accompagnato all'1.ƶ, & ſaranno 5. & 7. (*perche moltiplicato 6 mità del 12.numero delle co. in ſe ſteſſo fa 36.& di queſto cauato il 35. reſta 1.del quale 1.la rad.è 1. & queſta gionta,& cauato a 6.mità detta del 12.ne reſulta 7.& 5.*) potremo dire,che la co.vagli 5. ouero che vagli 7. Perche valendo 3.all'hora 5.co.importaranno l'1.ƶ,& le reſtanti 7. co.valeranno il 35.numero accompagnatoli,che 7.via 5.fa 35. Et valendo 7.all'hora 7. co.importaranno l'1. ce.& le reſtanti 5.co.valeranno il 35.accompagnatoli,che 5,via 7.fa pur 35. Cioè perche coſi 5. via 7.come 7.via 5.fa 35.tanto importano 7.co.a 5.per Coſa,quanto le 5.co,a 7.per Coſa; Onde & 7. & 5. può valere la co. perche il ce.valera ò 7.co.ò 5.co. ſecondo,che ò 7.ò 5.poneremo che vagli la Coſa. Hora di qui potremo deriuarne la Regola a queſto Capitolo di co. eguale ad 1. ce.& numero. Che nell'Equatione,poniamo di 12.co.eguali ad 1.ce.p̃ 20.nella quale per trouare il valore della co.ſappiamo che conuien diuidere 12.in due parti tali, che il lor prodotto ſia 20.accioche qual ſi vogli d'eſſe due parti poſſa eſſere il valore della co. & per trouare queſte due parti ſi moltiplica 6.ch'è ſempre la mita del 12,numero delle co.in ſe ſteſſo,& fa 36.& di queſto ſi caua il 20.ch'è ſempre il numero accompagnato all'1.ce.& del reſtante 16. ſi piglia ſempre la ℞. ch'è 4.& queſta ſi gionge al 6.mità del numero delle co.che fa 10.per vna parte, che può eſſere il valore della co.Ouero il 4.detto ſi caua dal 6.mità del numero delle co.& reſta 2.per l'altra parte, che può anch'ella eſſere il valore della coſa. Onde vediamo, che la Regola douera eſſere queſta.

Quando 1 ce. p̃ numero ſarà eguale a co.per trouare il valore della co. Cauiſi il numero accompagnato all'1.ce. dal quadrato della mità del numero delle co. & la ℞.del reſtante ſi giunga, ò caui alla mità del numero delle coſe, che la ſomma, ò il reſtante potranno eſſere il valore della Coſa.

Ancora in queſto Capitolo di ce.& numero eguale a co.potreſſimo come nelli dui antecedenti,conſiderare,che la notitia del valore della co.ſi haueria ſempre, che ſapeſſimo formare, ò deriuare vna Equatione, ò Agguagliamento doue da vna parte ſia ſolo co. & dall'altra ſolo numero,cioè quantità libera da nome,ò denominatione di dignita Algebratica; Onde in queſto Capitolo di co. eguali a ce. & numero, ſeruendoci di quello, che habbiamo diſcorſo ne gl'altri dui antecedenti,noi hauendo poniamo 1.ce.p̃ 35. eguale a 12. co.potremo ponere le co.dalla banda del ce il che ſi fara leuando le 12.co. coſi da vna banda come dall'altra, & haueremo 1. ce m̃ 12. co.p̃ 35.eguale a o. Hora trouaremo vna quantita,che moltiplicata in ſe ſteſſa produca l'1. ce m̃ 12.co. & ſarà compoſta di co. & numero,cioè dalla ℞.dell'1.ce. ch'è 1.co.& da quello, che naſce a partire la mità delle m̃ 12.co,cioè m̃ 6 co.per detta ℞. dell'1.ce. cioè per 1.co. che ne naſce m̃ 6. & però la quantità cercata ſarà 1.co. m̃ 6. & queſta moltiplicata in ſe medeſima produce 1.ce.m̃ 12. co.p̃ 36. Onde ſe haueſſimo 1.ce. m̃ 12. co.p̃ 36. la ſua ℞.ſaria 1.co.m̃ 6.ma la noſtra quantità è ſolo 1.ce.m̃ 12 co. p̃ 35.cioè 1. manco di detta quantità quadrata; però accioche ella arriui a detta quantità quadrata, per poterne poi pigliare la ℞. conuiene giongerli 1. Et anco per ſerbare la egualità continua delle parti, conuerrà giongere il medeſmo 1. all'altra parte, cioè a o. Et però hauendo 1.ce.m̃ 12.co.p̃ 35.eguale a o.giongendo communemente 1.ſi hauerà poi 1.ce. m̃ 12.co.p̃ 36 eguale a 1. Et hora la ℞ dell'vna quantità ſarà eguale alla ℞. dell'altra; cioè 1.co.m̃ 6.ſarà eguale a 1 Et leuato il m̃ giongendo 6.a ciaſcuna parte haueremo 1.co.eguale a 7. & però la co. valerà 7. Et per farne la eſperienza numerale, diremo. Valendo la co. 7. il ce.ſarà 49.però 1.ce.p̃ 35.ſarà 49.p̃ 35.cioè 84.ma le 12.co.a 7.p̃ co.ſono anch'elle 84. però è vero,che la co.vale 7. Hor notiſi,che quando habbiamo tolto 1.co.m̃ 6.da moltiplicare in ſe ſteſſo,accioche produca l'1.ce.m̃ 6.co.& quel numero di più che ne reſulta,quale hora è 36.quadrato del m̃ 6. Ancora ſe pigliaremo 6.m̃ 1.co. (*cioe ſe daremo il ſegno m̃ alle co.facendo, che il numero sia il più, & le co. il m̃*) all'hora il ſuo quadrato, ſaria anch'egli 1.ce.m̃ 12. co.p̃ 36. però doppo l'hauuto giunto l'1. (*in che il 36.numero,che ſi troua in queſta quantità quadrata è maggiore del 35.numero,che si troua nella noſtra quantità principale*) communemente,cioè,& a 1. ce.m̃ 12.co.p̃ 35.& anco a o.a che eſſa quantità è eguale,che ne reſulta 1.ce.m̃ 12.co p̃ 36. eguale a 1. Hora nel dire, che anco la ℞. dell'vna quantità ſarà eguale alla ℞. dell'altra, potreſſimo dire (*pigliando 6.m̃ 1.co.per rad.di detta quantità quadrata*) & però 6.m̃ 1.co.ſarà eguale a 1.

Onde leuato il m̃ cioè, giunto communemente 1.co. haueressimo 6. eguale a 1. co. p̃ 1. & ancora leuato 1. communemente haueressimo 5. eguale a 1.co. & però la † valerebbe 5. Ma vediamo se questo 5. può seruire anch'egli per valore della co. (*che già habbiamo veduto ella valere 7.*) Valendo la co. 5. l'1.ce. sarà 25. & 1.ce. p̃ 35. cioè 25. p̃ 35. sarà 60. Le 12. co. a 5. per co. sono anch'elle 60. però 5. ancora può essere il valore della co. Et così conosciamo, che la co. può hauere due valute diuerse; Et che esse deriuano dal pigliare due quantità di diuersa forma, per ℞. della quantità quadrata, che occorre componere dalla banda dell'1.ce. in questa operatione, che hora queste due radici di diuersa forma, sono state 1.co. m̃ 6. & 6. m̃ 1.co. che in l'vna la co. vale 7. & però ella significa 7. m̃ 6. cioè 1. & nell'altra la co. vale 5. & però ella significa 6. m̃ 5. cioè 1. medesmamente; Che conuiene che esse due ℞. di diuersa forma siano eguali fra loro, poiche ciascuna è eguale alla ℞. d'1. ch'è 1. Et se hauessimo 1.ce. p̃ 16. eguale a 10. co. Ponendo le

1.ƶ p̃ 35.	Eguale a 12.co.	1.ƶ p̃ 16.	Eguale a 10.†.	1.ƶ p̃ 25.	Eguale a 10.†.
1.ƶ m̃ 12.† p̃ 35.	Eguale a o.	1.ƶ m̃ 10.† p̃ 16.	Eguale a o.	1.ƶ m̃ 10.ƶ. p̃ 25.	Eguale a o.
1.† m̃ 6.		1.† men.5.		1.† men.5.	
1.ƶ m̃ 12.co. p̃ 36.	Eguale a 1.	1.ƶ m̃ 10.† p̃ 25.	Eguale a 9.	1.ƶ m̃ 10.† p̃ 25.	Eguale a o.
1.† men.6.	Eguale a 1.	1.† men.5.	Eguale a 3.	1.† men.5.	Eguale a o.
1.†	Eguale a 7.	1.†.	Eguale a 8.	1.†.	Eguale a 5.
				Ouero	
Ouero		Ouero		1.ƶ m̃ 10.† p̃ 25.	Eguale a o.
1.ƶ m̃ 12.co. p̃ 36.	Eguale a 1.	1.ƶ m̃ 10.† p̃ 25.	Eguale a 9.	5. men.1.†.	Eguale a o.
6. men.1.co.	Eguale a 1.	5. men.1.co.	Eguale a 3.	5.	Eguale a 1.†.
5.	Eguale a 1.co.	2.	Eguale a 1.†.	Però la † vale 5.	
Però la co. vale 5.		Però la co. vale 2.		Quale anco nell'altro modo	
Quale anco può valere 7.		Quale anco può valere 8.		vale 5.	

† dalla banda del ƶ; che si fa leuando le 10.†. da ciascuna parte, haueressimo poi 1.ƶ men. 10 † p̃ 16. eguale a o. Et hora per trouar quantità, che moltiplicata in se stessa produca l'1.ƶ men. 10. co. presa la ℞. d'1.ƶ, ch'è 1.co. & cō questa partito men. 5.co. mità delle men. 10.co. ne viene men. 5. che accompagnato all'1.co. ℞. detta dell'1.ƶ fa 1.co men. 5. il quad. della quale è 1.ƶ men. 10. più 25. Et perche questa quantità quadrata supera l'1.ƶ men. 10.co. più 16. in 9. giongeremo 9. communemente, & all'1.ƶ men. 10.co. più 16. & al o. a che ella è eguale, che così haueremo 1.ƶ men. 10.co. più 25. eguale a 9. & però la ℞. dell'vna, cioè 1.co. men. 5. ouero 5. men. 1.co. (*che anco 5. m̃ 1.co. può essere rad. d'1.ce. m̃ 10.co. p̃ 25.*) sarà eguale alla ℞. dell'altra, cioè a 3. onde se 1.co. men. 5. è eguale a 3. giongendo 5. communemente haueremo 1.co. eguale a 8. però la co. valerà 8. Et se hauessimo detto 5. men. 1.co. essere eguale a 3. giongendo 1.co. a ciascuna parte haueressimo hauuto 5. eguale a 1.co. più 3. & cauato 3. communemente haueressimo 2. eguale a 1. co. & però la co. valeria 2. Et ciascuna di queste due valute può seruire, perche se pigliaremo 8. per valuta della co. nel dire, che 1.ƶ più 16. è eguale a 10. co. Le 10.co. valeranno 10. volte 8, cioè 80. Et l'1.ƶ valerà 8. volte 8. cioè 64. & questo con il 16. accompagnatoli farà anch'egli 80. Et se pigliaremo 2. per valuta della co. all'hora le 10.co. valeranno, ò saranno 10. volte 2. cioè 20. Et l'1.ƶ, valerà 2. volte 2. cioè 4. & questo con il 16. accompagnatoli farà anch'egli 20. Et se hauessimo detto 1.ƶ più 25. eguale a 10. co. Leuando le 10. co. da ciascuna banda si hauerà poi 1.ƶ men. 10. co. più 25. eguale a o. & pigliando la ℞. dell'1.ƶ, ch'è 1.co. & con essa partendo la mità delle men. 10. co. cioè men. 5. co. che ne viene men. 5. da accompagnare con la 1.co. detta, ch'è ℞. dell'1.ce. & fa 1.co. men. 5. questa sara la quantità, che moltiplicata in se stessa, fara l'1.ce. men. 10.co. & anco di più fara quanto il quad. del men. 5. cioè, produrra 1.ce. men. 10 co. più 25. & questo è a punto, quanto è l'1.ce. men. 10.co. più 25. che si haueua, eguale a o. Onde non si douendo giungere cosa alcuna alla quantita, che si haueua; ne manco si douera giungere cosa alcuna al o. ma sapremo, ch'essa quantita che si haueaa è quadrata, & che la sua ℞. è 1.co. men. 5. & pero questa sua ℞. sara eguale alla ℞. di o. cioe a niente. Onde giongendo communemente 5. haueremo poi 1.co. eguale a 5. & pero la co. valera 5. & se per ℞. della nostra quantita 1.ce. men. 10.co. più 25. hauessimo preso 5. men. 1.co. che ella saria eguale alla ℞. di o. cioe a o. all'hora giongendo communemente 1.co. si haueria poi 5. eguale ad 1.co. & pero la co. valeria pur 5. si come anco valeria, hauendo preso 1.co. men. 5. per la rad. di detta quantita, Onde vediamo, che quando finalmente per ℞. dell'vna parte habbiamo o. (*& questo auuiene sempre, che il numero della Equatione, ch'e con li ce. (& hora e il 25.) e eguale al quad. del numero, che si accompagna alle rad. delli ce. Cioe questo auuiene sempre, che dalli ce. & numero dell'vna parte dettratone le co. del-*

l'altra

l'altra parte, il restante e quantita quadrata) all'hora presa per eguale ad esso, o o l'vna ℞. o l'altra, della quantità quadrata, che in questo caso sono 1.ꝛ, m̃ 5. ouero 5. m̃ 1.ꝛ; il valore della ꝛ, riesce vn medesimo, cioè è quel 5. ch'è accompagnato all'1.co. ò al quale è accompagnato all'1.co. della ℞. (*quando il numero delle co. della rad. e 1. cioe quando il num. delli ce. dell Equatione e 1. Che generalmente parlãdo, quãdo il num. de' ce. fusse più d'1. cioe, che non si fusse ridutto ad 1. ce. all'hora il valore della co. e quel num. che nasce a partire il num. che nella ℞. si troua accõpagnato alle co. ò al quale sono accompagnate le co. per il numero d'esse co. che si trouano nella rad. che hora saria quel 5. che nasce a partire il 5. trouato aella rad. per 1. numero delle co. che sono nel l'istessa rad.*) Che cosi nel dire 1.ꝛ m̃ 5. come nel dire 5. m̃ 1.ꝛ; agguagliando il 5. resta da vna parte, & l'1.ꝛ, dall'altra; & questo 5. quando il numero de' ƶ è 1. è sempre la mità del numero delle co. Et però potiamo dire per Regola ferma, che nel Capitolo d'1. ƶ, & numero eguale a co. quando il quad. della mità del numero delle co. è eguale al numero accompagnato all'1. ƶ; all'hora esso numero, ch'è mità del numero delle co. è il valore della co. ne può essere altro, cioè all'hora la co. non può hauere se non questa sola valuta. Che ella hà due diuerse valute in esso Capitolo d'1. ƶ, & numero eguale a co. quando il quad. della mità del numero delle co. è maggiore del numero accompagnato all'1. ƶ; che perciò all'hora quello, che manca al numero accompagnato all'1. ƶ per arriuare al quad. del numero della mità delle co. (*& se li giunge per formare quãtità quadrata la rad. della quale si adopera poi nella Agguagliatione*) si giunge ancora all'altra parte, ch'è o. Onde alla ℞. della somma douendo essere eguale ò l'vna ℞. della quantità quadrata, ò l'altra ℞. all'hora al numero in essa ℞. accompagnato all'1. co. vna volta si giunge la ℞. di detta somma, ch'è dalla parte del o. & ne deriua il valore della co. conueniente a questa ℞. della quantita quadrata; & vn'altra volta da detto numero al quale è accompagnato l'1. co. se ne caua la ℞. di detta somma, ch'è dalla parte del o. & ne deriua il valore della co. conueniente a quest'altra ℞. della quantità quadrata, che per essere due somma, & restante ineguali, ò diuersi; diuersi, ò ineguali sono ancora esse due valute della co. ma doue il o. resta solo senza aggiungerli cosa alcuna, tanto resulta a giungere la sua ℞. ch'è o. al numero detto, accompagnato all'1. co. quãto a cauarnela da detto numero al quale è accompagnato l'1. co. perche esso numero non si altera, ò muta, & perciò egli intieramente mostra l'vnico valore della co.

Et se hauessimo 1. ce. p̃ 34. eguale a 10. co. Ponendo le co. dalla banda del ce. che si fà, leuando le 10. co. da ciascuna parte, haueressimo poi 1. ce. m̃ 10. co. p̃ 34. eguale a o. Et hora per trouar quantità, che moltiplicata in se stessa produca l'1 ce. m̃ 10 co. presa la rad. d'1 ce. ch'è 1. co. & con questa partito m̃ 5. co. mità delle m̃ 10. co. ne viene m̃ 5. che accompagnato all'1. co. rad. detta dell'1. ce. fa 1. co. m̃ 5. il quad. della quale e 1. ce. m̃ 10. co. p̃ 25. Et perche hora questa quantità quadrata non arriua all'1. ce. m̃ 10. p̃ 34. che habbiamo, anzi li manca 9. vediamo, che per hauere la quantità quadrata, che ci bisogna; conuiene cauare 9. dalla quantità, che habbiamo; & perciò per serbare la egualità delle parti, conuerrà ancora cauare il medesmo 9. dall'altra parte, ch e o. ma da o. non si può cauare cosa alcuna; cioe il cauarne 9. e impossibile; però vediamo, che 1. ce. p̃ 34. nõ può essere eguale a 10. co. Cioe non si può trouare vn numero, ò valore della co. tale, che moltiplicata per 10. (*& si fariano le 10. co.*) facci quanto a giungere 34. al suo quadrato (*che saria l'1. ce. p̃ 34.*) Et della impossibilità detta, ci accorgeressimo ancora, se nel dire, che essendo la quantità quadrata 1. ce. m̃ 10. co. p̃ 25 minore della nostra 1. ce. men. 10. co. p̃ 34. in 9. & che perciò per ridurre la nostra a detta quautità quadrata, conuiene dalla nostra cauarne 9. & però conuiene anco cauare l'istesso 9. dall'altra o. a che la nostra e eguale; Onde hauendo poi da vna banda 1. ce. men. 10. co. p̃ 25. dall'altra haueressimo o. men. 9. ò vogliamo dire men. 9. & che percio la rad. dell'vna, ch'e 1. co. men. 5. ouero 5. men. 1. co. saria eguale alla rad. dell'altra, cioe alla rad. di men. 9. questa rad. di men. 9. vedressimo, che non si puo trouare, perche alcuna denominatione nõ si troua, che moltiplicata in se stessa pro-

1. ce. p̃ 34. Eguale a 10. co.
1. ƶ m̃ 10. co. p̃ 34. Eguale a o.
1. co. m̃ 5.
1. ƶ m̃ 10. co. p̃ 25. Eguale a o. m̃ 9.
Et dicendosi, che saria.
1. co. m̃ 5. Eguale a m̃ 3.
haueressimo
1. co. Eguale a 2. Cioè la co. valeria 2.
il che ne riesce.
Che se per rad. della quantità quadrata si pigliasse 5. men. 1. co. dicendo, che saria
5. m̃ 1. co. Eguale a m̃ 3.
haueressimo 8. Eguale a 1. co. cioè la co. valeria 8. il che non riesce.
Et dicendosi la rad. del men. 9. essere p̃ 3. cioè 1. co. men. 5. essere Eguale a 3.
haueressimo 1. co. Eguale a 8. cioè la co. valeria 8. il che non può essere.
Ouero dicendo, che saria.
1. m̃ 1. co. Eguale a 3.
haueressimo 2. Eguale a 1. co. cioè la co. valeria 2. il che non può essere.

sa pro-

può ridurre ad Equatione di Cose, eguali a numero. Così come si poteua dire di possedere intieramente la dottrina delle misurationi, ò trasmutationi Geometriche delle figure rettilinee, quando al modo Geometrico si dimostrò questo Problema. Dato vn rettilineo, egli stesso si può trasmutare in altro rettilineo simile a qual si vogli rettilineo proposto. Ma questa Dottrina, ò Trasmutatione Geometrica (*veramente mirabile per le molte sottilità di che ella era composta, & che da essa deriuauano, non è potuta venire in luce; poiche ella con molte opere, Geometriche, Aritmetiche, & altre, con vna Cassetta in che elle erano, con altre scritture ancora, & cose diuerse di valore, fù occultamente tolta sino dell'anno 1594. ne sino ad hora se ne hà notitia. Piaccia à N. S. Dio Eterno Omnipotente per sua somma bontà, astringere chi le possiede a mantenerle in essere (ne li venga voglia di abbruggiarle, ò dissiparle pensando di così occultare tal fatto*) accioche a qualche tempo capitino in mano di chi le conosca, & le dia vita, a commune profitto, & ornamento della Scienza il tutto allude a gloria di sua Diuina Maestà.

Hora auertasi, che particolarmente il primo Capitolo d'1.ℨ, & ɫ, eguali a numero, si può trasmutare nel secondo di ɫ, & numero, eguale ad 1 ℨ. Essendo sempre le medesime, le tre quantità dell'Equatione, cioè essendo sempre i medesimi il numero delle ɫ, il numero della Equatione, & l'1.ℨ. Ma dal valore della ɫ, trouato nel secondo, in che si è trasmutato il primo, si deue poi cauare il numero delle ɫ, che il restante sarà il valore della ɫ del primo, come si conosce dal modo d'operare in ciascuno d'essi. Che hauendo poniamo 1. ℨ p̃ 6. ɫ, eguali à 40. Vediamo, che al quad. di 3. mità del numero delle ɫ, qual quad. è 9. si giunge il 40. numero della Equatione, & fa 49. del quale si piglia la ℞. ch'è 7. & chiamandolo A. & da questo A. 7. si caua 3. mità del numero delle ɫ, & resta 4. & questo 4. è il valore della ɫ; quando 1. ℨ p̃ 6. ɫ, sia eguale è 40. ò vagli 40.

1. ℨ p̃ 6. ɫ. Eguale a 40.	1. ℨ. Eguale a 6. ɫ, p̃ 40.
3	3
3	3
9	9
40	40
49	49
la rad. è 7	la ℞. è 7
cauato 3	giōtoli 3
resta 4. Valore della ɫ.	somma 10. Valore della ɫ.

Ma dicendo 6. ɫ, p̃ 40. essere eguali ad 1. ℨ; vediamo, che pure al quad. del 3. mità del numero delle ɫ, si giunge il 40. numero della Equatione, & della somma 49. si giglia pure la ℞. ch'è il 7. medesimo A. trouato ancora quando 1. ℨ p̃ 6. ɫ, si pose essere eguali a 40. Poi a questo 7. A. si giunga 3. mità del 6. numero delle ɫ, & fa 10. valore della ɫ, nel secondo; Onde ella vale più, che nel primo quanto importa il 3. cauato da 7. A. nel secondo, ch'è quanto a dire, che nel secondo la ɫ, vale due volte la mità del numero delle ɫ, & però vale vna volta sola il numero delle ɫ, di più, che nel primo; perilche conuersamente nel primo la ɫ vale manco, che nel secondo, quanto importa, cioè, quanto è il numero delle ɫ. Onde se nel secondo la ɫ vale 10. & che il numero delle ɫ sia 6. perciò nel primo la ɫ valerà questo 6. di manco, cioè valerà 4. Et perciò di quì si vede, che anco il secondo Capitolo di ɫ, & numero eguale ad 1. ℨ, si può trasmutare nel primo di ℨ, & ɫ, eguale a numero, stando sempre fermi il numero delle ɫ, & il numero della Equatione, & l'1. ℨ; Et che al valore della ɫ, trouato nel primo per la trasmutatione fatta, conuien poi sempre giungere il numero delle ɫ, che la somma sarà il valore della ɫ nel secondo. (*Che il valore della cosa nell'vna Equatione, è sempre differente dal valore della co. nell'altra Epuatione, tanto quanto è il numero delle co. essendo sempre maggiore il valore della co. nell'Equatione d'1. ce. eguale a co. & numero di quello, che vale la co. nell'Equatione d'1. ce. & co. eguale a numero, in quanto è il numero delle co.*) Però se haueremo 6. ɫ p̃ 40. eguale a 1. ℨ. Trasmutandolo nel primo Capitolo, & sarà 1. ℨ p̃ 6. ɫ, eguale a 40. trouando hora il valore della ɫ, ch'è 4. a questo 4. si deue giōgere 6. numero delle ɫ, & fa 10. qual 10. è il valore della ɫ cercato, conueniente a 6. ɫ p̃ 40. eguale ad 1. ℨ. (*Et se auertiremo, che nel Capitolo d'1. ce. & co. eguale a numero poniamo d'1. ce. p̃ 6. co. eguale a 40. la co. vale 4. Et nel Capitolo di ce. eguale a co. & numero, cioè d'1. ce. eguale a 6. co. p̃ 40. nel quale si trasmuta questo: la co. vale 10. se auertiremo dico, che questo 10. è tanto più del 4. che si troua essere valore della co. nel primo Capitolo, quanto importa il 6. numero delle co. Et che per quello, che si disse nella inuentione della Regola del Capitolo di ce. eguale a co. & numero, che si trouò mediante il primo Capitolo di ce. & co. eguale a numero. Sappiamo, che il 4. che si troua da giungere al 6. numero delle co. deue essere tale, ò vogliamo dire è tale, che gionto a 6. & la somma (che hora à 10.) moltiplicata per esso 4. produce il numero della Equatione, ch'è 40. O vogliamo dire, perche à moltiplicare 4. valore della co. nel primo Capitolo via 10. ch'è valore della co. nel secondo, deue*

produrre il 40.num.della Equatione cioè, che a moltiplicare il valore della cosa dell'vn Capitolo via il valore della cosa dell'altro, se ne produce il numero della Equatione, veniamo a conoscere, che sapendo il valore della co. nell'vno de' dui Capitoli, se con esso valore partiremo il numero della Equatioue, ne verrà sempre il valore della co. nell'altro; Onde se d'1.ce.p̃ 6.co.eguale a 40. doue la co. vale 4. si fà trasmutatione in 1.ce. eguale a 6.co.p̃ 40. in questo per trouare il valore della co. si può partire 40. numero della Equatione per 4. valore della co. nel primo, & ne vien 10. ch'è il valore della co. nel secondo. Et se vorremo sapere quanto vagli la co. nel Capitolo d'1.ce.p̃ 6.co.eguale a 40. trasmutandolo in 1.ce.eguale a 6.co.p̃ 40. & trouando, che la co.vale 10. noi con questo 10. partiremo il 40. numero della Equatione, che ne viene 4. & questo 4. sarà il valore cercato della co. nel primo d'1.ce. p̃ 6.co.eguale à 40. Onde le valute della + in queste due Equationi sono sempre differenti fra loro nel numero delle cose, & producono sempre il numero della Equatione.

3.ȥ p̃ 18.co. Eguale a 120.
9.via 9 fa 81.
3.via 120. fa 360.
somma 441.
la ℞.è 21.
cauata 9.
numero de ȥ 3. resta 12.
Ne viene. 4.
ch'è il valore d'1.cosa.

3.ȥ. Eguale a 18. co.p̃ 130.
9
9
81
3.via 120. fa 360
somma 441
la ℞. 21
giunto 9
numero de' ȥ 3. | somma 30
Ne viene 10
ch'è valore d'1.+.

Ma quando il numero de' Censi in questi Capitoli, primo, ò secondo fusse più, ò manco d'1. all'hora la + nel primo valeria tanto manco, che nel secondo, quanto importa a partire il numero delle co per il numero de'ce. Et conuersamente la co. nel secondo valeria tanto più, che nel primo quanto importa a partire il numero delle co. per il numero de' ce come dall operare in essi si conosce; Che per ciò sapendo noi, che quando 3 ce.p̃ 18.co. sono eguali è 120. la co. vale 4. sapremo, che quando si hauesse 3.ce.eguale a 18.co. p̃ 120. la co. valeria quel più, che viene a partire 18. numero delle co. per 3. numero de ce. quale auenimento è 6. cioè valeria 6. di più, perilche ella valeria 10. Et sapẽdosi, che quando 3.ce. è eguale a 18.co. p̃ 120. la co. vale 10. Conosceremo, che quando si hauesse 3.ce. p̃ 18.co. eguale a 120. all hora la co. valeria tanto manco del 10. detto, quanto viene a partire 18. numero delle co. per 6. numero de' ȥ, chr venendone 6. valeria 6. di manco, cioè valeria 10. manco 6. ch'è 4. Et notisi, che li Agguagliamenti in questi dui Capitoli sono sempre solubili, sia il numero della Equatione, ò delle co. ò de ȥ, quanto si vogli; perche ridutti ad 1.ȥ. Sempre al quad. della mità del numero delle co. si può giungere il numero della Equatione, sia che numero si vogli, & per ciò (*come bisogna nel primo Capitolo*) dalla ℞. d'essa somma, se ne potrà sempre cauare la mità del numero delle + (*ch'è minore d'essa radice poiche la somma di che ella è rad. è maggiore del quadrato della mità d'esso numero delle co. di tanto quanto è il numero della Equatione*. Et così ne deriuarà il valore della + nel primo Capitolo. Et consequentemente essendo sempre trouabile il valore della co. nel primo Capitolo, sarà ancora trouabile nel secondo, nel quale ella è maggiore, che nel primo In quanto importa il numero delle co. della Equatione. O vogliamo dire nascendo ella dal giongere la mità del numero delle co. alla ℞. della somma detta del composto del numero della Equatione con il quad. della mita del numero delle Cose.

Il terzo Capitolo d'1.ȥ, & numero eguale a co. (*inteso solo hora per comodità ridutto ad 1.ce.*) si può sempre trasmutare in Capitolo d'1 censo, & cose eguale a numero, cioè (*leuando poi communemente il numero, ch'è con l'1.ce. accioche l'1.ce. resti solo*) in simplice Capitolo d'1.ce eguale a numero. Che il numero eguale all'1.ȥ, sarà sempre euello, che resta a cauare il numero della Equatione dal quad. della mità del numero delle co. & trouato in questo Capitolo simplice il valore della cosa, che sarà sempre la ℞. del numero a che è eguale l'1.ȥ. Essa valuta gionta, ò cauata dalla mità del numero delle co. così la somma, come il restante sarà il valore della co. nel Capitolo principale d'1.ȥ, & numero eguale a cose.

Che per essempio hauendo 1.ȥ p̃ 16. Eguale a 10.co. Perche sappiamo la valuta della cosa,

potere

1.z p̄ 16. Eguale a 10.co
5
5
25
1.z p̄ 16. Eguale a 25.
1.z. Eguale a 9.
1.co. Eguale a 3.

5 & 3 — somma 8
5 cauato 3 — resta 2
Però 8.& anco 2.può valere la cosa.

1.z p̄ 25. Eguale a 10.co.
5
5
25
1.z p̄ 25. Eguale a 25
1.z. Eguale a 0
1.co. Eguale a 0

5 & 0 — somma 5
5 cauato 0 — resta 5
Però 5. ouero 5. cioè 5. vale la cosa.

1.z p̄ 35. Eguale a 10.co.
5
5
25
1.z p̄ 34. Eguale a 25
1.z p̄ 9. Eguale a 0.
Conuerria cauare 9. da ciascuna banda, accioche l'1.z restasse solo, ma da 0. non si può cauare cosa alcuna, però l'Agguagliamento è irresolubile.

potere essere ciascuna delle due parti del 10. numero delle co. che moltiplicate insieme produchino 16.numero della Equatione;& per trouare esse parti, ponẽdosi, che l'vna sia la mità del 10. cioè 5.& 1.co.di più,& l'altra 5.m̄.1.co che cosi moltiplicato 5.p̄ 1.co.via 5.m̄.1.co.fa 25.m̄.1.z, & questo deue essere 16.però 25.m̄.1.ce.è eguale a 16.& leuato il m̄ 1.z,cioè giunto 1.z,communemente si hà 25.eguale a 1.z p̄ 16.& leuato 16.da ciascuna parte si hà 1.z,eguale a 9. Vediamo che questo 9.al quale sempre è eguale l'1.z, è sempre il numero, che deriua a cauare il numero, della Equatione (*che hora è 16.*) dal quad. della mità del numero delle co. (*che hora è 25.*) & la sua rad. (*che hora è 3.*) è il valore della co.in questo Capitolo simplice di z,eguale a numero qual valore è da giongere,& cauare alla mità,& dalla mità del numero delle co.della Equatione (*qual mità hora è 5.*) & ne nascono le due parti del numero delle co. (*quali parti hora sono 8.& 2.*) che moltiplicate insieme producono il numero della Equatione,& perciò possono essere ciascuna d'esse il valore della co. nel Capitolo proposto di z, & uum, eguale a co.che hora è 1.z p̄ 16 eguale a 10 co.

Hora accioche lo studẽte vegga come nelli Casi,ò domãde,che si fanno, si adoprino questi Capitoli,& come si operi per risoluere,ò rispondere ad essi casi,ò domande, se ne daranno li seguenti Essempij.

Diuidasi 10. in due parti tali, che a moltiplicare la mità della prima per il terzo, ò vogliamo dire terza parte della seconda, il prodotto sia eguale alla prima, ò vogliamo dire sia quanto la prima.

Ponasi la prima essere 1.co. che perciò la seconda sarà il resto sino a 10. cioè sarà 10. m̄ 1.co; la mità della prima è $\frac{1}{2}$.co.la terza parte,ò il terzo della seconda è $3\frac{1}{3}$.m̄ $\frac{1}{3}$. co. & questi moltipli-

prima 1. co. seconda 10. m̄ 1. co.
$\frac{1}{2}$.co. $3\frac{1}{3}$.m̄ $\frac{1}{3}$.co.
pdotto $1\frac{2}{3}$.co.m̄ $\frac{1}{6}$.z. Eguale a 1.co.
$1\frac{2}{3}$.co. Eguale a $\frac{1}{6}$.z p̄ 1.co.
$\frac{2}{3}$.co. Eguale a $\frac{1}{6}$.ce.
$\frac{2}{3}$. Eguale a $\frac{1}{6}$.co.
4. Eguale a 1.co.
La cosa vale 4. però la prima parte posta 1. co.sarà 4. & la seconda sarà il restante sino a 10.cioè sarà 6.

Proua.
prima 4. seconda 6.
la mità è 2. il terzo è 2.
Il loro prodotto è 4. ch'è quanto la prima.

Ouero.
prima 1.co. seconda 10.m̄ 1.co.
la mità è 1.ce.esimo di 2.il terzo è 10.m̄ 1.co.esimo di 3.
prodotto 10.co.m̄ 1.ce.esimo di 6. Eguale ad 1.co.
10.co.m̄ 1.ce. Eguale a 6.co.
4. Eguale a 1.co.
La co.vale 4.però la prima parte posta 1.co.sarà 4. & la seconda il resto sino a 10.co.cioè sarà 6.

cati fra loro producono $1\frac{2}{3}$.co. m̄ $\frac{1}{6}$.ce. il che douendo essere quanto la prima, che si è posta 1. co. sarà eguale ad 1.co. Onde leuato il m̄.cioè giunto $\frac{1}{6}$.ce. a ciascuna parte, si hauerà $\frac{1}{6}$.ce.p̄ 1.co.eguale a $1\frac{2}{3}$.co.& leuato 1.co. communemente si hauerà $\frac{1}{6}$. ce. eguale a $\frac{2}{3}$. co. Et hora per abbassare queste dignità Algebratiche, accioche si peruenga da qualche parte a num.libero da dignità Algebratica, partiremo ciascuna delle due quãtità p 1.co & ne verrà $\frac{1}{6}$.co.eguale a $\frac{2}{3}$. Onde partito $\frac{2}{3}$.per $\frac{1}{6}$.num.delle co. ne viene 4.però 1. cosa sarà eguale a 4.ò vogliamo dire valerà 4. Sapendo dunque,che la co.vale 4.diremo, che la prima parte,quale fù posta 1.co sarà 4.& la seconda,che fù posta il restẽte sino a 10 cioè 10.m̄ 1.co. sarà il restante sino a 10. cioè 10. m̄ 4. ch'è 6. Et ben si vede,che a moltiplicare 2. mità della prima

prima 4.via 2.terzo della ſec. 6.produce 4.ch'è quanto la prima. Ancora hauendo poſto le due parti del 10.eſſere la prima 1.co. & 10.m̃ 1.co. la ſeconda. Pigliando la mità della prima, ſi potria dire ella eſſere 1.co.eſimo di 2.ſcriuendola in forma di rotto, che per numeratore habbi l'1.co.da partire, & per denominatore il 2. partitore. Et pigliando il terzo della ſeconda ſi potria ſimilmente dire, ch'è 10.m̃ 1.co eſimo di 3. Et moltiplicatile inſieme al modo de' rotti, cioè il numeratore, via il numeratore, & il denominarore, via il denominatore, il prodotto ſaria 10. co.m̃ 1.ce.eſimo di 6. Et queſto prodotto douendo eſſere quanto la prima, ſaria eguale a 1.co. Onde per leuare la forma del rotto, moltiplicando ciaſcuna d'eſſe due quantità, cioè 10.co.m̃ 1.ce.eſimo di 6. Et 1.co.per il denominatore del rotto, cioè per 6.ſe ne produrria 10.co. m̃ 1.ce. eguale a 6.co.& però per venire a Capitolo particolare, gionto 1.ce. (*ch'è il m̃*) & leuato 6. co. (*poiche in ciaſcuna delle due quantita vi ſono co. & le 6.co. ſono il minor numero d'eſſe co.*) da ciaſcuna parte ſi haueria 4.co. eguali ad 1. ce. & hora partito ciaſcuna d'eſſe due quantità per 1.co. ne verria 4 eguale ad 1.co.& però la co.valeria 4 perilche 4.ſaria la prima parte, & 6.la ſeconda. Et in queſto modo potremo operare, ſe ci piacerà, in ſimili occorrenze.

ſeconda 1.co.	prima 10.m̃ 1.co.	
$\frac{1}{3}$.co.	5 m̃ $\frac{1}{2}$.co.	
prodotto loro 1 $\frac{2}{3}$.co.m̃ $\frac{1}{6}$.ce.	Eguale a 10. m̃ 1.co.	
2 $\frac{1}{3}$.co.	Eguale a 10.più $\frac{1}{6}$.ce.	
16.co.	Eguale a 1.ce.più 60.	
8		
8	8	8
64	2	2
cauato 60	ſomma 10	reſta 6
reſta 4	Però 10. ouero 6.vale la co.	
la rad è 2		

Et ſe nel cercare le due parti del 10. tali, che a moltiplicare la $\frac{1}{2}$. della prima, via l'$\frac{1}{3}$.della ſeconda, ſe ne produca la prima, haueſſimo poſto la ſeconda eſſere 1.coſa, & la prima 10.m̃ 1.co.che moltiplicato la $\frac{1}{2}$. della prima per l'$\frac{1}{3}$. della ſeconda, cioè $\frac{1}{3}$.co.per 5.m̃ $\frac{1}{2}$.co. produce 1 $\frac{2}{3}$.co.m̃ $\frac{1}{6}$.ce. queſto douendo eſſere quanto la prima, ſaria eguale a 10.m̃ 1.co.onde riſtorando li m̃; con il giongere $\frac{1}{6}$.ce. & 1.co. a ciaſcuna parte, haureſſimo 2 $\frac{2}{3}$.co. eguale a 10. più $\frac{1}{6}$.ce.& & riducendo ad 1.ce.haureſſimo 16. co. eguali a 1.ce. più 60. Onde con queſta poſitione ſareſſimo peruenuti al Capitolo di ce. & numero eguale a co. però conforme alla ſua regola da 64.quad.della mità del numero delle co cauato 60.numero della Equatione, che reſta 4.& d'eſſo 4.preſa la ℞.ch'è 2. queſto 2. gionto ad 8.mità del numero delle co. ſaria 10.ouero queſto 2.cauato da 8.mità del numero delle co.reſtaria 6.perilche 10. ouero 6. ſaria il valore della co. Che ſe pigliaremo 10.l'1.ce.più 60.ſarà 100.più 60. cioè 160. & anco le 16. co. fanno l'iſteſſo 160. Et pigliando 6. 1.ce. più 60. ſaria 36. più 60. cioè 96. & anco le 16.co.fanno l'iſteſſo 96. Ma perche queſta ſolutione hà da ſeruire, a fare di 10.due parti tali, che a moltiplicare la $\frac{1}{2}$.della prima, per l'$\frac{1}{3}$. della ſeconda, facci quanto la prima; Se poneſſimo la co. valere 10.all'hora la ſeconda poſta 1.co.ſaria 10.& la prima poſta 10.m̃ 1.co.ſaria 10. m̃ 10.cioe 0. ch'e niente. Et ſe bene a moltiplicare l'$\frac{1}{3}$.di 10.prima via la $\frac{1}{2}$.di 0.ſeconda, cioe 3 $\frac{1}{3}$.via 0.fa 0.ch'e la prima, non perciò queſta e conueniente diuiſione, perche non ſi verria a fare di 10.due parti altrimenti (*come ſi vuole*) dando tutto il 10 alla ſeconda. Onde ſi douerà dire, che la co. vale 6. & che perciò la ſeconda parte, poſta 1.co. ſia 6. & la prima poſta 10.m̃ 1.co.cioe il reſto ſino a 10.ſia 4.accioche l'$\frac{1}{3}$.di 6.via la $\frac{1}{2}$.di 4.cioe 2.via 2.facci 4.prima parte. Però notiſi, che ſe bene nel Capitolo di ce.& numero eguale a co.la co.può hauere due valute; che hora hauẽdo 1. ce. più 60. eguale a 16.co. può valere 10. & anco può valere 6. Nondimeno riſpetto alli caſi, ò domande, nella ſolutione delli quali interuiene, ò ſi adopra eſſo Capitolo di ce. & numero eguale a co.non e neceſſario, che ciaſcuna delle due valute della co. trouate in eſſo Capitolo, ſiano a propoſito per riſpondere ad eſſe domande, ma l'vna di loro ſeruirà ben ſempre quando però la poſitione fatta conuenga al queſito propoſto, cioe, che il ſuppoſito, che ſi fa in eſſa non repugni al poſſibile. Che come nel preſente caſo, ò domanda del fare di 10. due parti tali, che a moltiplicare la $\frac{1}{2}$.della prima, via l'$\frac{1}{8}$.della ſeconda, produca la prima nella ſolutione del quale, ci ſiamo ſeruiti del Capitolo di ce. & numero eguale a co. vediamo, che ſe bene quanto all'Agguagliatione d'1.ce.più 60. eguale a 16.co.la co può valere 10 & anco 6.nondimeno, quanto alla riſpoſta da darſi, ella non valerà ſe non 6.accioche la ſeconda parte del 10.ſia 6.& la prima 4. Ne ſi dirà, che ella vagli 10.perche all'hora vna parte, cioe la ſeconda, ſaria tutto il 10.& l'altra ſaria 0. cioe niente, il che non e riſpoſta conueniente a tal domanda.

Et ſe nel cercare le due parti del 10.tali, che il dutto della $\frac{1}{2}$.della prima, via l'$\frac{1}{3}$. della ſeconda, produce la prima, conſideraſſimo ſe elle poſſono eſſere eguali, cioe ſe ciaſcuna d'eſſe poſſa eſſere la mità del 10.all'hora potreſſimo ponere l'vna eſſere 5.& l'altra 5. che la mita di 5. via l'$\frac{1}{3}$.

di 5. via l'$\frac{1}{3}$. di 5. cioè $\frac{5}{2}$. via $\frac{5}{3}$. fa $\frac{25}{6}$. il che non è eguale a 5. che saria la prima parte; perilche vediamo, che le due parti del 10. tali come si ricerca, non possono essere eguali fra loro; Onde douendo essere ineguali, potremo ponere, che l'vna sia la mità del 10. & 1.ꝶ di più, & l'altra sia il resto, cioè l'altra mità del 10. & 1.ꝶ di manco, che così trouando quanto vale 1. cosa; sapremo quanto più di 5. sia l'vna, & però quanto manco di 5. sia l'altra. Hora sia la prima 5. p̃ 1.ꝶ, & la seconda 5. m̃ 1.ꝶ, che la mità della prima, via l'$\frac{1}{3}$. della seconda, cioè 5. p̃ 1.ꝶ esimo di 2. via 5. m̃ 1.ꝶ esimo di 3. produrrà 25. m̃ 1.ʒ esimo di 6. & questo (*douendo essere quanto la prima posta 5. p̃ 1.co.*) sara eguale a 5. p̃ 1.ꝶ; & per venire all'Agguagliamento facile, leuaremo la forma del rotto, moltiplicando ciascuna delle due quantità per il denominatore, ò nominatore, che haueremo 25. m̃ 1.ʒ. eguale a 30. p̃ 6.ꝶ, & hora giunto 1.ʒ, & leuato 22 da ciascuna parte, haueremo o. eguale a 5. p̃ 6.co. p̃ 1.ʒ, cioè niente, eguale a qualche cosa (*& 1.ce. p̃ 6.co. p̃ 5. è qual che cosa, perche oltre che il 5. num. è qualche cosa, significando 5. & non se ne hauendo a detrahere cosa alcuna, perche in essa quantità nõ vi è parte alcuna segnaea co'l m̃; anzi perche così 1.ce. come le 6.co. sono segnate co'l più, vi si deuono aggiungere, & sappiamo la co. essere, ò significare qual che quantità, perche ella è quello in che ciascuna delle due parti deue essere differente dalla mità del 10. che sappiamo esse due parti douere essere ineguali*) il che è impossibile; perilche conosciamo essere impossibile la positione adoprata; ch'è stata ponendo la prima parte essere 5. p̃ 1.co Cioè così conosciamo, che la prima parte non può eccedere 5. mità del 10. ma che ella deue essere minore di 5. Onde per vedere di quanto ella sarà minore, poneremo che esso quanto in che deue essere minore sia 1.co. & che perciò ella sia 5. m̃ 1.co che la seconda sarà il resto sino a 10. cioè 5. p̃ 1.co. & il dutto della mità della prima, nell'$\frac{1}{3}$. della seconda, cioè di 5. m̃ 1.co. esimo di 2. via 5. p̃ 1.co. esimo di 3. sarà 25. m̃ 1.ʒ esimo di 6. & questo douendo essere quanto la prima, sarà eguale a 5. men. 1.co. onde leuando il rotto, cioè moltiplicando ciascuna delle due quantità per il denominatore, haueremo poi 25. men. 1.ʒ, eguale a 30. m̃ 6. co. & leuando il m̃, cioè giongẽdo 1.ʒ, & 6.co. a ciascuna parte haueremo 25. più 6.co. eguale a 30. più 1.ʒ, & leuando il 25. (*numero minore da ciascuna parte haueremo 6. co. eguale a 1. ce. p̃ 5. Et in questo Agguagliamento di cose, eguale ad 1. ce. & numero cauato il numero 5. da 9. quad. della mità del numero delle co. resta 4. la rad. del che è 2. qual 2. gionto a 3. ò cauato da 3. mità del num. delle cosa 5. ouero 1. però 5. ouero 1. potrà valere la co. (che quãto al 5. le 6. co. sono 30. & l' 1. ce. p̃ 5. è 25. p̃ 5. cioè anch'egli 30. Et quanto all' 1. le 6. co. sono 6. & l' 1. ce. p̃ 5. è 1. p̃ 5. cioè 6. anch'egli.*) Onde se ci vorremo seruire del 5. diremo che la prima parte del 10. posta 5. m̃ 1.co. sarà 5. m̃ 5. cioè o. & la seconda parte posta 5. più 1.co. sarà 5. più 5. cioè 10. ma questa risposta non è conueniente, perche vna parte saria o. & l'altra saria tutto il 10. cioè il 10. non veria a diuidersi altrimenti in due parti, però non douiamo seruirci del 5. per valore della co. ma dell' 1. che così 5. m̃ 1.co. saria m̃ 1. cioè 4. & 5. più 1.co. sarà 5. più 1. cioè 6. & però la prima parte del 10. si dirà essere 4. & la seconda 6.

prima 5. p̃ 1.co. seconda 5. m̃ 1.co.

5. p̃ 1.co. esimo di 2. 5. m̃ 1.co. esimo di 3.

prodotto 25. m̃ 1.ʒ, esimo di 6. Eguale a 5. p̃ 1. co.

25. m̃ 1.ʒ. Eguale a 30. p̃ 6.co.

o. Eguale a 1.ʒ p̃ 6.co. p̃ 5.

Ouero.

$2\frac{1}{2}$. p̃ $1\frac{1}{2}$.co. via $1\frac{2}{3}$ m. $\frac{1}{3}$.co.

prodotto $4\frac{1}{6}$. m̃ $\frac{1}{6}$.ʒ. Eguale a 5. p̃ 1. co.

o. Eguale a $\frac{1}{6}$.ʒ p̃ 1.co. p̃ $\frac{5}{6}$.

prima 5. m̃ 1.co. seconda 5. più 1.co.

5. m̃ 1.co. esimo di 2. 5. più 1.co. esimo di 3.

prodotto 25. m̃ 1.ʒ esimo di 6. Eguale a 5. m̃ 1.co.

25. m̃ 1.ʒ. Eguale a 30. m̃ 6.co.

6.co. Eguale a 1.ʒ più 5.

3	3	3
3	2	2
9	somma 5	resta 1

cauato 5 — 5. uero 1. vale la cosa.

resta 4

la R̷. è 2

5. meno 1.co. sarà 5 meno 5. cioè o. per la prima.

5. più 1.co sarà 5. più 5. cioè 10. per la seconda.

Il che non è da dirsi. Ma diremo.

5. men. 1.co. essere 5. men. 1. cioè 4. per la prima.

5. più 1.co. essere 5. più 1. cioè 6. per la seconda.

Et notisi, che se bene hora poniamo, che la prima parte del 10. sia 1.ꝶ, & hora che ella sia la mità del 10. cioè 5. più 1.co. ouero m̃ 1.co. noi potiamo ponere, che ella sia qual altra quantità si vogli, cioè, ò 3.co. ò 10.co. ò $\frac{1}{2}$.co. ò 3. più 1.co ò 7. m̃ 1.co. ò 6. m̃ 4.co. ò altro a beneplacito; che nel l'Agguagliamento, ò trouaremo il valore della co. ò conosceremo, che la positione fatta non possa seruire; bene è vero, che per non fare positione a caso; si suole farla in maniera, che la opera-

tione sia facile,& conueniente la domanda;& sempre,che facci a proposito,si suol ponere la cosa, che si cerca essere 1.co. Ouero quando si tratta di diuidere vna quantità in due parti tali, che il prodotto d'esse,ò che la operatione deriuante da esse sia d'vna quantità data si suol ponere,che l'vna parte sia la mità più 1.co. & l'altra parte sia l'altra mità d'essa quantità m̃ 1.co.

4. 6. | 4. 6.
$\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. | $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{2}$.
2. via 2. A | 1 $\frac{1}{3}$. via 3.
prodotto 4. | prodotto 4.

Notisi, che di due quantità, tanto si produce a moltiplicare l'vna parte della prima,via vn'altra parte della seconda, quanto a moltiplicare l'vna parte della seconda, via vn'altra parte della prima. Gome per essempio di 4.& 6. tanto fa a moltiplicare l'$\frac{1}{2}$. di 4. via l'$\frac{1}{3}$.di 6.quanto a moltiplicare l $\frac{1}{3}$.di 4.via l'$\frac{1}{2}$.di 6.cioè tanto fa a moltiplicare 2.via 2. che fa 4. quanto a moltiplicare 1$\frac{1}{3}$.via 3.che fa pur 4.perche da 2.mità di 4.ad 1 $\frac{1}{3}$.terza parte dell'istesso 4.è quella conuenienza,ch'è da $\frac{1}{2}$.a $\frac{1}{3}$.(*essendo 2.& 1 $\frac{1}{3}$.la 1 $\frac{1}{2}$.& l'1 $\frac{1}{3}$.d'vna istessa quantita 4.*) & da 3.mità di 6.a 2.A, terza parte di 6. è la medesma conuenienza, ch'è da $\frac{1}{2}$.a $\frac{1}{3}$.(*essendo 2.& 3. A.medesmamente l'$\frac{1}{2}$.& l'$\frac{1}{3}$.d'vna istessa quantita 6.*) Onde da 2.ad $\frac{1}{3}$. essendo la conuenienza istessa,ch'è da 3.a 2.A. Considerando queste quattro quantità 2.1 $\frac{1}{3}$. 3. 2. A. essere tali,che la conuenienza della prima 2.alla seconda 1$\frac{1}{3}$.è come dalla terza 3. alla quarta 2.A. ne segue (*come si è mostrato nel nostro Trattato della Regola del Tre*) che il prodotto della prima 2. nella quarta 2.A. sia eguale al prodotto della seconda 1$\frac{1}{3}$. nella terza 3. Ma la prima, & la quarta di queste quattro, sono sempre l'vna parte della prima, & l'vn'altra parte della seconda delle due principali quantità proposte. Et la terza,& seconda di queste quattro,sono sempre l'vna parte della seconda,& l'vn'altra parte della prima delle medesime due principali quantità proposte, però è chiaro,che tanto è il prodotto dell'vna parte della prima, via vn'altra parte della seconda, quanto è il prodotto dell'vna parte della seconda, via l'vn'altra parte della prima.

prima 4. più 1.co. | seconda 6.men.1.co.
2.più $\frac{1}{2}$.co. | 2.men.$\frac{1}{3}$.co.
prodotto 4.più $\frac{1}{3}$.o.men.$\frac{1}{6}$.z. Eguale a 4.più 1.co.
o. Eguale a $\frac{1}{6}$.z, più $\frac{2}{3}$.co.

Et se nel cercare le due parti del 10. tali, che la $\frac{1}{3}$. della prima, via l'$\frac{1}{3}$.della seconda, produca la prima, haueressimo posto a caso, la prima essere 4. più 1. co. che perciò la seconda saria 6. men. 1. co. all'hora la $\frac{1}{2}$. della prima, via l'$\frac{1}{3}$. della seconda,cioè 2.più $\frac{1}{2}$.co via 2.men.$\frac{1}{3}$.co.faria 4.più $\frac{1}{3}$.co.men.$\frac{1}{6}$.z; & questo douendo essere quanto la prima,saria eguale a 4.più 1.co.onde gionto $\frac{1}{6}$.z,a ciascuna parte, & leuatone 4. & $\frac{1}{3}$.co.si haueria $\frac{1}{6}$.z più $\frac{2}{3}$.co. Eguale a o. Dalche si conosce,il valore della co. essere niente; poiche acciò, che $\frac{1}{6}$.z, più $\frac{2}{3}$.co. sia eguale a o. cioè sia niente;conuiene,che la co.vagli niente; Onde la prima parte, posta 4.piu 1.co. sarà 4.piu o. cioè 4.& la seconda posta 6.men.1.co.sarà 6. men.o.cioè 6. Si poteua anco dire,che nella operatione detta si vede, che il prodotto 4. più $\frac{1}{3}$. co.men.$\frac{1}{6}$.z,è minore di 4.piu 1.co.posto essere la prima parte; perche 4. è eguale a 4. ma $\frac{1}{3}$.co. men.$\frac{1}{6}$.z,è minore,cioè non arriua ad 1.co.ò vogliamo dire (*& è l'istesso*) che $\frac{1}{3}$.co.non arriua a 1.co.piu $\frac{1}{6}$.z. Onde non arriuando esso prodotto alla prima parte, è segno, che essa prima parte non è tanto grande, quanto si è posto che ella sia; cioè non può essere, ò arriuare a 4.piu 1. co. ò vogliamo dire ella non può passare 4. perche all'hora ella soprabondaria il prodotto delle parti dette. Onde si potrà ponere,che essa prima parte sia 4.men.1.co. & però la seconda 6.piu più 1.co.che così il dutto della mità di 4.men.1.co.via l'$\frac{1}{3}$.di 6.più 1.co.cioè di 2. men.$\frac{1}{2}$.co. via 2.piu $\frac{1}{3}$.co.sarà 4.men.$\frac{1}{3}$.co.men.$\frac{1}{6}$.z;il che douerà essere eguale alla prima,cioe a 4.men.1.co: Onde leuati li meno,& 4.da ciascuna banda haueremo $\frac{2}{3}$.co.eguale ad $\frac{1}{6}$.z,& schisato, ò partito per $\frac{1}{6}$.co.haueremo 4.eguale a 1.co.perilche la co.valerà 4. onde la prima posta 4. men.1.co. sarà 4.men.4.cioe o.& la seconda posta 6.piu 1.co.sarà 6. più 4. cioe 10. ma il dire, che la prima e niente, & la seconda e 10. non si conuiene, perche il 10.cosi non si viene a diuidere in due parti come si ricerca; perilche conosciamo, che ne anco questa positione ci può seruire, cioe, che la prima non può essere 4. men.1. co. ò vogliamo dire, che la prima non può essere 4. manco qualche cosa. Et perche vedesimo,che ella non poteua ne anco essere 4.piu 1.co.cioe 4.piu qualche cosa,si conosce,che douerà essere 4. precise, essendo la seconda il resto fino a 10. cioe 6.

prima 4.men.1.co. | seconda 6.più 1.co.
2.men.$\frac{1}{2}$.co. | 2.più $\frac{1}{3}$.co.
prodotto 4. men.$\frac{1}{3}$.co. men.$\frac{1}{6}$.z. Eguale a 4. men.1. co.
$\frac{2}{3}$.co. Eguale a 6.z.
$\frac{2}{3}$. Eguale a $\frac{1}{6}$.co.
Però 1.co.valeria 4.
4. meno 1.cosa, cioe 4.meno 4. ch'e o.sara la prima.
6.più 1.cosa, cioe 6.più 4. ch'e 10.sarà la seconda.

Et nositisi, che da questa positione sola di 4.m̃ 1.✢, per la prima parte, nõ conosciamo la ✢ valere o. come dalla superiore di 4.p̃ 1.✢, & perciò non potiamo dire la prima essere 4. m̃ o. cioè 4. & la seconda 6.p̃ o. cioè 6. & di quì hauere le due parti reali del 10. come da quella di 4, p̃ 1. cosa. Ma habbiamo vn'altra cõclusione che non ci può seruire, concludẽdo la ✢ valere 4. che perciò la prima saria o. & la seconda 10. Onde auertasi bene, che nel ponere diuersamente, alle volte si trouano diuerse risposte, delle quali alcuna sarà finta, ò non seruirà come in questa, & alcuna potrà essere reale, & seruire, come nella superiore, quale se bene parea inutile, vedendosi hauere ʒ, & ✢ eguali a niente, ci serui nõdimeno a trouare le due reali parti del 10. che si domandano.

prima 2.p̃ 1.✢. seconda 8. men. 1. co.
1.p̃ $\frac{1}{1}$.✢, $3\frac{2}{3}$. men. men. $\frac{1}{3}$ ✢.
prodotto $2\frac{2}{3}$. p̃ 1.✢. men. $\frac{1}{6}$.✢. Eguale a 2. p̃ 1. ✢
$\frac{2}{3}$. Eguale a $\frac{1}{6}$.✢
4. Eguale a 1.ʒ
2. Eguale a 1.✢
cioè la ✢ valerà 2.
5. più 1.✢ sarà 2. piu 2. cioè 4. per la prima.
8. men. 1.✢ sarà 8. men. 2. cioè 6 per la seconda.

Et se ci fusse parso di ponere, che la prima delle due parti del 10. fusse 2. piu 1 co. la seconda saria 8. m̃ 1.✢, onde la mità della prima, via l'$\frac{1}{3}$. della seconda, cioè 2. piu 1. co. esimo di 2. via 2. m̃ 1.✢ esimo di 3. produrrà 16. più 6.✢ m̃ 1. ʒ esimo di 6. il che doueria essere eguale a 2. p̃ 1.✢, che si pose essere la prima, onde accommodando le parti della Egguagliatione, haueressimo 4. eguale ad 1. ✢, & però la ✢, ch'è R̸. d'1.ʒ, valerebbe 2. ch'è la R̸. di 4. perilche la prima posta 2. p̃ 1.✢, saria 2. piu 2. cioè 4. & la seconda posta 8. men. 1.✢, saria 8. m̃ 2. cioè 6.

Et dicendosi, Diuidasi 10. in due parti tali, che il prodotto loro sia quanto il quintuplo della prima. Se poneremo la prima essere poniamo 6. piu 1.✢, & però la seconda 4. m̃ 1.✢; il lor prodotto 24. m̃ 2.✢ m̃ 1.ʒ, sarà eguale a 30. piu 5.✢; Onde accomodati li m̃, & leuato 24. da ciascuna parte, haueremo 6. piu 7. co. piu 1.ʒ, eguale a o. cioè 6. piu 7.✢, piu 1, ʒ, douerà essere niente, il che è impossibile (*che doue interuiene numero libero, cioè sciolto da denominatione Algebratica, esso numero libero, ch'è sempre qualche cosa, cioè ch'è sempre quanto egli significa, non può essere eguale a niente. Possono bene li numeri delle dignità Algebratiche, ò vogliamo dire denominati da dignità Algebratiche siano quanti, & quali si voglino, essere eguali a niente, ò significare niente, perche può la cosa valere niente, & consequentemente il censo, etc. che perciò quante co. & ce. &c. si voglino sariano sempre niente*) di quì dunque vediamo essere impossibile, che la prima parte del 10. sia 6. piu 1. co. Et se voremo vedere se ella deue essere piu, ò manco di 6. consideraremo, che non arriuando il prodotto di dette due parti, cosi poste al quintuplo della prima, poiche 24. men. 2. co. men. 2. ʒ, e minore di 30. p̃ 5. co. ne segue, che il quintuplo della prima, & però essa prima non può essere tanto grande come si pone, perche egli sopra auanzaria il prodotto detto, & noi vogliamo, che gli sia eguale; onde vediamo, che la prima non può essere piu di 6. Questo medesimo conosceremo ancora, cioe la prima parte del 10. non potere essere più di 6. considerando, che quando ella douesse essere piu di 6. all'hora la co. aggiunta al 6. nella positione seruirebbe per trouare quel piu, poiche venendo alla Equatione, ò Agguagliamento, si trouaria il valore della co. quale giõto al 6. formaria la prima parte. Ma ella ne anco può essere 6. cioe arriuare a 6. perche haueressimo trouato il valore della cosa, douere essere niẽte, & perciò 6. piu 1. co.

ponasi la prima 2. piu 1, ✢. La seconda 8. men. 1. ✢
prodotto 16. piu 6.✢ men. 1.ʒ. Eguale a 10. piu 5.✢.
6. piu 1.✢. Eguale a 1.ʒ.
$\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{2}$. fa $\frac{1}{4}$. & giontoli li 6. fa $6\frac{1}{4}$.
la R̸. è $2\frac{1}{2}$. che giontoli $\frac{1}{2}$. fa 3. per il valore della co.
però 2. piu 3. cioè 5. sarà la prima.
& 8. men. 3. cioe 5. sarà la seconda.

ponẽdo la prima 2. piu 4.✢ La secõda saria 8. m̃ 4.✢.
prodotto 16. piu 24. men. 16.ʒ, Eguale a 10. piu 20.✢.
6. piu 4. co. Eguale a 16, ʒ.
2
2
4
6. via 6. fa 96
100. la R̸. e 10. giontoli 2. fa 12. partito per 16. numero delli ʒ, ne viene $\frac{3}{4}$. & questo e il valore della ✢, però la prima posta 2. piu 4.✢, sarà 2. piu 3. cioe 5.
& la seconda posta 8. men. 4. co. sarà 8. men. 3. cioe 5.

prima 6. m̃ 1.✢. seconda 4. piu 1. co.
prodotto loro 24. piu 2. co. m̃. 1.ʒ. Eguale a 30. m̃. 5.✢
7. co. Eguale a 1.ʒ piu 6.
$3\frac{1}{2}$. via $3\frac{1}{2}$. fa $12\frac{1}{4}$. cauatone 6
resta $6.\frac{1}{4}$. la R̸. e $2\frac{1}{1}$. che gionta, & cauata a $3\frac{1}{2}$. fa 6. ouero 1. però 6. ouero 1. valera la co.

essere 6.piu o.cioè 6.precise. Ella sarà mãco di 6.che per trouarlo, ponẽdo questo mãco di 6.esse-
re 1.co.cioè la prima parte del 10.essere 6.men.1.co. & però la seconda 4.piu 1.co.il loro prodot
to 24.piu 2.co.men.1.ƶ,sarà eguale a 30.men.5.co.quintuplo della prima. Onde accomodati li
men.& leuato 24. da ciascuna banda, haueremo 7.co. eguale a 6. piu 1.ƶ. Et seguendo la Re-
gola di questo Capitolo, vedremo la co. poter valere 6.ouero 1, & però quel manco,cioè quello
in che la prima parte a minore di 6.detto, saria 6.ouero 1. che pigliando il 6 ella saria 6. men.6.
cioè o.il che non fa a nostro proposito;ma pigliando l'1.ella saria 6.men.1.cioe 5.& però la secon
da parte saria il resto fino a 10. ch'e 5.

Et se ponessimo la prima parte del 10. essere 5.piu 6.co.& perciò la seconda 5.men.6.co.il lo-
ro prodotto 25.men.36.ce.saria eguale a 25.piu 30.co.onde accomodato il men.& leuato 25.da
ciascuna parte, haueressimo o. eguale a 36.ce.piu 30. co. perilche vediamo la co. douer valere
niente. Onde la prima parte posta 5. piu 6.co. sarà 5.piu 6.volte o. cioe 5.& la seconda posta 5.
men.6.co.sarà 5.men.6.volte o. cioe sarà 5.anch'ella. Et ben si vede, che il prodotto loro 25. e
quintuplo alla prima 5.

Et se hauessimo posta la prima parte del 10. essere 5. piu 1.co. & però la sec. 5.men. 1.co.il loro
prodotto 25.men.1.ce.saria eguale a 25.piu 5.co.quintuplo della prima, onde ridotta la Aggua-
gliatione a parti libere da meno,& da numero,ò quantità communi,cioe accomodato il men. &
leuato 25.da ciascuna banda,haueressimo 1.ce.piu 5.co.eguale a o. & però la co. verria a valere
similmente niente,onde 5.piu 1.co.saria pure 5.piu o.cioe 5.per la prima parte,& 5.men.1.cosa,
saria pure 5.men.o.cioe 5.per la seconda.

Et ponendosi la prima parte essere 5.m̃ 1.co.& la seconda 5.p̃ 1.ŧ, il loro prodotto saria 25.m̃
1.ƶ,& però eguale a 25.m̃ 5.ŧ,quintuplo della prima,onde accomodati li m̃,& leuato 25. da cia-
scuna banda,haueressimo 5.ŧ, eguale a 1.ƶ.& schisato, ò partito per 1.ŧ,si haueria 5.eguale a ŧ;
cioè la ŧ,valeria 5. Onde la prima posta 5.m̃ 1.ŧ,saria 5.m̃ 5.cioè o,& la seconda posta 5.p̃ 1.ŧ,
saria 5.p̃ 5.cioè 10. La qual solutione vediamo non essere a proposito nostro, & da essa non po-
tersi hauere construtto alcuno

Ma se poneremo (*come è sempre ben fatto per espedirsene subito, in questi casi doue non sap-
piamo delle due parti da farsi del 10.dato, se quella che hà da mostra e lo Agguagliamento nel-
la operatione, che si fa di lei, sia per essere maggiore, ò minore della mità del 10.dato*) (la prima
essere 1.co.& però la seconda 10.men.1.co. (*che quando si dicesse simplicemente; Diuidasi 10.
dato in due parti tali, che il loro prodotto, ò la* $\frac{1}{2}$*.ò li* $\frac{2}{3}$*.ò il doppio del lor prodotto, ò simil: sia vn
determinato numero, ò quantità (cioè che non sia necessitato ad hauere particolare conuenien-
za con la prima, ò con la seconda d'esse parti*) all'hora sarà espediente il ponere l'vna essere la
mità del 10.dato p̃ 1.co. & l'altra la mità del 10.dato m̃ 1.ŧ,) all'hora il prodotto loro 10.ŧ m̃ 1.
ƶ,saria eguale a 5.ŧ, quintuplo della prima, onde accomodato il m̃, & leuato 5.ŧ da ciascuna
banda, haueremo 5.ŧ, eguali a 1.ƶ, & schisato, ò partito ciascuna quantità per 1.ŧ, si hauerà 5.
eguale a 1.ŧ;& però la ŧ valerà 5.onde la prima parte posta 1.ŧ, sarà 5. & la seconda posta 10.m̃
1.ŧ,sarà 10.m̃ 5.cioè 5.anch'ella.

prima 1.ŧ. seconda 10.m̃ 1.ŧ.
prodotto 10.ŧ m̃ 1.ƶ. Eguale a 50.m̃ 5.ŧ.
15.ŧ. Eguale a 1.ƶ p̃ 50.
$7\frac{1}{2}$.via $7\frac{1}{2}$.fè $56\frac{1}{4}$. Cauatone
50. resta $6\frac{1}{4}$. la rad.è $2\frac{1}{2}$. quale
giõta,& cauata a $7\frac{1}{2}$.fa 10.oue-
ro 5.però 10 ouero 5.vale la ŧ.

Et se hauessimo detto. Diuidasi 10. in due parti
tali, che il prodotto loro sia quintuplo alla seconda.
Ponendo la prima essere 1.ŧ,la secõda saria 10.m̃ 1.
ŧ, & il loro prodotto 10.ŧ men.1.ƶ, saria eguale a
50.men.5.ŧ, quintuplo della seconda, onde acco-
modati li men. haueremo 15.ŧ, eguale a 50.p̃ 1.ƶ,
però in questo Capitolo di ŧ,eguale a ƶ,& numero,
che può hauere due valute diuerse della ŧ,vedremo
che ella valeria 10.ouero 5. che se pigliaremo il 10.
la prima parte posta 1.ŧ, saria 10. & però la seconda saria niente, il che non fa a proposito; ma
pigliando il 5. la prima parte posta 1.ŧ, saria 5. & però la seconda, saria 5.anch'ella, come biso-
gna. Ma notisi, che in questa domanda, che il dutto delle parti del 10. sia quintuplo alla secon-
da, è ben fatto a ponere, che questa seconda (*cioè la nominata a fare la operatione, ò Aggua-
gliamento che occorre*) sia l'1.ŧ, & però la prima 10. men. 1.ŧ; che cosi il prodotto loro 10.ŧ,
meno 1.ƶ, sarà eguale a 5.ŧ, quintuplo della seconda,& però 5 cose, sarà eguale a 1.censo, & pe-
rò 5. eguale a 1.cosa. Onde la co. valerà 5.cioè la seconda sarà 5. & la prima il resto fino a 10.
ch'è pure 5.

Diuidasi 38. in due parti tali, che al quadrato dell'vna, gionto 6. facci quanto a moltiplicare
l'altra per la mità dell'vna.

Ponasi l'vna, cioè la prima. Et l'altra cioè la seconda.

38. m̃ 1. x.

1. x. via $\frac{1}{2}$. x.

però 1. z p̃ 6. sarà Eguale a 39. x. m̃ $\frac{1}{2}$. z

$1\frac{1}{2}$ z. p̃ 6.

1. z. p̃ 4.

19. x.

$12.\frac{2}{3}$. x.

$6\frac{1}{3}$.

via. $6\frac{1}{3}$.

fa $40\frac{1}{9}$.

cauato 4.

resta $36\frac{1}{9}$. che fa ℞. è ℞. $36\frac{1}{9}$.

quale gionta, ò cauata a $6\frac{1}{3}$. la somma, è restante mostraria il valore della x, onde la x, & però la prima parte posta 1. x, sarà $6\frac{1}{3}$. p̃ ℞. $36\frac{1}{9}$.

ouero. $6\frac{1}{3}$. m̃ ℞. $36\frac{1}{9}$.

Et però la seconda parte sarà

$31\frac{2}{3}$. m̃ ℞. $36\frac{1}{9}$.

ouero. $31\frac{2}{3}$. p̃ ℞. $46\frac{1}{8}$.

Esperimẽto che le due parti del 38. siano come si domanda pigliãdo per

pri. $6\frac{1}{3}$. p̃ ℞. $36\frac{1}{9}$.

$6\frac{1}{3}$. p̃ ℞. $36\frac{1}{9}$.

$40\frac{1}{9}$. 5 $36\frac{1}{9}$. cioè

quad. d'lla pri. $76\frac{2}{9}$. p̃ ℞. $36\frac{1}{9}$. volte $12\frac{2}{3}$.

giontoli 6

somma. $82\frac{2}{9}$. p̃ ℞. $36\frac{1}{9}$. via $12\frac{2}{3}$.

Et pigliando per

prima $6\frac{1}{3}$. m̃ ℞. $36\frac{1}{9}$.

$6\frac{1}{3}$. m̃ ℞. $36\frac{1}{9}$.

$40\frac{1}{9}$. p̃ $36\frac{1}{9}$. cioè

quad. d'lla pri. $76\frac{2}{9}$. m̃. ℞. $36\frac{1}{9}$. volte $12\frac{2}{3}$.

giontoli 6

somma. $82\frac{2}{9}$. meno rad. $36\frac{1}{1}$. volte $12\frac{2}{3}$.

Et per seconda. $31\frac{2}{3}$. m̃ ℞. $36\frac{1}{9}$.

mità della prima $3\frac{1}{6}$. p̃ ℞. $9\frac{1}{3}6$.

95

$5\frac{5}{1\,8}$.

$100\frac{1}{1\,8}$. m̃ $18\frac{1}{1\,8}$. cioè

$82\frac{2}{9}$. & ℞. $38\frac{1}{9}$. volte $12\frac{2}{3}$.

è il prodotto, quale è bene eguale alla somma trouata.

Et per seconda. $31\frac{2}{3}$. p̃ ℞. $36\frac{1}{9}$.

mità della prima. $3\frac{1}{6}$. m̃ ℞. $9\frac{1}{3}\frac{}{6}$.

prodotto. $82\frac{2}{9}$. meno ℞. $36\frac{1}{9}$. volte $12\frac{2}{3}$. quale è bene eguale alla somma trouata.

Et così vediamo, che la domanda può hauere due risposte, cioè potiamo dire, che delle due parti del 36. tali come si cerca.

La prima sarà $6\frac{1}{3}$. p̃ ℞. $36\frac{1}{9}$. Et la seconda $31\frac{2}{3}$. m̃ ℞. $36\frac{1}{6}$. Ouero che

La prima sarà $6\frac{1}{3}$. m̃ ℞. $36\frac{1}{9}$. Et la seconda $31\frac{2}{3}$. p̃ ℞. $36\frac{1}{9}$.

Di qui conosciamo, che in questo Caso; nel Capitolo di x. Eguali a z, & numero. Ciascuna delle due valute della x, fà a proposito, cioè che la prima parte del 38. può essere o. $6\frac{1}{3}$. p̃ ℞. $36\frac{1}{9}$. ch'è vna valuta della x, ouero $6\frac{1}{3}$. m̃ ℞. $36\frac{1}{9}$. ch'è l'altra valuta.

Et se delle due parti del 38. hauessimo posto essere la prima 19. p̃ 1. x. Et la seconda 19. m̃ 1. x. Vedressimo ch'è il quad. solo della prima da se, senza giongerli il 6. saria maggiore del prodotto della seconda, via la mità della prima, perche esso prodotto, nasce da minori quantità moltiplicate fra loro, che non sono quelle da che nasce il quad. della prima, perilche conosciamo essere impossibile, che la prima sia più di 19. mità del 38. cioè maggiore della seconda.

prima 19. p̃ 1. x.

19. p̃ 1. x.

quad. della prima 361. p̃ 38. x. p̃ 1. z.

giontoli 6

somma 367. p̃ 38. x. p̃ 1. z. Eguale a $180\frac{1}{2}$. m̃ $\frac{1}{2}$. z.

$186.\frac{1}{2}$. p̃ 38. x, p̃ $\frac{1}{2}$. z. Eguale a o.

Seconda. 19. m̃ 1. x.

mità della prima. $9\frac{1}{2}$. p̃ $\frac{1}{2}$. x.

prodotto. $180\frac{1}{2}$. m̃ $\frac{1}{2}$. z.

In questo Agguagliamento, se solamente la quãtità di dignità Algebratica, cioè le 38. x. p̃ $1\frac{1}{2}$. censi, sola fusse eguale a o. si diria essa quantità essere niente, & pero la x, valere niente, & perciò 19. p̃ 1. x, & 19. m̃ 1. x, essere eguali fra loro, essendo 19. p̃ o. quanto 19. m̃ o. Ma perche ancora vi è il numero assoluto, ò libero $186\frac{1}{2}$. che insieme con detta quantità deue essere eguali a o. si vede che la positione è impossibile, cioè essere impossibile, che la prima parte del 38. sia 19. ò più; poiche è impossibile, che alcun numero assoluto come

co, come hora $186\frac{1}{2}$. sia eguale a o. cioè che importi niente. Onde conuiene variare positione, ponendo che la prima parte sia manco di 19. 1. ɫ. Ouero che ella sia 1. ɫ.

Ponendosi la prima. 19. m̄ 1. ɫ.
19. m̄ 1. ɫ.
quad. della prima. 361. m̄ 38. ɫ p̄ 1. ȥ.
giontoli 6.
somma. 367. m̄ 38. ɫ. p̄ 1. ȥ.
$186\frac{1}{2}$ p̄ $\frac{1}{2}$. ȥ.
3. ȥ p̄ 373.
1. ȥ p̄ $124\frac{1}{3}$.

Et la seconda 19. p̄ 1. ɫ.
$9\frac{1}{2}$. m̄ $\frac{1}{2}$. ɫ.
prodotto. $180\frac{1}{2}$. m̄ $\frac{1}{2}$. ȥ.
Eguale a $180\frac{1}{2}$. m̄ $\frac{1}{2}$. ȥ.
Eguale a 38. ɫ.
36. ɫ.
$25\frac{1}{3}$. ɫ.
$12\frac{2}{3}$.
$12\frac{2}{3}$.
$160\frac{4}{1}$.
cauato. $124\frac{1}{3}$.
resta. $36\frac{1}{9}$. che la ℞. è ℞. $36\frac{1}{9}$. Et questa gionta, ò cauata a $12\frac{2}{3}$. mità del numero delle ɫ, fa $12\frac{2}{3}$. piu ℞. $36\frac{1}{9}$ Ouero $12\frac{2}{3}$. m̄ ℞. $36\frac{1}{9}$. che l'vno, ò l'altro sarà il valore della ɫ. però la prima parte posta 19. m̄ 1. ɫ. sarà 19. m̄ $12\frac{2}{3}$. più ℞. $36\frac{1}{9}$. cioè $6\frac{1}{3}$. m̄ ℞. $36\frac{1}{9}$. Ouero sarà 19. (m̄ $12\frac{2}{3}$. m̄ ℞. $36\frac{1}{9}$.) cioè $6\frac{1}{3}$. più ℞. $36\frac{1}{9}$. Et la seconda parte sarà il resto sino a 38. cioè $31\frac{2}{3}$. più ℞. $36\frac{1}{9}$. Ouero $31\frac{2}{3}$. m̄ ℞. $36\frac{1}{9}$.

Diuidasi 38. in due parti tali, che al quadrato della prima gionto $180\frac{1}{2}$. la somma sia quanto a moltiplicare la seconda per volte $1\frac{1}{2}$. la prima.

Ponasi la prima.
1. ɫ.
1. ɫ.
1. ȥ più $180\frac{1}{2}$.
$2\frac{1}{2}$. ȥ più $180\frac{1}{2}$.
5. ȥ più 361.
1. ȥ più $92\frac{1}{5}$.

la seconda.
38. m̄ 1. ɫ.
$1\frac{1}{2}$. ɫ.
57. ɫ m̄ $1\frac{1}{2}$. ȥ.
57. ɫ.
114. ɫ.
$22\frac{4}{5}$. co.
$11\frac{2}{5}$.
$11\frac{2}{5}$.
121.
$8\frac{4}{5}$. $\frac{4}{2 \cdot 5}$.
$119\frac{2}{2}\frac{4}{5}$.
cauato $72\frac{1}{5}$.
resta. 57. $\frac{1}{2}\frac{9}{5}$.
1444.
38. quinti
54
$7\frac{3}{5}$.

$11\frac{5}{6}$.　$11\frac{2}{5}$.
$7\frac{3}{5}$.　$7\frac{3}{5}$.
19. Ouero $3\frac{4}{5}$. vale la co.

però la prima posta 1. ɫ. sarà 19. ouero $3\frac{4}{5}$. & la seconda sarà 19. ouero $34\frac{1}{5}$.

Essendo la prima 19. il suo quad. è 361. che giontoli $180\frac{1}{2}$. fà $541\frac{1}{2}$. Ancora la seconda 19. moltiplicata via volte $1\frac{1}{2}$. la prima, cioè via $28\frac{1}{2}$. fa similmente $541\frac{1}{2}$.

prima $3\frac{4}{5}$. seconda $34\frac{1}{5}$.
$3\frac{4}{5}$.　via　$5\frac{7}{10}$.　$239\frac{2}{5}$.
il quad. è $14\frac{1}{2}\frac{1}{5}$.　171.
gionto. $180\frac{1}{2}$.　$23\frac{4}{5}\frac{7}{10}$.
fa $194\frac{4}{5}\frac{7}{10}$. produce $194\frac{4}{5}\frac{7}{10}$. come bisogna.

Qui conosciamo, che ciascuna delle due valute della co. serue al nostro caso, & che perciò egli hà due risposte.

Et di più vediamo, che con la proposta conditione il 38. viene a potersi diuidere in due parti ineguali, & anco in due parti eguali.

Et ponendosi la prima
38. m̄ 1. co.
38. m̄ 1. co.
1444. m̄ 76. co. piu 1. ȥ.
$180\frac{1}{2}$.
$1624\frac{1}{2}$. m̄ 76. co. piu 1. ȥ.
$1624\frac{1}{2}$. piu $2\frac{1}{2}$. ȥ.
5. ȥ piu 3248
1. ȥ piu $649\frac{4}{5}$.

Et la seconda.
1. co.
57 m̄ $1\frac{1}{2}$. co.
57. co. m̄ $1\frac{1}{2}$. ȥ.
133. co.
266. co.
$53\frac{1}{5}$. co.
$26\frac{3}{5}$.
$26\frac{3}{5}$.
$707\frac{1}{5}\frac{9}{2 \cdot 5}$.
cauato. $649\frac{4}{5}$.
resta $57\frac{1}{2}\frac{9}{5}$.
la sua ℞ è $7\frac{3}{5}$.

$26\frac{3}{5}$.　$26\frac{3}{5}$.
$7\frac{3}{5}$.　$7\frac{3}{5}$.
$34\frac{1}{5}$. ouero 19. vale la cosa, però la seconda quantità posta 1. co. sarà $34\frac{1}{5}$. ouero 19. Et la seconda $3\frac{4}{5}$. ouero 19.

Et da queste due operationi conosciamo, che tanto resulta a ponere la prima 1. cosa, & la seconda il resto sino a 38. quanto a ponere la seconda 1. cosa, & la prima il restante sino a 38. poiche con ciascuna di dette due positioni si troua ciascuna delle due valute della cosa.

Et se

Et se poneremo la prima 19.piu 1.co. Et la seconda 19.men.1.co.

19.piu 1.co. via $28\frac{1}{2}$.piu $1\frac{1}{2}$.co.

il suo quad.è 361.piu 38.co.piu 1.Ꝫ.
giontoli $180\frac{1}{2}$.

fa $541\frac{1}{2}$.piu 38.co.piu 1.Ꝫ. $541\frac{1}{2}$.men.$1\frac{1}{2}$.Ꝫ.

38.piu $2\frac{1}{2}$.Ꝫ. Eguale a o.però la co vale o.

onde la prima parte posta 19.piu 1.co.sarà 19.piu o.cioè 19.& la seconda posta 19.meno 1.co.sarà 19.men.o. cioè 19. Et cosi vediamo, che esse parti saranno eguali.

Et ci accorgiamo come altroue si è detto, che quando alcuna quantità di dignità Algebratich'è eguale a o.non si deue dire la agguagliatione essere impossibile, ma che la detta quantità è niente,& però la co ò il Ꝫ, ò altra simile positione essere, ò valere quanto niente. La impossibilità de Casi, ò Agguagliamenti si mostra bene, ò si conosce, quando non si può vsare, ò adoprare quella regola, che dà il Capitolo, ò nel non poter cauare il num. dal quad. della mità del numero delle co.quãdo ciò si douesse necessariamente fare, ò in simil modo;ò da l'hauere finalmẽte qualche numero sciolto,ò libero eguale a niente. Et anco da questa operatione conosciamo,che se bene il quesito può hauere due risposte, noi ne trouiamo solamente vna, ch'è il dire, che la prima parte è 19. piu o.cioè 19. come la seconda;ma non ci accorgiamo,che la prima può ancora essere $3\frac{4}{5}$. cioè manco della mità del 38. perche ponendo la prima essere 19. piu 1. co. supponiamo,ch'ella sia la mità almeno di 38.cioè almeno 19.& però non potiamo da questa operatione conoscere,che anco può essere manco di 19. Onde è ben fatto quando ci vogliamo accorgere se le parti possono essere eguali, & anco ineguali (*non lo sapendo in altro modo*) ponere che l'vna, ò prima parte sia 1.cosa, & l'altra,ò seconda sia il rimanente.

4.piu ℞ L 24.meno 20 co. ⅃. Eguale a 6.co.
℞ L.24.meno 20.co ⅃. Eguale a 6.co.meno 4.
24.meno 20.co. Eguale a 36.ce.meno 48. co.piu 16.
8.piu 28.cose. Eguale a 36.Ꝫ
$\frac{2}{9}$.piu $\frac{7}{9}$.cose. Eguale a 1.Ꝫ.

somma. $\frac{121}{324}$. la ℞ è $\frac{11}{18}$. gionta a $\frac{8}{18}$ mità del numero delle co. fa 1. però 1.è il valore della co. Onde 1.è il numero cercato.

Et ponendo la prima 19.meno 1.cosa. Et la seconda 19.più 1.cosa.

19 meno 1.cosa. $28\frac{1}{2}$.meno $1\frac{1}{2}$.cose.

il quad.è 361.meno 38.co piu 1.Ꝫ.
giontoli $180\frac{1}{2}$.

fa $541\frac{1}{2}$.meno 38.co.piu 1.Ꝫ. Eguale a $541\frac{1}{2}$.meno $1\frac{1}{2}$.Ꝫ.

$2\frac{1}{2}$.Ꝫ. 38.co.
5.Ꝫ. 76.co.
1.co. $15\frac{1}{5}$. Cioè la co.vale $15\frac{1}{5}$.però la prima posta 19.meno 1.co.sarà $15\frac{1}{5}$.cioè $3\frac{4}{5}$. & la seconda $34\frac{1}{5}$.

Qui il valore della co. viene solo ad vn modo, & però non si vede il quesito hauere due risposte.cioè dal 38, potersi fare diuersamente due parti tali come si ricerca. Se bene con altra positione habbiamo visto.che anco può hauere vn'altra risposta, cioè che la prima parte può essere 19.& la seconda 19.cioè ciascuna di loro la mità di 38. Et ci accorgessimo delle due risposte, quando ponessimo la prima parte 1.co.perche la co.può valere,& la mità del 38. & più, & manco secondo che comporta il quesito. Ma qui ponendo la prima parte 19. men. 1. co. già supponiamo, che la prima parte deue essere minore di 19. & però trouiamo essa prima parte solo in quel caso quando è minore di 19.ma non ci accorgiamo se può anco essere 19. ò più, come nella positione d'1.co. Però auertasi bene,che quando le due parti da farsi non sono necessariamente ineguali (*cioè che anco possono essere eguali*) all'hora per auedersene si ponerà (*come s'è detto*) l'vno essere 1.co.& l'altra il restante.

Et questo tutto si è detto accioche lo studente vada acquistando pratica,& accortezza in queste operationi.

Trouisi vn numero, che moltiplicato per 20. & il prodotto cauato da 24. & alla radice del

restante gionto 4. facci quanto la moltiplicare quel numero per 6.

Ponendo che il numero da trouarsi sia 1.co. moltiplicato psr 20. farà 20. co. & questo cauato da 24.restarà 24.men.20.co.& alla sua ℞ ch'è ℞ L 24.men.20.co.˥ giõto 4.fa 4.piu ℞ L 24.men. 20.co.˥ & questo sarà eguale al prodotto di detto numero 1.co. via 6. cioè a 6.co. Onde accioche per commodità ℞ L ˥,resti sola,cauaremo il 4.accompagnatoli da ogni banda,& haueremo ℞ L.24.men.20.co.˥,eguali a 6.co.men.4. Et hora moltiplicando in se stessa ciascuna di queste due quantità, haueremo 24.men.20.co.eguali a 36. ᴢ men.28.co.piu 16.& accomodati li meno, haueremo 8.piu 28.co.eguale a 36.ᴢ,& ridutto a 1. ᴢ (*partendo ciascuna delle due quãtità per 36.numero delli censi*) haueremo 1.ᴢ,eguale a $\frac{2}{9}$.piu $\frac{7}{9}$.co. Onde hora (*come insegna la regola di questo Capitolo di ce. eguale a co. & numero*) al quad.di $\frac{7}{18}$. mità del numero delle cose, quad.è $\frac{49}{324}$.gionto $\frac{72}{324}$.ch'è il $\frac{2}{9}$,numero,fa $\frac{121}{324}$.& di questo preso la ℞ ella è $\frac{11}{18}$. alla quale gionto $\frac{7}{18}$. mità del numero delle co.fa 1.& questo 1.è il valore della co.però il num. cercato, che fù posto 1.co. sarà 1. Et ben si vede, che questo numero 1.moltiplicato per 20. che fa 20.& questo 20.cauato da 24.che resta 4.& alla sua rad.ch'è 2.gionto 4.fa 6.qual 6.è a pũto quãto il prodotto di detto numero 1.via 6.qual prodotto è pur 6. Hora notisi,che hauendo detto nel superiore agguagliamento, che 8. piu 28. co. era eguale a 36.ᴢ, conosciamo, che anco la rad. dell'vna quantità sarà eguale la rad. dell'altra, cioè alla rad. di 36.ᴢ, ch'è 6.co. sarà eguale rad. L 28.co.piu 8.˥ ma alle medesime 6.co. era anco da principio eguale questa quantità 4. piu

Posto che il numero da trouare sia 1. cosa, & operando come ricerca il quesito haueremo.

rad.L 28.co.piu 8.˥. Eguale a 4. piu rad. L 24. meno 20.co. L.
4. piu rad. L 24. meno 20.co. ˥.

28.co.piu 8 — a 16.piu 24.men.20.co.piu rad.L.24.men.20.co.˥ 8.volte.
48.co.men.32 — a rad.L.24.men.20.co.˥ 8.volte.
2304. ᴢ meno 3071. co. piu 1024. — Eguale a 24. men.20.co. 64. volte.
cioè a 1536.men.1280.co.
2314.ᴢ — 512. piu 1792.co.
288.ᴢ — 64. piu 224.co.
36.ᴢ. Eguale a 8.piu 28.co.
1.ᴢ. a $\frac{2}{9}$.piu $\frac{7}{9}$.co. Però la cd.come di sopra vale 1.
Et 1.à il numero cercato.

rad.L 24.men.20.co.˥ però all'istesso 4.piu rad. L 24.men.20.co. ˥ douerà essere eguale la rad.L 8.piu 28.˥. Onde di qui potremo formare il presente quesito.

Trouisi vn numero,che moltiplicato per 20.& il prodotto cauato da 24. & alla rad.del restante gionto 4. facci quanto a moltiplicare quel numero per 28. & al prodotto giongere 8. & della somma pigliare la rad. Et questo numero douerà essere il medesimo 1. detto di sopra, & però per trouario mediante la regola d'Algebra, ponendo ch'egli sia 1.co. trouaremo che la co. come di sopra vale 1.

Hora noti lo studente,che nell'Algebra di Rafael Bombello a cbrte 251.è scritto. Agguagli 4.piu rad.L 24.men.20.co.˥.a 2.co. Et si conclude,che la co.vale 1. Ma di sopra, noi agguagliassimo la medesima quantità a 6.co.& trouassimo pure la co.valere 1. Onde se la istessa quãtità è eguale a 6.co.& anco a 2.co.& che cosi nell'vno agguagliamento come nell'altro, la co.vagli 1.ne segue che 6.co.& 2.co.cioè 6.& 2.siano eguali fra loro; il che è impossibile. Ma noi sappiamo certo, che essa quantità può essere eguale a 6.co. valendo la co.1.perche 24.men.20.co.è 24.men.20.co.cioè 4.del qual 4.la rad.è 2.che gionto a 4.fa 6.& questo 6.è bene quãto 6.co. cioè 6.volte 1.che fa pur 6. Et valendo pure la co.1.& perciò essendo 4.piu rad.L 24.men.20.co.˥ necessariameute 6. non può essere eguale a 2.co. che sariano solamente 2. volte 1. cioe 2. perilche nella agguagliatione del Bombello e impossibile,che la co.vagli 1. Ne più d'1.può valere, perche se valesse poniamo 1$\frac{1}{5}$.all'hora la rad.L 24.men.20.co.˥ saria rad.L 24.men.24. ˥ cioe o però 4.piu rad.L 24.m̃20.co.˥,saria 4.piu o.cioe 4.il che superaria le 2.co.dell'altra parte,quali valeriano solo $\frac{2}{5}$. Et se ponessimo, che la co.valesse piu d'1$\frac{1}{5}$.poniamo 2.all'hora la rad. L 24. men.20.co.˥ saria rad.L 24.men.40.˥ cioe da 24. conuerria cauare 40. il che e impossibile, & se alcuno dicesse esso 24.men.40.significare men.16.all'hora la rad.di men.16.insieme con il 4.(*& ponansi pure insieme come si vogli*) alteraria esso 4.si che douentaria,ò maggiore, ò minore di 4.& però 4.piu rad. L 24.men.co.˥, verria ad essere più, ò manco di 4. Onde non saria eguale al 4.che doueria essere il valore delle 2.co. Ne mãco d'1.può valere, perche se valesse poniamo $\frac{1}{2}$.

all hora

all'hora le 2 co.nõ arriuariano pure di valore al 4.non che a 4.& a rad.L 24.men.20.co.ꞁ di più, che saria pure qualche cosa da aggiũgere al 4. Conosciamo dunque lo agguagliamẽto detto di 4. piu rad.L 24.m̄20.co.ꞁ. Eguale a 2.co. posto dal Bombello essere impossibile; ma perche pure si vede risoluto; Sappisi che l'inganno occulto in essa resolutione consiste, nel dire nel progresso dello agguagliamento, che rad.L 24.men.20.co.ꞁ, è eguale a 2.co.men.4. Et si può conoscere considerando, che a volere, che 2.co.men.4.siano qualche cosa, come si vede essere la ℞ L ꞁ, a che è eguale, conuiene che la co. vagli piu di 2. accioche da 2.co.cauato il 4. resti qualche cosa, ma valẽdo la co.piu di 2.le 20.co.valeranno piu 40.onde 24.men.20.co.sarà 24.men.piu di 40.il che è absordo, che da 24. non si può cauare piu di 40. douendo restare qualche cosa; però si vede, che non può piu rad. L 24. men. 20. co. ꞁ, essere eguale a 2. co. men. 4. Et consequentemente (*gionto 4. a ciascuna parte*) non potrà 4. piu rad. L 24. men. 20. co. ꞁ essere eguale a 2. cose. Onde il seguire a moltiplicare in se stessa la rad.L ꞁ, & anco le 2.co.men.4. & poi dire, che però 24.meno 20.co. sia eguale a 4. ʒ men.16.co. piu 16. è superfluo, & in questo caso non è tanto il dire rad.L 24.men.20.co.ꞁ. eguale a 2.co.men.4.quanto è dire 24.men.20.co.eguale a 4.ʒ men. 16.co.piu 16. Et l'inganno è, che se bene in questo caso la rad.di 24.men.20. co.è rad.L 24. men. 20.co.ꞁ, non è che poi la rad. di 4.ʒ meno 16. co. piu 16. nel medesmo caso sia 2.co. men.4. anzi ella è 4.meno 2.cose; perche così 4.men.2.co.come rad. L 24.men.20.co. ꞁ, significano 2.valendo la co.1. così come i loro quadrati, 24.meno 20.cose; & 4.ʒ men.16.co.piu 16.significano ciascuno di loro 4. valendo la co.1. come s'è detto. Et però auertasi bene, che non potendo vna quantità hauere se non vna sola rad. & in quelli trinomij, di ʒ, cose, & numero, doue le co.sono meno; parendo che ne habbino due, conuiene che noi consideriamo quale di quelle due è a proposito nel nostro caso, per trouare il vero valore della cosa; & all'hora lassare l'altra; Che se alcuno dicesse le dette due radici essere eguali fra loro (*come è necessario, quando la quantita di che si dicono essere radice, è vna istessa*) & che di piu tanto vale la co.nell'vna, come nell'altra, egli verria a dire, che tanto fusse 2.co.men.4. quanto 4.men.2.co. Onde gionto 2.co.a ciascuna banda si haueria 4.co.m̄ 4.eguale a 4. & hora gionto 4. a ciascuna banda si haueria 4.co. eguale a 8.cioè così a 2.co.m̄ 4.come a 4.men.2.co.gionto 2.co.piu 4.si haueria 4.co. eguale a 8.& però la co.valeria 2. Si che 2.co.men.4.sariano 4.men.4.cioè niente. Et anco 4.men.2.co.saria 4.men. 4.cioè pure 0. Onde vediamo, che a volere, che in quelle due radici, la co.habbi vna istessa valuta, conuiene che ciascuna d'esse sia 0. & che il lor quad.sia 0. & che le 2.co.siano similmente 0. & che il 4 piu rad.L 24.meno 20.co. ꞁ, al quale esse 2.co. si poneno eguali sia pur 0. il che massime è inconueniẽte, perche 4.da se, è qualche cosa, & giontoli qualche cosa, come è la rad.L ꞁ, accresce ancora più, & quando la ℞ L ꞁ, fusse niente, il 4.da se resta pur 4. Et a volere che esso 4. si annulli, ò douenti 0.conuiene leuarne 4.& però la piu rad.L 24 meno 20.co.ꞁ, conuerria che significasse men.4.accioche con il 4.si formasse vna quantità, che significasse 4.men.4. cioè 0. il che tutto è inconueniente, & impossibile. Et quanto alla rad.L.24.men.20.co.ꞁ, valendo la co.0.ella saria rad.L.24.men.0.ꞁ, cioè ℞ 24.& così 4.piu ℞ L.24.men.20.co.ꞁ, significaria 4 piu ℞ 24. Però conuiene, che chi vuole essere dotto in questa Scienza sia molto esperto, & accorto, considerãdo le cose a bastanza; poi che si vede, che anco gli huomini molto essercitati, & ingegnosi, alle volte non veggono ogni cosa. Ma per trouar caso doue le 2.co men.4.(*essendo qualche quantità, & non niente*) potessero pigliarsi per radice di 4.ʒ men. 16. co.piu 16. bisognaria supponere la co.valere piu di 2.che così le 2.co. sariano piu di 4. che se ne lieua; però se vorremo supponere, che vagli 3.all'hora le 2.co. della egguagliatione valeranno 6. & per vedere a che quantità di ℞ L ꞁ, oltre al 4.si agguagliano, diremo che da 4.sino a 6.total valore vi è 2. & che perciò conuiene che la rad.L ꞁ, vagli 2.onde se in esse vorremo che stiano ferme le men.20.co. che valerãno men. 60.conuerrà che il num.dal quale esse si cauano sia tale, che cauatone 60. & del restante presane presane la rad.ella sia 2.perilche conuerrà, che detto restante sia 4. & che perciò il num.sia 64.& così haueremo rad.L 64.men.20.co.ꞁ oltre al 4.eguale a 2.co.

4.p̄ ℞ L 64.men.20.co.ꞁ. Eguale a 2. co.
℞ L.64.men.20.co.ꞁ 2.co.men.4.
64.men.20.co. 4.ʒ men.16.co.p̄ 16.
48. 4.ʒ p̄ 4.co.
12. 1.ʒ p̄ 1.co.
$\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{2}$. fa $\frac{1}{4}$. ad $\frac{1}{4}$. gionto il nnmero 12. fa 12 $\frac{1}{4}$. la sua rad.è 3 $\frac{1}{2}$. che cauatone $\frac{1}{2}$.mità del num.delle co.resta 3.però 3.è il valore della cosa.

Et quì, quando si dicesse 64.men.20.co.sono eguali a 4.ʒ men.16.ꝛ piu 16.che ne seguiria la rad.dell'vna quantità essere eguale alla rad.dell'altra, non saria però, che rad.L 64.m̄ 20.co.ꞁ fusse eguale a 4.men.2.co. che può essere rad.di 4.ʒ men.16.co.piu 16. perche accioche 4.men.2.co.sia qualche cosa, conuiene che il 4.vagli più, ò sia maggiore delle 2.co.& che perciò la co.non arriui a 2.onde nella rad. L.64.men.20.co.ꞁ.le 20.co. valeriano manco di 40.che cauato da 64. resta piu di 24. la ℞ del quale è piu di 4, & ꝑche più di 4.è maggiore di 4.

m̄ 2. ϯ, ne segue essere impossibile, che ℞ L 64. m̄ 20. ϯ ⌉ sia eguale a 4. m̄ 2. ϯ. Onde dicendosi. Trouisi vna quantità il doppio della quale cauato da 4. resti tanto quanto sarà la rad. di quello, che resta a cauare il 20. vplo d'essa da 64. Ouero trouisi vna quantità al doppio della quale gionto la ℞ di quello, che resta a cauare il 20. vplo di essa da 64. facci a punto 4. Che cosi ponendo essa quantità essere 1. ϯ, haueremo 4. m̄ 2. ϯ, eguali a ℞ L 64. m̄ 20. ϯ ⌉. Ouero 2. ϯ p̄ ℞ L 64. m̄ 20. ϯ ⌉, eguale a 4. che accioche la ℞ legata resti sola, si ridurrà pure a ℞ L 64. m̄ 20. ϯ ⌉, eguale a 4. m̄ 2. ϯ, che quadrando ciascuna quantità haueremo 64. m̄ 20. ϯ, eguale a 4. ℨ m̄ 16. ϯ p̄ 16. & però finalmente 12. eguale ad 1. ℨ p̄ 1. ϯ, & cosi la ϯ valeria 3. Se dicessimo la quantità cercata essere 3. erraressimo; perche 4. m̄ 2. ϯ, cioè 4. m̄ 6. saria manco di niente; non che ella fusse quantità alcuna; Et ℞ L 64. m̄ 20. ϯ ⌉ saria ℞ L 64. m̄ 60. ⌉ cioè ℞ L 4. ⌉, ch'è 2. quale è qualche cosa, & non può essere eguale 4. m̄ 6. ch'è 2. manco di niente; Et tutto questo nasceria hauendo supposto, che 4. meno 2. ϯ, possa essere ℞ di 4. ℨ m̄ 16. ϯ p̄ 16. accioche questa ℞ sia eguale a 64. m̄ 20. ϯ, il che in questo caso uou può essere; perche se bene a 64. m̄ 20. ϯ, può essere eguale a 4. ℨ m̄ 16. ϯ p̄ 16, valendo la ϯ 3. non è però, che ℞ L 64. m̄ 20. ϯ ⌉, possa essere eguale a 4. m̄ 2. ϯ; ma saria bene eguale a 2. co. men. 4. che in questo caso è la vera ℞ di 4. ℨ men. 16. co. p̄ 16. Onde questa agguahliatione seruirà al caso nel quale occorrà, che ℞ L 64. men. 20. co. ⌉ sia eguale a 2. co. meno 4. Et non doue essa rad. L ⌉, fusse eguale a 4. men. 2. co. che iui saria impossibile; Però siasi accorto.

Auertasi anco, che l'istesso Bombello a carte 262. Nel dare la regola al Capitolo di Censo, & numero eguale a Cose. Doppo l'hauer scritto. Piglisi la mità delli Tanti (*cioè la mità del numero delle cose*) & quadrisi, & del prodotto si caui il numero, & del restante se ne pigli il lato, (*cioè la radice quadra*) & si aggionge, ouero si caua della mità delli Tanti (*cioe della mità del numero delle cose*) e la somma ouer restante sarà la valuta del Tanto (*cioe della cosa*) Segue poi a scriuere.

Ma auuertiscasi, che ne i quesiti alcuna volta (benche di rado) il restante nō serue, ma bene sì la somma sempre. Nondimeno nelli Casi, ò quesiti superiori, & prima doue si è diuiso 10. in due parti tali, che a moltiplicare la $\frac{1}{2}$. della prima, via l'$\frac{1}{3}$. della seconda, se ne produca quanto la prima, nella solutione della quale, ponendo la seconda parte essere 1. cosa, & la prima 10. meno 1. cosa, hauessimo 1. ℨ piu 60. eguale a 16. cose, & però la cosa veniua a valere 10. ouero 6. (*cioe la somma di 2. (radice del 4. nato a cauare il numero 60. dal quadrato della mità del numero delle cose) gionto a 8. mità del numero delle cose, qual somma e 10. Ouero il restante di 2 cauato dal medesimo 8. qual restante e 6.*) vedessimo, che detta somma 10. non serue al nostro quesito, ma solo serue il restante 6. Occorre ancora l'istesso ponendo la prima parte 5. meno 1. cosa, & la seconda 5. più 1. cosa; che riducendosi ad hauere 1. ℨ piu 5. eguale a 6. cose, & però trouando la cosa valere 5. somma; ò 1. restante; il 5. somma non seruì a detto quesito, ma solo seruì l'1. restante. L'istesso occorse nel secondo quesito doue si diuide 10. in due parti tali, che il lor prodotto sia quintuplo alla prima, nel qual quesito, posto che la prima fusse 6. meno 1. cosa, & la seconda 4. piu 1. cosa, & però peruenendosi a 1. ℨ piu 6. eguale a 7. cose, doue per valore della cosa, si trouò 6. & 1. vedessimo, che il 6. somma non seruì al nostro quesito, ma solo seruì l'1. restante. L'istesso ancora auenne nel quesito che seguì, doue si diuide 10. in due parti tali, che il lor prodotto sia quintuplo alla seconda.

Tutto ciò si è detto per auertire lo studente ad essere accorto nel leggere li Scrittori, & massime doue non si sà dimostratione, ò non si mostra la causa delle operationi, ò regole che si danno, perche alcune volte, benche siano molto Eccellenti, & esperti (*per non hauer considerato a bastanza quello che scriuono*) auuiene, che vi si troua qualche cosa, che repugna al vero; & che perciò in essa lo studiente non essendo intieramente accorto pigliarebbe errore, & li basti l'essempio dato nella agguagliatione posta dal Bombello, & quello, che si è detto intorno al potersi seruire della somma, ò restante nel Capitolo di ℨ, & numero eguale a cose; il che se esso Scrittore hauesse alquanto considerato non è dubio, che a noi non restaua fatica di andar cercando più oltre (*& particolarmente se in esso Capitolo il restante serua sempre, ò alle volte solamente (come vediamo auenire della somma, che non serue sempre) nelli Casi; & da che nasca, & quando può solo seruire l'vno, ò l'altro, & quando anco possa seruire l'vno, & l'altro di detti somma, ò restante*) perche questi diuini ottimi ingegni come il Bombello, quando sono attenti a bastanza in vna consideratione, ritrouano tutto quello che vogliono, & che in ciò può dirsi, ò imaginarsi, peruenendo a perfetta dottrina.

Ma

Ma di quanto occorre per intelligenza di questo Capitolo, si scriue a pieno a carte   del nostro Trattato, intitolato. Aggiunta, doue operando per Algebra, si risoluono alcuni quesiti intorno a i Triangoli, & se ne deriuano le regole Aritmetiche, & modo Geometrico.

Hora prego il Lettore, che mi scusi, se in questo Trattato non trouarà quell'ordine, & breuità che si ricerca, & che hauerebbe se io hauessi hauuto le comodità necessarie, che mi è bisognato farlo a poco a poco, con molti intermedij di lungo tempo, oppresso da molte molestie, che mi debilitano la memoria, & offuscano l'intelletto, necessitandomi ancora a ponere quì fine per hora. Potrà poi l'accorto Studente ridurselo in quel breue compendio, che gli tornarà bene. Io mi sono ingegnato procedendo con questo modo naturale, & aprendo la strada a molte considerationi gioueuoli, ridurre lo studente a tal dottrina, che egli possa poi con facilità andar speculando le inuentioni dell'altre operationi, & delle Regole conuenienti alli Capitoli dell'altre dignità Algebratiche, alle quali sarà grandemente atto, quando hauerà bene apprese, & considerate le presenti, & inuentioni d'esse, quali li seruiranno come fondamento, ò base della Scienza, alla similitudine quasi delle quali si possa di continuo andare accrescendo in altezza l'Edificio d'essa, & tutto a gloria di N.S.Dio, & ornamento del Mondo.

Errori occorsi in questa Prima Parte.

Errori.	*Corretioni.*
fac.lin.	
28. 3.nel fi.all'1.cosa.	l'1.cosa.
29. 6.crediamo.	vediamo.
1.cosa.	1.censo.
7.à 34.	a 38.
14.non potere.	non potere essere.
34.169.m̄	169.ma m̄.
36.vedremo	vedremmo
41.si dicesse.	si disse.
30. 7.saria 5.piu 1.cosa.	si leui.
45.piu 10.censi.	102.
49.Eguale,ò m̄ 27.	Eguale à o.m̄ 27.
31.12.pero partito m̄.	però partito.
17.a rad.2.	à rad.2.cose.
32.14.per la Regola.	per Regola.
16.& numero eguale a co.	& numero è eguale a co.
28.fa 9.	fa 8.partitore 5.
33.risguardo all'antecedēte	risguardo ad altra sua antecedente.

A facciate 5.principio dell'opera a righe 6.doppo a Dottrina della cosa, aggiungab, ò Regola della Equatione, ò Restauratione Poiche questa parola Araba Algebra, significa Restauratione, perche giungendo, ò cauando, si restaurano, ò agguagliano le parti, che ci seruono à trouare, o conoscere quello che vogliamo.

IN DEI NOMINE.

AGGIVNTA ALL'ALGEBRA NVMERALE.

SI può hora notare, che se bene ordinariamẽte ne i quesiti, la positione che si suol fare è d'1 ꝛ, ò di ꝛ (*mentre però, che la qualità del quesito non ricercasse altra particolar positione*) noi nondimeno potiamo a beneplacito far la positione in qual si vogli altra sorte di dignità Algebratica, che per essẽpio, quando si disse; Diuidasi 10. in due parti tali, che a moltiplicare la mità della prima, per l'$\frac{1}{3}$. della seconda, il prodotto sia quanto la prima: Noi piacendosi potremo ponere, che la prima sia 1 ƶ, ò 3 ƶ, ò 1 ʒ, ò 1 ✱, ò 4 ✱, ò 1 ƶ p̃ 3 ꝛ, ò 6 ꝛ p̃ 4, ò 12 ꝛ m̃ 8, ò 1 ƶ p̃ 3; ò in somma qual altra quantità si vogli, ò sia dignità simplice, ò composta di molte dignità, ò di dignità, & numero, ò Binomio, ò Residuo, ò simili, cioè congiunte tutte col segno p̃, ò mescolate co'l segno m̃, &c. Ma per hora supponiamo, che si ponesse la prima essere 1 ƶ, & però la secõda 10 m̃ 1 ƶ, che così a moltiplicare $\frac{1}{2}$ ƶ mità della prima, via 3 $\frac{1}{3}$. m̃ $\frac{1}{3}$. ƶ, ch'è l'$\frac{1}{3}$ della seconda, produce 1 $\frac{2}{3}$ ƶ m̃ $\frac{1}{6}$ ✱. Il che deue essere eguale ad 1 ƶ prima, onde accomodato il m̃, & leuato 1. ƶ da ciascuna bãda, haueremo $\frac{2}{3}$. ƶ, Eguale ad $\frac{1}{6}$ ✱, & schifato, ò partito ciascuna parte per $\frac{1}{6}$. ƶ, ne verrà 4. Eguale ad 1. ƶ; perilche il ƶ, valerà 4. Et perche la prima parte fù posta essere 1. ƶ, ella sarà 4. Et la seconda posta 10. m̃ 1. ƶ, sarà 10. m̃ 4, cioè 6.

1. ƶ   10. m̃ 1. ƶ

$\frac{1}{2}$. ƶ, via 3 $\frac{1}{3}$. m̃ $\frac{1}{3}$. ƶ

fa 1 $\frac{2}{3}$. ƶ m̃ $\frac{1}{6}$. ✱. Eguale ad 1. ƶ

Cioè $\frac{2}{3}$. ƶ. Eguale ad $\frac{1}{6}$. ✱

Cioè 4. Eguale ad 1. ƶ

Et se hauessimo posto la seconda parte essere 1. ƶ; & perciò la prima il resto sino a 10. cioè 10. m̃ 1. ƶ, all'hora moltiplicando 5 m̃ $\frac{1}{2}$. ƶ, mità della prima via $\frac{1}{3}$. ƶ, ch'è l'$\frac{1}{3}$. della seconda, produce 1. $\frac{2}{3}$. ƶ, m̃ $\frac{1}{6}$. ✱. Et questo deue essere quanto la prima, però è Eguale a 10 m̃ 1. ƶ, onde accomodati i m̃, si hauerà 2 $\frac{2}{3}$. ƶ. Eguale ad $\frac{1}{6}$. ✱ p̃ 10. Et ridutto ad 1. ✱. qual ✱ è la maggior dignità, che si troua in essa Equatione, partẽdo ciascuna parte per $\frac{1}{6}$. numero delli ✱; haueremo 16. ƶ, Eguale ad 1. ✱ p̃ 60. Ma noi non sappiamo la regola di questa Equatione d'1. ✱, & numero, Eguale a ƶ; perilche giudiciosamente cercaremo di trouarla, & perciò potremo considerare, che; Essendo hora 16. ƶ, Eguali ad 1. ✱, p̃ 60. si vede, che il valore del ƶ, conuiene esser tanto, che preso 16. volte, facci quãto a giungere 60 a quello, che sarà valore dell'1. ✱; ma l'1. ✱, è il quadrato d'1. ƶ, cioè l'1. ✱ è tanto quanto importa il prodotto che nasce a moltiplicare il valore del ƶ, ò d'1. ce. in se stesso; Perilche conuiene che il valore del ce. sia tanto, che moltiplicato per 16. facci quanto a moltiplicarlo in se stesso, & al prodotto giongere 60. Se sapessimo dunque trouare vna quantità, che moltiplicata in se stessa, & al prodotto giunto 60. la somma fusse quanto a moltiplicare essa quantità per 16. ella saria il valore del ce. Ma per trouarla fermiamoci di quello che habbiamo imparato, che per ciò potremo ponere la quantità che si cerca essere 1. ꝛ; il suo quad. è 1. ce. giontoli 60. fa 1. ce. p̃ 60. & questo è eguale a 16. volte 1. ꝛ, cioè a 16. ꝛ; & così siamo peruenuti alla Equatione d'1. ce. & numero, eguale a ꝛ, nella quale sappiamo, che dal quad. della mità del numero delle ꝛ, si caua il numero della Equatione, & la ℞ quadra del restante si giunge, & caua alla mità del numero delle ꝛ, che ciascuno de' dui resultanti è valore della ꝛ; Onde hora; da 64. quadrato di 8. mità di 16. numero delle ꝛ cauaremo 60. numero della Equatione, ch'è con l'1. ce. & resta 4. la ℞ del quale è 2. & questo 2. giunto, & cauato ad 8. fa 10. & 6. che perciò 10. ouero anco 6. può essere il valore della ꝛ (*che con 100. quad. di 10. gionto 60. fa 160. ch'è 16. volte 10. & anco con 36. quad. di 6. gionto 60. fa 96. ch'è 16. volte 6.*) perilche la quantità cercata

10. m̃ 1. ƶ.   1. ƶ

5. m̃ $\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{3}$. ƶ

fa $\frac{5}{3}$ ƶ m̃ $\frac{1}{6}$ ✱. Eguale a 10 m̃ 1 ƶ.

Cioè 2 $\frac{2}{3}$. Eguale ad $\frac{1}{6}$. ƶ p̃ 10.

Cioè 16. ƶ. Eguale ad 1. ✱ p̃ 60.

1. ce. p̃ 60. Eguale a 16. ꝛ

8.

8.

64.

cauisi 60.

resta 4.

la ℞ è 2.

10. Ouero anco 6. vale la cosa.

sarà 10. & anco potrà essere 6. ma questa quantità hà da essere, ò mostrare il valore del ce. nel Equatione di 1.✱ p̃ 60. Eguale a 16.ce. però diremo, che il ce. vale 10. ouero 6. (*che quanto 10. ben si vede, che se 1.ce. vale 10. l'1.✱, valerà 100. (quad. di 10.) & giontoli 60. fa 160. ch'è quanto il valore di 16. censi. Et quanto al 6. ben si vede similmente, che se 1.ce. vale 6. l'1.✱, valerà 36. (quad. di 6.) & giontoli 60. fa 96. ch'è 16. volte 6. cioè è quanto 96. valore delli 16.ce.*) Et così, perche ponessimo, che delle due parti del 10. la seconda fusse 1.ce. hauendo hora trouato il ce. valere 10. ò 6. ella sarà 10. ò 6. Et che perciò l'altra prima parte sarà il restante fino al 10. cioè 0. ò 4. Se bene ci seruiremo delle 6. & 4. perche il 10. & 0. non fà a proposito.

Da questo operare si conosce, che la Equatione d'1.✱ p̃ 60. Eguale a 16.ce si viene a ridurre all'altra Equatione d'1.ce p̃ 60. Eguale a 16.†, Et che il trouare il valore della † in questa è quãto i trouare il valore del ce. in quella; cioè, che quando haueremo 1.✱ p̃ 60. Eguale a 16.ce. si supponga d'hauere 1.ce. p̃ 60. Eguale a 16.†. Et in questa Equatione nota si troui il valore della †, che esso valore della †, qui verrà ad essere il valore del ce. in quella; perilche se ci fusse poi di bisogno trouare anco il valore della † in quella; perche la †, ò 1.†, è ℞ quadra del ce. ò d'1.ce. noi pigliaressimo la ℞ quadra del valore del ce. & essa saria il valore della † in quella Equatione, cioè per essempio dicendo.

Trouisi vna quantità, che il suo quadrato moltiplicato per 16. facci quanto a moltiplicare il suo quad. detto in se medesimo, & al prodotto giongere 60. Noi posta la quantità cercata essere 1.†, il suo qaad. saria 1.ce. che moltiplicato per 16. fa 16.ce. Ancora il quad. d'essa quantità, cioè l'1.ce. moltiplicato in se stesso produce 1.✱; al quale giunto 60. fa 1.✱ p̃ 60. il che saria eguale a 16.ce. Onde in questa Equatione supponẽdo d'hauere non 1.✱ p̃ 60. Eguale a 16.ce. ma 1.ƶ p̃ 60. Eguale a 16.†, ò vogliamo dire, operãdo come se hauessimo 1.ce. p̃ 60. Eguale a 6.† noi moltiplicaremo 8. mità del numero delli 16.ce. in se stesso, che fa 64. dal quale cauaremo 60. numero della Equatione, & resta 4. del quale presa la ℞ quadra, ch'è 2. la giongeremo, & cauaremo ad 8. mità del numero de'ce. & ne resulta 10. & 6. il che nella nostra Equatione di 1.✱ p̃ 60. Eguale a 16. ce. viene ad essere il valore del ce. Cioè 1.ce. vale 10, Ouero anco 6. perilche 1.†, ch'è la ℞ quadra d'1.ce. valerà la ℞ quadra di 10. ouero anco di 6. cioè valerà ℞ 10. ouero ℞ 6. perilche la quãtità cercata posta essere 1.† sarà ℞ 10. Ouero anco potrà essere ℞ 6. Cioè ℞ 10. sarà vna quantità, che il suo quad. qual è ℞ 100 cioè 10. moltiplicato per 16. & fa 160. sarà tanto, quanto a moltiplicare il quad. d'essa quantità in se stesso, ch'è moltiplicare 10. quad. di ℞ 10. in se stesso, cioè 10 via 10. che fa 100. & a questo 100. giongere 60. che fa in somma l'istesso 160. Et anco ℞ 6. è similmẽte vna quantità, che il suo quad. quale è ℞ 36. cioè 6. moltiplicato per 10. & fa 96. sarà tanto quanto a moltiplicare il quad. d'essa quantità in se stesso, ch'è moltiplicare 6. via 6. & fa 36. & a questo 36. giongere 60. che fa in somma l'istesso 96.

Et così si vede la Regola del trouare il valore della † nell'Equatione d'1.✱, & numero Eguale a ce. potere essere questa.

Quando 1.ce. & numero sono Eguali a ce. Dal quad. della mità del numero de'ce si caui il numero della Equatione, & la ℞ del restante si giunga, & caui èlla mità del numero de'ce che ciascuno delli dui resultanti sarà valore del ce. Et di ciascuno d'essi dui resultanti si pigli la ℞ quadra, che ciascuna di loro mostrarà, ò sarà il valore della †.

Et se accompagnaremo li ce. al numero, restando l'1.✱ da sè, ò se accompagnaremo li ce. al l'1.✱, restando il numero da sè, cioè se haueremo ce. & numero, Eguale ad 1.✱. Ouero se haueremo 1.✱, & ce. Eguali a numero, facendosi le medesime consideratio i vedremo che (*alla similitudine della superiore*) Nella Equatione di ce. & numero Eguali ad 1.✱, si trouarà il valore del ce. nel modo istesso, che si troua se hauessimo †, & numero Eguali a ce. Et nella Equatione di 1.✱, & ce. Eguall a numero si trouarà il valore del ce. nel modo istesso, che se hauessimo 1.ce. & †. Eguale a numero.

In altro modo ancora potressimo andar cercãdo la Regola alle tre Equationi di 1.✱, ce. & numero accompagnatine dui di loro nelli tre diuersi modi, che posono accompagnarsi, che sono 1.✱. Eguale a ce. & num. ce. Eguale ad 1.✱, & num. & num. Eguale ad 1.✱, & ce. Poiche hauẽdo già conosciuto per quello, che si disse nel Trattato dell'Algebra a carte 2. circa al mezo della prima facciata, Che la notitia del valore della †, si hauera sempre che si riduca la Equatione a solo †. Eguale a numero, il che nelli tre Capitoli; ò Equationi di ce. †, & numero agguagliati fra loro si vidde potere auuenire mediante l'accomodare le due parti della Equatione, in modo che si posa pigliare la ℞ quadra di ciascuna d'esse, & così venir riducendo li ce. a †, cioè ridurre la Equatione a dignita Algebratiche più base; noi ancora nelle Equatioui doue occorrono ✱, ce. & numero, tẽtaremo l'istesso modo, Che perciò, ripigliata la Equatione d'1 ✱ p̃ 60. Eguale a 16. ƶ, sappiamo, che l'1.✱ si può ridurre ad 1.ce. pigliandone la sua ℞, che sara 1.ce. ma perche il 60.

accom-

accom agnato all'1.✱, è puro numero, la ℞ del quale è medesmamente puro numero, vediamo che doue interuenga numero in compagnia dell'1.✱, conuiene che la ℞ del loro composto, sia contenuta da ce.& numero, hora poniamo, che si pigli 1.ce.più vn numero il quad. del quale per comodità sia propinquo al.60.& sia preso 8. che hauendo 1.ce.p̄ 8.il suo quad.è 1.✱ p̄ 16.ce.p̄ 64. il che supera 1.✱ p̄ 60. in 16.ce.p̄ 4. Onde giongendo questo 16. ce.p̄ 4. a ciascuna parte della Equatione haueressimo poi 1.✱ p̄ 16.ce.p̄ 64. Eguale a 32.ce.p̄ 40.delle quali due parti, la prima hà ℞, ch'è 1.ce.p̄ 8.& perciò essa ℞, è Eguale alla ℞ dell'altra parte, cioè alla ℞ di 32.ce.p̄ 4; nella quale vediamo, che se non vi fusse il 4, li soli 32.ce. haueriano ℞ comoda, che saria ℞ 32.✱. Et cosi haueressimo 1.ce.p̄ 8. Eguale a ℞ 32.co.ch'è Equatione nota; ma questo 4. si può leuare dalla compagnia de'ce.perche essendo egli quello in che il quad.d'8.preso, supera il 60, numero accompagnato all'1.✱: se in vece di 8.pigliaremo la ℞ del solo 60.ch'è ℞ 60.formãdo 1.ce.p̄ ℞ 60, il quad.di questo sarà 1.✱ p̄ ℞ 240.ce.piu 60.che supera l'1.✱ piu 60 in ℞ 240.ce qual superamẽto giongendolo a ciascuna parte della nostra Equatione, haueremo 1.✱ piu ℞ 240. ce, piu ℞ 60, Eguale a (*16.p̄ rad.240.*) *ce. Che presa la rad.di ciascuna parte, si hauerà 1.ce.p rad.60. Eguale a rad. L 16.p̄ rad.240.⌉ co. Cioè 1.ce.p rad.60. Eguale a(rad.10.p rad.6.)co. Onde hora dal quad.della mità del numero delle co.ò vogliamo dire, (& ne resulta l'istesso)* dalla quarta parte del quad. del numero delle co.cioè da 4. piu rad. 15. cauato il numero della Equatione, cioè rad.60. Et resta 4.m rad.15.& la rad. di questo restante cioè rad. 2½. m rad. 1½. gionta, & cauata alla mità del numero delle cose, cioè a, & da rad.2½. piu rad. 1½. che ne resultano rad. 10. & rad.6. ciascuno di questi sarà il valore della cosa; La co.dunque valerà rad.10. & anco potrà valere rad. 6. nell'Equatione d'1. ce. piu 60. Eguale a (*rad. 10. piu rad. 6.*) co. Et perciò anco nell'Equatione d'1.✱ piu 60. Eguale a 16. ce. come con altro modo sappiamo douere auuenire. Et cosi vediamo, che anco con questa sorte di consideratione habbiamo ridatto la Equatione d'1.✱, & numero. Eguale a ce.a piu bassa, & nota Equatione di 1.ce.& numero. Eguae a cose.

1.✱ piu 60. Eguale a 16.ce.
1 ce piu ℞ 60.
1.✱ piu ℞ 240. ce.piu 60. Eguale a (*16. piu rad. 240.*) *ce.*
1.ce.piu ℞ 60. Eguale a ℞ L 16.piu ℞ 240.⌉ co.

256.
240.
resta 19. la ℞ è 4. con 16. & da 16.ne resultano 20. & 12. le mità sono 10. & 6. le loro rad. sono rad.10. & rad.6.però.
℞ 10.piu ℞ 6. E quanto ℞ L 16 piu rad.240.⌉
Cioè 1. ce.piu rad.60. Eguale a (*rad. 10. piu rad. 6.*) co.

16.piu rad.240.
4.piu rad.15.
cauato. rad.60.
resta 4 m rad.15. la rad.del quale è rad.2½.m rad.1½. quale giunta, & cauata a rad.2½. piu rad.1½. D mità del num. delle co. ne resultano rad.10.& rad.6.ciascuno de'quali è il valore della cosa.

A B C

Et perche sappiamo, che la Equatione di ce. & numero. Eguale a co. si può ridurre ad Equatione simplice di co. Eguale a numero, veniamo a conoscere, che anco la Equatione d'1.✱,& numero. Eguale a co si puo ridurre similmente ad essa simplice Equatione di co. Eguale a numero, come si vede essequito in margine, solo in figura, per breuità, nel che potrà lo Studente essercitarsi a suo piacere, & nelli altri essempij seguenti.

1.✱ piu 60. Eguale a 16.ce.
Si tramuta in
1.ce.piu rad.60. Eguale a rad.L 16.piu rad.240. ⌉ co.
Et questo si trasmuta in co. Eguale a numero nel modo seguente.
1.ce.meno rad.L 16.piu rad.240. ⌉ co.piu rad. 60. Eguale a 0.
1.co.meno rad.L 4.piu rad. 15.⌉
1.ce.meno rad.L 16. piu rad.240.⌉ co.piu 4.piu rad.15. Eguale a 4.meno rad.15.
1.co.meno rad.L 4.piu rad. 15. ⌉. Eguale a rad.L 4.meno rad 15.⌉
Cioè 1.co.(meno rad.2½.piu rad.4½.) Eguale a rad.2½.meno rad.1½.
Cioè 1.co. Eguale a rad.20.
Però la co. vale rad.10.
Ouero.
1.✱ piu 60. Eguale a 16. ce.

Si trasmuta in

1.ce.piu rad.60. Eguale a (rad.10.piu rad.) 6.

Et questo si trasmuta in co. Eguale a numero nel modo seguente.

1.ce. (meno rad. 10. piu rad.6.) x piu rad.60. Eguale a o.

rad.$2\frac{1}{2}$.piu rad. $1\frac{1}{2}$. meno 1.x.

1.ce.meno (rad. 10.piu rad.6.) x,piu 4.piu rad.15.

1.ce.meno (rad. 10.piu rad.6.) x,piu 4.piu rad.15. Eguale a 4 meno rad.15.

rad.$2\frac{1}{2}$.piu rad.$1\frac{1}{2}$.meno 1.co. Eguale a rad.$2\frac{1}{2}$.meno rad.$1\frac{1}{2}$.

Cioè rad.$2\frac{1}{2}$.piu rad.$1\frac{1}{2}$. Eguale ad 1.co.piu rad.$2\frac{1}{2}$. meno rad.$1\frac{1}{2}$.

Cioè rad.6. Eguale ad 1.cosa.

Però la co.vale rad.6.

Altro essempio.

1.✱ piu 64. Eguale a 16.ce.

1.ce.piu 8.

1.✱ piu 16.ce.piu 64.Eguale a 32.ce.

1.ce.piu 8. Eguale a rad.32.x.

℞.8.in se stesso moltiplicato fa 8.cauato 8. numero della Equatione resta o. che la sua ℞ è o. quale gionta, & cauata a ℞ 8.ne resulta ℞ 8.& ℞ 8.perilche la co. vale ℞ 8.

Dal che si conosce, che nella Equatione d'1.✱.& numero Eguale a ce.quando il quad.della mità del numero de'ce. è quanto si troua essere il numero della Equatione ò vogliamo dire, quando la ℞ del numero della Equatione è quanto la mità del numero de ce. all'hora la istessa mità del numero de'ce.è valuta del ce.& perciò la rad. d'essa mità del numero de'ce. è il valore della della cosa. Et così vi è vna sola valuta, se non vogliamo dire, che vi siano due valute, ma eguali fra loro.

Ouero.

1.✱ piu 64. Eguale a 16.ce. Si trasmuta in 1.ce.piu 8. Eguale a ℞ 32.x. Et questo si trasmuta in x. Eguale a numero, nel modo seguente.

1.ce.meno rad.32.x piu 8. Eguale a o.

1. x meno rad.8.

1.ce.meno rad.32.x piu 8. Eguale a o.

la rad.è 1.x meno rad 8. Eguale a rad.o. Cioè 1.co.Eguale a rad.8.

Però la co.vale rad.8.

Ouero.

1.ce.meno rad.32.co.piu 8. Eguale a o.

la rad.è rad.8.meno 1.cosa. Eguae a rad.o. Cioè rad.8. Eguale a 1.cosa.

Però la cosa vale rad.8.

Altro essempio.

1.✱ piu 100. Eguale a 16.ce.

1.ce piu 10.

1.✱ piu 20.ce.piu 100. Eguale a 36.ce.

1.ce.piu 10, Eguale a 6.cose.

3.in se stesso moltiplicato fa 9. Cauisene 10, numero della Equatione, & perche nō si può, la Equatione è impossibile. Et questa impossibilità occorre quando nella Equatione principale d'1. ✱, & numero Eguale a ce. la ℞ del numero della Equatione (*cioè hora 10.rad.di 100.*) è maggiore della mità del numero de'ce. (*che è hora 8.mità di 16.*)

Ouero.

1.✱ piu 100. Eguale a 16.ce. Si trasmuta in 1.ce.piu 10. Eguale a 6.co. Et questo si trasmuta in co. Eguale a numero.

1.ce.meno 6.co.piu 10. Eguale a o.

1.co.meno 3.

1.ce.meno 6.co.piu 9. Eguale a meno 1.

1.co.meno 3. Eguale alla rad.di meno 1.

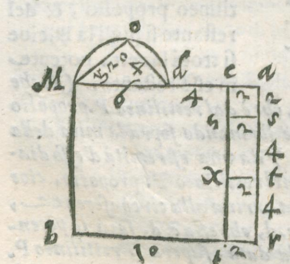
Ouero 3.meno 1.co. Eguale alla rad.di meno 1. Il che è absordo, o impossibile, perche meno 1.da se stesso, cioè senza appoggio d'alcuna quantità, che superi l'1.di numero, non è in essere.

quadrato D. & P. a lui eguali, haueremo il quadrato di t s, con il quadrato D. eguale al dutto di d a, data in t s, trouata, & alli quadrati D. & P. onde leuato comunemēte il quadrato D. restarà il solo quadrato di t s trouata, eguale al dutto di d a, data in t s, trouata, insieme con il quadrato P. ò rettilineo P proposto.

Et venendo al terzo Capitolo, ò Equatione di 1. æ, & numero guali a +. Supponendo d'hauere poniamo 1. æ p̃ 20. eguali a 12. +; Sappiamo che per trouare il valore della +, si piglia la mità del numero delle +, qual mità è 6. & dal suo quadrato, cioe da 36. si caua il numero della Equatione, cioe 20. & resta 16. del che si piglia la ℞ quadra, che è 4. & questo 4. si giunge al 6. mità del numero delle +, che fa 10. Ouero ancora ,l detto 4. si caua dal detto 6. mità del numero delle +, & resta 2. Et si conclude che 10. Ouero ancora 2. è il valore della +. Che quanto al 10. al suo quadrato 100. (*cioe ad 1. ce.*) gionto 20. (*num. della Equatione*) fa 120. che è quanto 12. volte 10. (*cioe è quanto 12. co.*) Et circa al 2. al suo quadrato 4. (*cioe ad 1. ce.*) gionto 20. (*numero della Equatione*) fa 24. che è quanto 12, volte 2. (*cioe è quanto 12. co.*) Et sappiamo che in questo Capitolo quando il numero della Equatione fusse eguale al quadrato della mità del numero delle +, ò vogliamo dire quando a cauare il numero della Equatione dal quadrato della mità del numero delle +, restasse niente (*del qual niente la sua rad. è niente, qual rad. gionta, ò cauata dalla mità del numero delle co. ne resulta cosi per somma come per restante la medesma mità del numero delle co.*) all'hora il valore della + è simplicemente la mità del numero delle co. & perciò la co. non può hauere all'hora altro che vn simplice valore. Et di più sappiamo, che quando il numero della Equatione fusse maggiore del quadrato della mità del numero delle co. cioe non si potesse cauare dal quadrato detto; all'hora la Equatione essere impossibile, ne si poter trouare valore alcuno conueniente alla co. cioe non si poter trouare quantità alcuna, al quadrato della quale gionto il numero della Equatione, facci somma eguale al dutto della quantità da trouarsi nel numero delle co. della Equatione. Noi hora applicando tutto questo alle linee potremo dire, che quando operando in linea si peruenga a questo Capitolo, ò Equatione, cioe quando si vogli, ò accada trouare vna linea retta (*che è la co.*) al quadrato della quale (*che è l'1. ce.*) giunto vn rettilineo proposto (*che il numero della Equatione*) la somma sia eguale al rettangolo contenuto dalla retta da trouarsi, & da vna retta data (*qual retta data è il numero delle co. & il rettangolo d'essa data, & linea co. da trouarsi, contiene le co. della Equatione;*) All'hora per trouare essa retta (*ò linea co.*) si piglia la mità della data (*qual data chiamiamo d a,*) & dal suo quadrato si caui il rettilineo proposto, & del restante si pigli la ℞, cioe si troui la retta potente in esso restante. (*Il che tutto è quanto a dire; Trouisi la retta potenee nella differenza, che è dal rettilineo P. proposto minore, al quadrato della data d a maggiore; Et si può esequire formando sopra la mità della data d a, & sia la d m, come sopra a diametro vn mezo cerchio, & da vna estremità d'esso diametro, poniamo dalla m, accomodare nel semicircolo la potente nel rettilineo P. proposto, cioe il lato del quadrato fatto eguale ad esso rettilineo, & da doue ella arriua alla circonferenza, & sia in c, all'altro estremo d, del diametro, tirare la retta c. d, che essa c. d, sarà la potente in quella superficie in che il quadrato della d. m, mità della data, supera il rettilineo P. proposto, ò il quadrato a lui fatto eguale, perche essendo l'angolo m. c. d.* (*contenuto dal-*

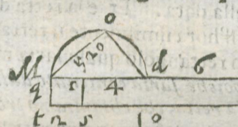
d a retta data 12.
P. rettilineo proposto 20.
p. ℞ potente in esso rettilineo.
C. a. chiamata R, & ancora c. D. chiamata S, sarà ciascuna d'esse la retta cercata.
La retta C. m. chiamata R, ouero la retta C. M. chiamata S, cioe ciascuna d'esse due rette potrà essere la retta cercata, che mostrarà il valore della cosa, ò vogliamo dire la lunghezza della linea cosa.

la potente nel rettilineo P. & dalla trouata c. d.) retto (per la 31. del terzo (che è nel mezo cerchio) ne segue (per la penultima del primo) che il quadrato di d.m, opposto all'angolo retto sia eguale alla somma de' dui quad. di m. c, & c d, continenti esso angolo retto, perilche egli sarà maggiore dell'uno, cioe del quad di m c nell'altro, cioe nel quad. di c d, ilche è quanto a dire che c d, è il lato cercato del quadrato in che il quadrato della d m, mità della data d a, supera il rettilineo P, ò quadrato proposto. *In altro modo ancora si può essequire il medesimo, & sarà se sopra alla d m, mità della data d a, si formi il quadrato m e, poi sopra al lato d e, sinistro del quadrato fatto vn rettangolo eguale al rettilineo P. proposto (per la 45. del primo) quale (perche hora supponiamo che sia minore del quadrato m e, che è il quadrato della mità della data d a) non occupara per larghezza tutta la d m, ò e f, ma solo vna parte d'esse, & sia che arriui in o. & in g, cioe che esso rettangolo eguale al rettangolo proposto P. sia il d g, che cosi egli sar a superato dal quadrato m e, nel restante rettangolo m g, del quale si trouarà la linea potente, o vogliamo dire il lato del quadrato eguale ad esso rettangolo m g (per l'vltima del secoado (ilche anco ci verra fatto se sopra alla totale o a (composta dalla larghezza o m, & da m a, eguale alla m f, lunghezza d'esso rettangolo m g) come sopra a diametro si formarà vn mezo cerchio, & doue la sua circonferenza segara la m f, segnato il punto c, la c m, inclusa nel mezo cerchio sarà media proportionale fra le o m, & m a (per la 13. del sesto (& pero sarà il lato del quadrato eguale al rettangolo m g, o vogliamo dire, sara la potente nella differenza del rettangolo propoсto P. al quadrato della mità della data d a.)* Et essa potente in esso restante, & chiamisi D. si giunga alla mità della data, che la somma, & chiamisi S. sarà il valore della ✝, ò linea ✝, cioe sarà la retta cercata. Ouero ancora detta D. si caui dalla mità della data, che il restante, & chiamisi R. sarà vn'altro valore della ✝, ò linea ✝, cioe sarà vn'altra linea cercata diuersa in lunghezza della S. che ciascuna d'esse R. & S. hanerà la qualità, ò conditione che si ricerca, poiche al quadrato della S. gionto il rettilineo P. proposto, la somma sarà eguale al rettangolo contenuto da detta S. & dalla data d a. Et similmente al quadrato della R. gionto l'istesso rettilineo P. proposto, la somma sarà eguale al rettangolo contenuto da detta R. & dalla data d a. Il che tutto se bene è noto esser vero dalli discorsi fatti nel Trattato dell'Algebra intorno al ritrouare la Regola di questo Capitolo; noi ancora di più in questo luogo Geometrico ne andaremo estrahendo la dimostratione. Et primamente quanto alla retta S. somma della mità della data, & della potente nella differenza del rettilineo P. proposto, al quadrato della mità della data. Doueudo il rettangolo contenuto da detta S. & dalla data essere eguale al quadrato della S. giontoli il rettilineo P. proposto. Noi formato il rettangolo di detta S & della data, & sia l'M r, che la M a, sia la data, ò eguale alla data, & la M b, ouero a r, sia eguale alla S. & poi fatte le h i, & M c, eguali alla S. cioe alla M b, & tirata la c i, il rettangolo M i, sarà il quadrato della S. perilche sapremo, che il restante rettangolo c r. conuiene che sia eguale al rettilineo P. proposto. ò vogliamo dire al quadrato di M o, però quando prouaremo questo haueremo l'intento; Onde nell'andarci ingegnando di trouare la causa potremo considerare, che il quadrato di M o, insieme con il quadrato di d o, & però di d c, compongono il quadrato di M d, & però di d a, di modo che se al rettangolo c r, si giunga il quadrato di d c, la somma douerà essere eguale al quadrato di d a; Et considerata diuisa la a r, in a s, eguale alla a c, & in s t, & t r, eguali ciascuna d'essi alla c d, & nel medesmo modo diuisa la c i, & tirate le s u, & t x, il partial rettangolo c s. sarà il quadrato della c a, che è vna parte della d a; & delli dui rettangoli t u, & t i, ciascun d'essi sarà il dutto della parte c a, nell'altra parte c d; Onde il totale rettangolo c r, verrà a cōtenere il quadrato della parte c a, & il dutto d'essa nell'altra parte c d, due volte; Et perche questo rettangolo c r, insieme con il quadrato di d c, haueria ad essere eguale al quadrato di d a, conosciamo che il quadrato di d a, verria ad essere eguale al quadrato di d c, al quadrato di c a, & al dutto di c a, in d c due volte, ma questo a punto è vero (*per la quarta del secondo*) però anco viene ad esser vero quello da che questa verità deriua, cioe che il rettangolo c r, sia eguale al rettilineo P. proposto, & che perciò il rettilineo P. con il quadrato della trouata S. sia eguale al dutto di detta S. nella data d a; cioe che la trouata S. sia il valore della ✝, ò linea ✝. Onde da questo discorso deriuandone la dimostratione Geometrica, potremo dire. Considerata la S. ouero M c trouata, minore della M a, data nella c a, & la M a data, diuisa in due parti eguali in d, & di più la d a, diuisa in due parti in c, sapremo (*per la quarta del secondo*) che il quadrato della d a, eguale alli quadrati delle sue due parti d c, & c a, giontoli il rettangolo dell'vna parte c a, nell'altra parte c d, due volte, ma il quadrato della a c, con il dutto d'essa a c, in c d,



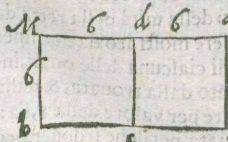
in c d, due volte è eguale al rettangolo della a c, nella linea composta dalla c d due volte, & dalla c a (*per la prima del secondo.*) Ma la c a, con vna volta c d, compongono la a d, mità della M a, che è quanto a dire la M d, onde alla M d, giunta la d c, tutta la M c, sarà il composto della c d due volte, & della c a, onde il rettangolo della a c, nella c M. sarà quanto il quadrato di a c, insieme con il dutto di a c, in c d due volte; però il rettangolo di a c, in c M. con il quadrato di d c, sarà eguale al quadrato di d a, & però al quadrato di M d. Ma al medesimo quadrato di M d, sono eguali i dui quadrati di M o, & o d, (*per la 31. del terzo, & penultima del primo*) però essi dui quadrati saranno eguali al rettangolo di a c, in c M, & quadrato di c d. Onde da vna banda leuato il quadrato di d o, & dall'altra banda lo a lui eguale quadrato di d c, restarà il solo quadrato di M o, & però il rettilineo P. eguale al rettangolo di a c, in c M. Et hora così al rettilineo P. come al rettangolo di a c, in c M. giunto il quadrato di c M. ne seguirà che il quadrato di c M. insieme con il rettilineo P. sarà eguale al quadrato di c M insieme con il dutto di c M in c a; Ma al medesimo quadrato di c M. & dutto di c M. in c a, è eguale il rettangolo di c M, nella totale a M. (*per la terza del secondo*) *considerata la totale a M. diuisa in due parti in c.*) però il rettangolo di a M. data in c M, ouero S. trouata, sarà eguale al quad. di M c, trouata giontoli il rettilineo P. proposto. La c M. dunque è la linea + cercata.

Et quanto alla retta R. restante della data, cauatone la potente nella differenza del rettilineo proposto P. al quadrato della mità della data, douendo il rettãgolo contenuto da detta R. & dalla data, essere eguale al quadrato della R. giontoli il rettilineo P. proposto. Noi formato il rettangolo della data, & della R. & sia l'M r, che la M a, sia la data, ò eguale alla data, & la M t, ouero a r, sia eguale alla R. che hora nella figura presente, verrà ad essere la M c, & a lei fatta eguale la t s, & tirata la c s, il rettangolo c t parziale verrà ad essere il quadrato della M c, ò vogliamo dire della R. trouata, però il restante rettangolo c r, conuerrà che sia eguale la rettilineo P. proposto, & consequentemente al quadrato di M o, ma al quadrato di *M* o giunto il quadrato di d o, se ne forma il quadrato di *M* d, mità di *M* a, onde ancora al rettangolo c r, giõto il quadrato di d o, & però il quadrato di d c. (*che d o, & d c sono eguali dalla construttione*) conuerrà che la somma del rettangolo c r, & quadrato di d c, sia eguale al quadrato di *M* d; *M*a questo a punto si dimostra esser vero dalla quinta del secondo, perche considerata la *M* a, diuisa in due parti eguale in d, & in due parti ineguali in c. sappiamo mediante essa quinta del secõdo, che il rettangolo delle parti ineguali *M* c, & c a, insieme con il quadrato della retta c d, che è fra le settioni, sono eguali al quad. della mità della linea diuisa, cioe al quad. di *M* d; Onde di quì potremo deriuarne la dimostratione Geometrica dicendo.



Presa la *M* a, come data, diuisa in due parti eguali in d, & la *M* c, come trouata, parte della mità *M* d, de la data, & differente da essa *M* d, nella c d, & però considerata la *M* a, data diuisa ancora in due parti ineguali in c. ne segue (*per la quinta del secondo*) che il rettangolo delle parti ineguali *M* c, & c a, (*cioe il rettangolo c r,*) insieme con il quadrato della c d, linea fra le settioni, sia eguale al quadrato della *M* d, mità della retta *M* a data; *M*a al medesimo quad. di *M* d, sono eguali li dui quadrati di *M* o, & o d, (*per la 31. del terzo, & penultima del primo*) però essi dui quadrati di *M* o, & o d, sono eguali al rettangolo di *M* c, in c a, insieme con il quad. di c d; Onde dall'vna parte leuato il quadrato di d o, & dall'altra lo a lui eguale quad. di d c, haueremo al solo quadrato di *M* o, & però al rettilineo P proposto, eguale il solo rettãgolo di *M* c, in c a, & hora giunto comunemente il quadrato di *M* c, haueremo alla somma del rettangolo di *M* c, in c a, & quadrato di *M* c, eguale il rettilineo P, & il quadrato di *M* c. *M*a ancora alla prima somma detta del rettangolo di *M* c, trouata in c a, insieme con il quadrato di *M* c, è eguale il rettangolo di tutta la *M* a, data nella *M* c, sua parte detta trouata (*per la seconda del secondo*) però il rettilineo P. con il quadrato di *M* c, trouata sono eguali al rettangolo della istessa *M* c, trouata, nella *M* a, data; Onde la *M* c, trouata è la linea cosa come si voleua mostrare.

Et auertasi, che quando il rettilineo P. proposto fusse eguale al quadrato della mità della linea data, che all'hora la linea *M* o, potente in esso rettilineo P. accomodata nel mezo cerchio douentarebbe vna istessa co'l diametro *M* d, & però all'hora non vi saria la d o, poiche niente saria il lato del quadrato in che il quadrato di *M* d, superasse il rettilineo P. perilche esso niente giunto, ò cauato alla, ò dalla *M* d, ne resultaria la medesima *M* d, così per la linea S. come per la R. all'hora dico la sola *M* d, mità della data, saria il valore della cosa, ò mostraria la linea cosa cercata, il quadrato della quale, che saria *M* i, insieme



ſieme con il rettilineo propoſto, cioè con il quadrato di d a, che è il d r, eguale all'M i. ſariano eguali al dutto della data M a, nella trouata M d, ouero M h, qual dutto è il totale rettãgolo M r, compoſti dalli dui quadrati detti.

Ma quando il rettilineo P. propoſto fuſſe maggiore del quadrato della mità della linea data, all'hora la M o, potente in eſſo rettilineo ſaria più lunga della M d mità della data, & perciò, nõ ſi potria accomodare in modo alcuno nel mezo cerchio, che haueſſe per diametro la M d, mità della data, & all'hora la Equatione ſaria impoſſibile (*come ſi concluſe nel Trattato dell'Algebra numerale nella inuentione di queſto Capitolo*) cioe ſaria impoſſibile trouare linea alcuna tale che al ſuo quadrato giunto il rettilineo P. (*maggiore del quadrato della mità della data retta*) la ſomma poteſſe eſſere eguale al rettangolo contenuto da eſſa, & dalla data. Perche ſe la retta da trouarſi ſi voleſſe ponere, potere eſſere eguale alla mità della data, all'hora il rettangolo della data nella trouata ſaria eguale al doppio del quadrato della trouata; cioe ſaria eguale al quadrato della trouata, & ad vn rettangolo eguale ad eſſo quadrato; eguale al quadrato, ò quadrato della mità della data, & non ad vn rettangolo maggiore d'eſſo quadrato della mità della data. Et ſe la retta da trouarſi ſi voleſſe ponere potere eſſere maggiore della mità della data, all'hora il rettangolo d'eſſa nella data ſaria eguale alla quadrato d'eſſa trouata, & ad vn rettangolo, qual ſaria maggiore del quadrato della mità della data (*per la quinta del ſecondo*) poi che ſaria contenuto da due parti ineguali in che verria ad eſſer diuiſa la data, cioe nella retta, che chiamiamo trouata (*differente dalla mità della data*) *& nel reſtante d'eſſa alla data*;) Et non ad vn rettangolo, ò rettilineo maggiore d'eſſo quadrato della mità della data. Et ſe la retta da trouarſi ſi voleſſe ponere potere eſſere minore della mità della data, all'hora ſimilmente il rettangolo d'eſſa nella data ſaria eguale al quadrato d'eſſa trouata, & ad vn rettangolo quale ſaria minore del quadrato della mità della data (*per la quinta del ſecondo poiche ſaria contenuto dalle due parti ineguali nelle quali verria ad eſſere diuiſa la data, cioe nella retta, che chiamiamo trouata* (*differente dalla mità della data,*) *& nel reſtante d'eſſa alla data,*) & non ad vn rettilineo maggiore d'eſſo quadrato della mità della data. Ne alcuna retta eguale, ò maggiore della totale data non occorre fingerſi potere eſſere la trouata, perche all'hora il quadrato ſolo d'eſſa trouata (*non che con la giunta d'vn rettilineo propoſto, ò grande, ò piccolo*) agguagliarebbe, ò ſuperarebbe il dutto d'eſſa nella data, eguale a lei, ò piu corta di lei. Non potendo dunque trouarſi linea alcuna, ne eguale alla mità della data, ne minore, ne maggiore d'eſſa mità, ne meno eguale, ò maggiore di tutta la data, tale che il rettangolo d'eſſa nella data, ſia eguale al quadrato d'eſſa giontoli vn rettilineo maggiore del quadrato della mità della data, ne ſegue che in tali caſi la Equatione ſia impoſſibile.

Hora notaremo che quando nelle operationi, che ſi ſaranno nell'Algebra per linee ſi peruerrà a douer trouare alcuna retta, quale con vna data contenga rettangolo eguale ad vna ſuperficie, ò rettilineo propoſto, all'hora ſaremo peruenuti al Capitolo ſimplice di Coſe eguali a nnmero, & però trouaremo il valore della ɫ, cioe la retta che ſi domanda, ò vogliamo dire la linea ɫ, nel moſtrato in eſſo Capitolo ſimplice.

Et quando peruerremo a douer trouare vna retta, il quadrato della quale inſieme con il rettangolo d'eſſa in vna retta data, ſiano eguali ad vn rettilineo propoſto, all'hora ſaremo peruenuti al Capitolo d'1.ȥ, & ɫ eguali a numero, & trouaremo il valore della ɫ, cioe la retta, che ſi domanda linea ɫ, nel modo moſtrato in eſſo Capitolo.

Et quando peruerremo a douer trouare vna retta, il quadrato della quale ſia eguale al rettangolo d'eſſa in vna retta data, inſieme con vn rettilineo propoſto, all'hora ſaremo peruenuti al Capitolo d'1.ȥ, eguale a Coſe, & numero; Et trouaremo il valore della ɫ, ò linea ɫ cercata nel modo moſtrato in eſſo Capitolo.

Et quando peruerremo a douer trouare vna retta, il quadrato della quale, inſieme con vn rettilineo propoſto (*quale però non sia maggiore, ma ſolamente eguale, o minore del quad. della mità della data retta, che ſarà data, accioche la Equatione ſia poſſibile*) ſiano eguale al rettãgolo d'eſſa retta in vna retta data; all'hora ſaremo peruenuti al Capitolo d'1.ȥ, & numero eguali a ɫ; Et ttouaremo il valore delle ɫ, ò linea ɫ cercata, nel modo moſtrato in eſſo Capitolo.

Auertendo che in queſto Capitolo, ò Equatione, quando il quadrato della mità della retta data è maggiore del rettilineo propoſto, all'hora il valore della ɫ, può eſſere moſtrato da due linee diuerſe, ò ineguali; cioe due diuerſe linee poſſono trouarſi, il quadrato di ciaſcuna delle quali, inſieme con il rettilineo propoſto, ſaranno eguale al rettangolo contenuto dalla trouata, & dalla data. Ma non è però neceſſario ſempre che ciaſcuna delle due trouate per valore della ɫ, ſia a propoſito per la ſolutione del quehto, da che tale Equatione ſarà deriuata, perilche ſi douerà cõ giudicio conſiderare auanti che ſi riſponda al queſito, quale d'eſſe due, ò ſe pure ambedue li poſ-

ſono

Nel medeſimo modo vedremo gl'altri dui Capitoli, ò Equationi di 1.✻, & ƺ Eguale a numero. Et di ƺ, & numero Eguale ad 1.✻ poterſi abbaſſare, & ridurſi a ſoli ƺ, †, & numero. Et anco di più poterſi ridurre ad Equationi ſimplici di † Eguale a numero. Et ſi poſſono anco Traſmutare l'vnn nell'altro come ſi fece di quelli di ƺ, & †. Eguale a numero. Et di †, & num. Eguale a ƺ. Il che tutto laſſarò per hora, che lo Studente facci da sè, per eſſercitarſi nelle ſpeculationi, & inuentioni; poiche gli ſe ne è moſtrata la ſtrada a baſtanza.

Altro eſſempio nell'Equatione d'1.✻, & numero Eguale a ƺ.

Habbiaſi 1.✻ p̄ ℞ 8. Eguali a 12.ƺ. Et Traſmutiſi in
1.ƺ p̄ ℞ 8. Eguale a 12 †.

6. via 6. fa 36. cauatone ℞ 8. reſta 36. m̄ ℞ 8. che la ℞ è ℞ L. 36. m̄ ℞ 8 ⅃ queſta giunta, & cauata a 6. mità del numero delle †, fa 6. p̄ ℞ L 36. m̄ ℞ 8. ⅃ Et ancora 6. m̄ ℞ L 36. m̄ ℞ 8. ⅃, ciaſcuna delle quali due quantità è il valore della †, in queſta Equatione baſſa, ma nella principale è il valore del ƺ, però in eſſa Equatione principale il valore della † sarà. ℞ L 6. p̄ ℞ L 36. m̄ ℞ 8. ⅃. ⅃. Et ancora ℞ L 6. m̄ ℞ L 36. m̄ ℞ 8. ⅃. ⅃.

Pigliſi la ℞ di 6. p̄ ℞ L 36. m̄ ℞ 8. ⅃, ch'è binomio compoſto da 6. nnmero, & da ℞ L. 36. meno ℞ 8. ⅃.

36. quad. della parte maggiore.
ſi caua 36. m̄ ℞ 8. quad. della parte minore.
reſta ℞ 8. del che ſi piglia la ℞, ch'è ℞ ℞ 8. la mità della quale è ℞ ℞ $\frac{1}{2}$. che giunta, & cauata a 3. mità di 6. parte maggiore, ne reſultano 3. p̄ ℞ ℞ $\frac{1}{2}$. Et 3. m̄ ℞ ℞ $\frac{1}{2}$. le ℞ de'quali dui reſultanti ſono ℞ L 3. p̄ ℞ ℞ $\frac{1}{2}$. ⅃. Et rad. L 3. m̄ rad. rad. $\frac{1}{2}$. ⅃, quali giunte inſieme formano la rad. del binomio 6 p̄ rad. L 36. m̄ rad. 8. ⅃. Ma diſgiunte formano la rad. del reſiduo 6. m̄ rad. L 36 m̄ rad. 8. ⅃, onde potremo ancora dire, che quando 1.✻ p̄ rad. 8. è Eguale a 12.ƺ, all'hora la † vale rad. L 3. p̄ rad. rad. $\frac{1}{2}$. ⅃ p̄ red. L 3. m̄ rad. rad. $\frac{1}{1}$. ⅃.

Proua numerale valendo la †, rad. L 3. p̄ rad. rad. $\frac{1}{2}$. ⅃ p̄ rad. L 3. m̄ rad. rad. $\frac{1}{2}$. ⅃.

Quadriſi rad. L 3. p̄ rad. rad. $\frac{1}{2}$. ⅃ p̄ rad. L 3. m̄ rad. rad. $\frac{1}{2}$. ⅃ valore della †.
via rad. L 3. m̄ rad. rad. $\frac{1}{2}$. ⅃ ſeconda parte.
fa rad. L 9. m̄ rad. $\frac{1}{2}$. ⅃. Il ſuo doppio è rad. L 36. m̄ rad. 8. ⅃.

Il quad. della prima parte del binomio è 3 p̄ rad. rad. $\frac{1}{2}$.
Il quad, della ſeconda parte è 3. m̄ rad. rad. $\frac{1}{2}$.
la ſomma è 6. che giunta al doppio del dutto delle due parti fa 6. p̄ rad. L 36. m̄ rad. 8. ⅃ il che è il quad. del binomio ſuperiore di rad. legate, valore della †, però eſſo ſuo quad. cioè 6. p̄ rad. L 36. m̄ rad. 8. ⅃ è il valore del ƺ.

Et ancora vale rad. L 3. p̄ rad. rad. $\frac{1}{2}$. ⅃ m̄ rad. L 3. m̄ rad. rad. $\frac{1}{2}$. ⅃.

Quadriſi 6. p̄ rad. L 36. m̄ rad. 8. ⅃. valore del ƺ. rad. L 36. m̄ rad. 8. L.
6. p̄ rad. L 36. m̄ rad. 8. ⅃ via rad. L. 36. ⅃
36. p̄ 36. m̄ rad. 8. fa rad. L 1296. m̄ rad. 10368. ⅃,
Cioè. 72. m̄ rad. 8. è la ſomma de' il ſuo doppio è.
dui quad. delle due parti, che giontoli i rad. L 5184. meno rad. 165888. ⅃
due dutti dell'vna parte in l'altra fà 72. meno rad. 8. p̄ rad, L 5184. meno rad. 165888. ⅃, il che è il quad. del valore del ƺ, però eſſo quad. ſarà il valore d'1.✻. A queſto giunto rad. 8. numero che nell'Equatione è con l'1.✻ fa 72. p̄ rad. L 5184. meno rad. 165888. ⅃. Et queſto è il valore d'1.✻ p̄ rad. 8. ſiniſtra parte dell'Equatione. Ma il valore di 12.ƺ parte deſtra è l'iſteſſo, perche è quanto 12. volte 6. p̄ rad. L 36. meno rad. 8. ⅃, perilche ſiamo ſicuri, che quando 1.✻ p̄ rad 8. è Eguale a 12.ƺ, la † vale rad. L 3. p̄ rad. rad. $\frac{1}{2}$. ⅃ piu rad. L 3. meno rad. rad. $\frac{1}{2}$. ⅃, ò vogliamo dire, & è l'isteſſo, la † vale rad. L 6. piu rad. L 36. meno rad. 8. ⅃.

Et perche la medeſma proua numerale ci ſerue a quadrare i Reſidui, che ſono valute della †, mutato ſolo nelle operationi il più in meno, quando biſogna, vediamo ancora eſſer buona l'altra valuta della †, cioè rad. L 3. piu rad. rad. $\frac{1}{2}$ L meno rad. L 3. meno rad. rad. $\frac{1}{2}$. ⅃. Ouero rad L 6. meno rad. L 36. meno rad. 8. ⅃ ⅃.

Nella iſteſſa Equatione d'1.✻ piu rad. 8. Eguale a 12. ƺ, ſi troui anco il valore della †, mediante l'altro modo di Traſmutatione.

1.✻ piu rad. 8. Eguale a 12.ƺ,
ſi piglia 1.ƺ, piu rad. rad. 8. Il ſuo quad. è. Compoſto
1.✻ piu rad. rad. 128.ƺ, piu rad. 8. & ſara a Eguale a (12. piu rad. rad. 128.) ƺ.

Però 1.ẕ piu rad.rad.8 .Eguale a rad.L 12.piu rad.rad.128.⅂.co.

da 3. p ℞ ℞ $\frac{1}{2}$. quarta parte del quad. del numero delle ƚ, cauisi ℞ ℞ 8. numero della Equatione accompagnato all'1.ẕ, & resta 3. m̄ ℞ ℞ $\frac{1}{2}$. la ℞.del qual
A B
restante è ℞ L 3.m̄ ℞ ℞ $\frac{1}{2}$.⅂,da giongere,& cauare alla mità del numero delle ƚ,cioè a ℞ L 3.p̄
C
℞ ℞ $\frac{1}{2}$.⅂ D, & ne resultano ℞ L 3.p̄ ℞ ℞ $\frac{1}{2}$.⅂ p̄ ℞ L 3.m̄ rad.rad.$\frac{1}{2}$.⅂, & rad.L 3.p̄ rad.rad.$\frac{1}{2}$.⅂ m̄ rad.L 3.m̄ rad.rad.$\frac{1}{2}$.⅂ ciascuno de'quali è il valore della ƚ in ciascuna d'esse Equationi.

⁜ Di questo composto de'ẕ;12.piu rad.rad.128.(ch'è la parte destra Eguale ad 1.ʒ piu rad. rad.128,ẕ piu rad.8.) hauendosene a pigliare la rad. si cauarà rad.128. quad.della parte minore da 144.quad.di 12.parte maggiore,& del restante 144 meno rad.128.si piglia la rad.quadra,che è rad.L 144. meno rad.128.⅂ la mità della quale,cioè rad.*L* 36.men.rad.8.⅂ si giũga,& caui a *6.* mità di 12. parte maggiore, & ne resultano *6.*piu rad.*L* 36.meno rad.8.⅂. Et *6.*meno rad.*L* 36. meno rad. 8.⅂ de ciascuno de' quali dui risultanti si piglia la rad. & sono rad. *L* 6. piu rad. *L* 36. meno rad.8.⅂⅂. Et rad.*L* 6.meno rad.*L* 36.meno rad.8.⅂⅂,quali due rad.*L L* si giungono insieme,& la somma loro,cioè rad.*L* 6.piu rad.*L* 36.meno rad.8.⅂⅂ piu rad.*L* 6.meno rad.*L* 36.men.
n r
rad.8.*L*⅂.sarà la rad.del binomio 12.piu rad.rad.128.

Ancora nella Equatione d'1.ʒ p̄ rad.8. Eguale a 12.ẕ,hauendola ridutta all'Equatione d'1.ẕ p̄ rad rad.8. Eguale a rad.*L* 12. p̄ rad.rad.128.⅂ ƚ, potremo mò ridur questa,& però quella ad Equatione simplice di cose. Eguali a numero.

12. m̄ rad. L 12. p̄ rad. rad. 128.⅂ ƚ p̄ rad. rad.8. Eguale a o.

piglisi 1.ƚ m̄ rad.L 3.p̄ rad rad.$\frac{1}{2}$.⅂. Il suo quad.è

1.ẕ meno rad.L 12.p̄ rad.rad.128.⅂ ƚ,p̄ rad 3.p̄ rad.rad.$\frac{1}{2}$. Et sarà Eguale a 3.men.rad.rad.$\frac{1}{2}$.

Però 1.ƚ meno rad.L 3.p̄ rad.rad.$\frac{1}{2}$.⅂. Eguale a rad.L 3.meno rad.rad.$\frac{1}{2}$.⅂

Cioè 1.ƚ. Eguale a rad.L 3.piu rad.rad.$\frac{1}{2}$.⅂ piu rad.L 3.meno rad.rad.$\frac{1}{2}$.⅂

Ouero pigliando da quadrare.

rad.L 3.piu rad.rad.$\frac{1}{2}$.⅂ meno 1.ƚ. Il suo quad.sarà

3.piu rad.rad.$\frac{1}{2}$.men.rad.L 12.piu rad.rad.128.⅂ ƚ.piu 1.ẕ. Et sarà Eguale a 3.men.rad.rad.$\frac{1}{2}$.

Però rad.L 3.piu rad.rad.$\frac{1}{2}$.⅂ meno 1.ƚ. Eguale a rad.L 3.meno rad.rad.$\frac{1}{2}$.⅂

Però rad.L 3.piu rad.rad.$\frac{1}{2}$. Eguale a rad.L 3.meno rad.rad.$\frac{1}{2}$.⅂ piu 1.ƚ.

Cioè rad.L 3.piu rad.rad.$\frac{1}{2}$.⅂ meno rad.L 3.meno rad.rad.$\frac{1}{2}$.⅂. Eguale ad 1.ƚ.

Et di piu questa Equatione d'1.ʒ piu rad.8. Eguale a 12.ẕ,riducendola a simplice Equatione di ƚ. Eguale a numero,si potrà operare come si vede qui sotto,& si trouaranno le due valute delle ƚ,trouate anco ne gli altri modi adoprati.

1.ʒ piu rad.8. Eguale a 12.ẕ.

1.ʒ meno 12.ẕ piu rad.8. Eguale a o.

si piglia 1.ẕ meno *6.* Il suo quad.è

1.ʒ meno 12.ẕ piu 36. Et sarà Eguale a 36.meno rad. 8.

Però 1.ẕ meno 6. Eguale alla rad.di 36 men.rad.8. Cioè a rad.L 36.meno rad.8.⅂

Cioè 1.ẕ. *Eguale a 6.piu rad.L 36.meno rad.8.⅂*

Però 1.ƚ. Eguale a rad.L 6.piu rad.L 36.meno rad.8.⅂⅂

Et pigliando *6.*meno 1.ẕ. Il quad.sarà

6. meno 12.ẕ, piu 1.ʒ. Et sarà Eguale a 36.meno rad.8.

Però 6.meno 1.ẕ. Eguale a rad.L 36.meno rad.8.⅂

Cioè 6.piu rad.L 36. meno rad.8.⅂. Eguale ad 1.ẕ.

Però rad.L 6.piu rad.L 36.meno rad.8.⅂⅂. Eguale ad 1.ẕ

Et se anco hauendo ridutta questa Equatione d'1.ʒ piu rad.8. Eguale a 12.ẕ, ad Equatione d'1.ẕ piu rad 8. Eguale a 12.ƚ, cioè non variando i numeri, nella quale il valore della ƚ, viene ad essere valore del ẕ nella Equatione principale; ci paresse, potremo ridurre questa d'1.ẕ piu rad.8. *Eguale a 12.ƚ,ad Equatione simplice di ƚ. Eguale a numero.*

1.ẕ meno 12.ƚ piu rad.8. Eguale a o.

si piglia 1.ƚ meno 6. Il suo quad.sarà

1.ẕ meno 12.ƚ,piu 36. Et sarà Eguale a 36.meno rad.8.

Però 1.ƚ meno 6. Eguale a rad.*L* 36.meno rad.8.⅂

Cioè 1.ƚ. Eguale a 6.piu rad.*L* 36.meno rad 8.⅂

Ouero pigliando 6.meno 1.ƚ. Il suo quad.sarà

36.meno 12.cose.piu 1.censo. Et sarà Eguale a 36.meno rad.8.
Però 6. meno 1.cosa. Eguale a rad. L 36.meno rad.8.⅂
Cioè 6.meno rad. L 36.meno rad.8.⅂. Eguale ad 1.cosa.

Et perche il valore della ꝛ in questa Equatione bassa, è l'istesso ch'è valore del ce.nella Equatione d'1.ꝗ piu rad.8. Eguale a 12.ce. ne segue che le rad. di queste due valute trouate, saranno le due valute della ꝛ in detta Equatione principale, la ꝛ dunque valerà rad. L 6. piu rad. L 36. meno rad.8.7⅂.
Et anco valerà rad. L 6.meno rad. L 36.meno rad.8.7⅂.

Ancora se consideraremo (come si fece nel Capitolo d'1. ce. & nnmero Eguale a ꝛ) che hauendo poniamo 1.ꝗ piu 60. Eguale a 16.ce.si vede che il ce.conuien valer tanto, che moltiplicato per 16. (che saranno li 16.ce.) facci quanto moltiplicando esso valore del ce. in se stesso (che se ne produrrà l|1.ꝗ) & al prodotto giongere il 60.ch'è di piu con l'1.ꝗ; Et perciò conuiene, che il ce.vagli manco di 16.numero delli ce.acciò che vna parte del 16.che sarà valore de'ce. moltiplicata in se stessa produca l'1.ꝗ; & l'altra parte ch'è il restante fino al 16. moltiplicata per esso valore del ce.cioè per la prima parte produca il num.60. Perilche 2 vede, che il trouare il valore del ce. viene ad essere il trouare detta prima parte del 16. & a moltiplicare essa prima parte, per la seconda se ne forma il 60. Onde se diuideremo 16.in due parti tali, che moltiplicata l'vna via l'altra producano 60. qual si vogli d'esse due parti potrà essere il valore del ce. che moltiplicata in se stessa produrrà l'1.ꝗ, & moltiplicata via l'altra parte produrrà il 60. come bisogna. Et per diuidere 16.in due parti tali, che il prodotto loro sia 60.già mostrammo la regola dedutta nel discorso naturale nel fine di carte 7. nell'opera dell'Algebra, trattando del Capitolo di 1. ce.& numero Eguale a ꝛ; nondimeno supponendo di non sapere regola alcuna, noi seruēdoci dell'Algebra sin'hora imparata, potremo ponere, che la prima parte del 16.sia 1 co.& perciò l'altra parte il resto fino a 16.cioè 16.men.1.co. il loro prodotto è 16. co.men.1.ce. & questo deue essere 60. però habbiamo 16.co.men.1.ce. Eguale a 60.cioè 16.co. Eguale ad 1.ce.piu 60. Onde dal quad.della mità del 16.numero delle co.cauato il 60.numero della Equatione, ch'è con l'1.ce.resta 4.la rad.del quale è 2.& questo 2.giunto, & cauato ad 8.mità di 16 numero delle co. ne resulta 10. & 6. ch'è valore della co. & sono le parti del 16.che producono il 60. perilche il ce.nella Equatione d'1. ꝗ piu 60. Eguale a 16.ce. vale 10. ouero anco 6. Et la co.rad.del ce.valerà rad. 10. Et anco rad.6. Et cosi di quì, perche nella Equatione d'1.ce.piu 60.Eguale a 16. co. Il 60. numero è sempre l'istesso 60.numero della Equatione principale, & il 16. numero delle co.è sempre l'istesso 16.numero de'ce. nell'Equatione principale, vediamo che l'Equatione, ò Capitolo di ꝗ, & numero Eguale a ce.si trasmuta nell'Equatione nota di ce.& numero Eguale a co. restando i numeri gl'istessi nell'vna Equatione che nell'altra; & che il valore della co.in questa Equatione bassa nota, viene ad essere il valore del ce.nella Equatione superiore, onde la rad.d'esso valore del ce.ci mostra poi il valore della co.nella istessa Equatione superiore.

Ma se nel trouare le parti del 16.che moltiplicate fra loro produchino 60 poneremo l'vna essere la mità del 16. & 1.co. di piu, cioè 8.piu 1.co. & l'altra il restante cioè 8.meno 1.co. Il loro prodotto sarà 64.meno 1.ƶ; il che verrà ad essere Eguale al 60. onde accomodato il meno 1.ce. haueremo 1.ce.piu 60. Eguale a 64.& leuato 60. da ciascuna parte haueremo 1.ce. Eguale a 4. & perciò il ce.valerà 4.onde la co.valerà 2.però le due parti del 16.saranno 8.piu 2.& 8.meno 2. cioè 10.& 6. *Ciascuna dunque d'esse 10. & 6. sarà il valore del ce. nell'Equatione d'1. ꝗ piu 60.* Eguale a 16.ce.& però la co.valerà rad.10.& anco rad.6.

(Et ben si vede che se nell'Equatione d'1.ce.piu 60.Eguale a 16.co. (cioè nell'Equatione d'1. ce.& numero Eguale a co.) i dui valori della co.sono sempre tali, che la somma loro è quanto il numero delle co.& il prodotto loro è sempre eguale al numero della Equatione ne segue, che poi *nell'Equatione d'1.ꝗ piu 60.Eguale a 16.ce. (cioè nell'Equatione d'1.ꝗ,& numero eguale a ce.)* nella quale quello che era valore della co. nell'Equatione d'1.ce.& numero eguale a co. douenta *poi valore* del ce. & perciò la rad. d'esso valore del ce. è poi valore della co. si vede dico che nell'Equatione d'1.ꝗ, & numero eguale a ce. I dui valori della co. sono sempre tali, che la somma de'dui quadrati loro è quanto il numero de'ce.& il quad.del prodotto loro è sempre eguale al numero della equatione.)

Da questo modo anco d'operare, vediamo potersene dedurre la Regola all'equatione d'1.ꝗ,& numero eguale a ce. dicendo.

Dal quad.della mità del numero de'ce. si caui il numero della Equatione, & del restante si pigli la rad.quale si giunga, & caui alla mità del numero delli ce. & di ciascuno delli dui resultanti (che sarà il valore del ce.) si pigli la rad. che ciascuna d'esse due rad. potrà essere il valore della cosa.

Ancora per maggior aiuto dello Studente darò pure almeno il seguente modo naturale da trouare la regola al Capitolo di ✻,& ƶ eguale a numero. Et al Capitolo di ✻ eguale a ƶ,& numero. Si e bene in quello operando come nel Capitolo di ƶ,& + eguale a numero. Et in quest'altro come nel Capitolo di ƶ eguale a +, & numero, si troua il valore del ƶ, & consequentemente poi il valore della cosa.

Sia 1.✻ p̄ 16.ƶ. Eguale a 36. La ℞ d'1.✻,è 1.ƶ; la mità di 16. numero de'ƶ; è 8. qual 8. si piglia per numero da giungere all'1.ƶ,accioche 1.ƶ p̄ 8. sia quantità, che moltiplicata in se stessa produca l'1.✻ p̄ 16.ƶ;ma produrrà anco di piu 64.quad.dell'8.però haueremo 1.✻ p̄ 16.ƶ, piu 64.& questo è 64.più dell'1.✻,p̄ 16.ƶ,ch'era eguale a 36.onde gionto esso 64.ancora al 36.haueremo poi 1.✻ p̄ 16.ƶ p̄ 64. Eguale a 100. però la ℞ dell'vna quantità sarà eguale alla rad.dell'altra cioè 1.ƶ p̄ 8.eguale a 10.& leuato l'8.communemente haueremo 1.ƶ eguale a 2.perilche la + valerà ℞ 2. Et perche l'8. il quad. del quale si giunge al 36.& della somma si piglia la ℞ dalla quale poi si caua esso 8. (che la ℞ del restante è il valore della +) è sempre la mità del 16. num. de'ƶ, che sono cō l'1.✻,vediamo che per ciò la regola del Capitolo,ò Equatione d'1.✻,& ƶ eguale a numero deriuandola di qui,potrà essere questa.

Giongasi il quad.della mità del numero de'ƶ, al numero della Equatione, & dalla ℞ della somma si caui essa mità del numero de'ƶ, & del restante si pigli la ℞, che essa ℞ sarà il valore della cosa.

Et nel Capitolo,ò Equatione di ✻. Eguale a ƶ,& numero. Sia 1.✻.Eguale a 16.ƶ p̄ 36. Leuati li 16.ƶ da ciascuna banda, acciò il numero 36. resti da sè,haueremo 1.✻ m̄ 16.ƶ. Eguale a 36.hora presa la rad. d'1.✻,ch'è 1.ƶ;& m̄ 8.cioè la mità del numero de m̄ 16.ƶ, accioche del composto 1. ce.m̄ 8.il suo quad.formi l'1.✻ m̄ 16.ce.& quel numero di più,che ne venga;qual più non importa quanto sia; ma di esso 1.ce.m̄ 8, il quad.è 1.✻ m̄ 16.ce. p̄ 64.ch'è più dell'1.✻ m̄ 16.ce.in 64.quad.dell'8. mità del 16.numero de'ce. onde gionto esso 64.ancora al 36.num.dall'altra parte,che fà 100.haueremo 1.✻,m̄ 16.ce.p̄ 64.Eguale a 100. però la ℞ dell'vna parte, cioè 1.ce.m̄ 8. sarà eguale alla ℞ dell'altra,cioè a 10.& hora accomodato il m̄ 8.cioè giũto al 10.si hauerà 1.ce. eguale a 18. onde la + valerà ℞ 18.

(Et notisi, che non potiamo dire che la ℞ d'1.✻ m̄ 16.ce. p̄ 64. qui possa anco essere 8.m̄ 1.ce. perche essendo 1.✻.Eguale a 16. ce.più 36.conosciamo che l'1.✻,è maggiore de'16. ce. & per ciò vediamo,che il ce.vale più di 16.num.de'ce. (che se potesse valere solo 16.ò meno, all'hora il ✻ saria solo quanto 16.ce.ò meno,& non 36.di piò;anzi bisogna che vagli tanto più di 16. che quel più moltiplicato per esso valore formi il 36.in che l'1.✻,supera li 16.ce.) onde tãto più conosciamo,che vale più d'8.mità d'esso 16.però il dire 8.men.1.ce.saria inconueniente,poiche così si supponeria cbe 1.ce.valesse manco d'8.douẽdosi cauare da 8.il che in queste Equatione d'1.✻. Eguale a ce.& num.non può mai auuenire, perche ne anco in questa Equatione la + può mai hauere due valute diuerse, ma doue occore che la + possa hauere due valute diuerse, come auuiene nell'Equatione d'1.✻, & num. Eguale a ce.cioè come se hauessimo 1.✻ p̄ 36.Eguale a 16.ce.all'hora di 1.✻ men.16.ce.p̄ 64.può ben dirsi la ℞ essere nõ solo 1.ce.men.8. ma anco 8. men.1.ce.perche iui,& può il ce.valere più d'8.& anco manco d'8. Et perche l'8.il quad.del quale si giunge al 36. & della somma si piglia la ℞ alla quale poi si giunge esso 8. (che la ℞ della somma è il valore della +) è sempre la mità del 16. numero de' censi, che sono con l'1. ✻, vediamo che per ciò la regola del Capitolo, ò Equatione d'1.✻, eguale a ce. & numero, deriuandola di qui, potrà essere questa.

Giongasi il quad.della mità del numero de'ce.al numero della Equatione,& alla ℞ della somma si giunga essa mità del numero de'ce. & della somma si pigli la rad. che essa rad. sarà il valore della cosa.

Et se nel nostro principal quesito che dice. Diuidasi 10.in due parti tali,che a moltiplicare la mità della prima, via l'$\frac{1}{3}$.della secõda, il prodotto sia eguale alla prima. Si ponesse la prima essere 1.ʒ,& però la secõda 10.men.1.ʒ,che moltiplicato $\frac{1}{2}$.ʒ mità della prima, via 3$\frac{1}{3}$,men.$\frac{1}{3}$.ʒ, ch'è l'$\frac{1}{3}$.della seconda produce 1$\frac{1}{2}$.ʒ men.$\frac{1}{6}$.ϭ. Il che deue essere quanto 1.ʒ,ch'è la prima, che per ciò si haueria 1$\frac{2}{3}$.ʒ men.$\frac{1}{6}$.ϭ. Eguale ad 1.ʒ;onde accomodato il men. & leuato 1.ʒ da ciascuna banda haueremo $\frac{2}{3}$ ʒ. Eguale ad $\frac{1}{6}$.ϭ. Et ridotta la Equatione ad 1.ϭ,ch'è la maggior dignità, cioè partito ciascuna parte per $\frac{1}{6}$. num.de'ϭ, haueremo 4.ʒ. Eguali ad 1.ϭ, & schisato,ò partito ciascuna parte per 1.ʒ,haueremo finalmente 4.Eguale ad 1.ʒ.cioè 1.ʒ sara quanto 4. Et perciò il ʒ valera 4 perilche la prima parte del 10.posta essere 1. ʒ sara 4. & la seconda posta essere 10.men.1.ʒ sara 10.men.4. cioè 6.

Ma ponendosi del 10.la seconda parte essere 1.ʒ,& perciò la prima 10.men.1.ʒ,che così moltiplicato 5.men.$\frac{1}{2}$.ʒ,mita della prima via $\frac{1}{3}$.ʒ,ch'è l'$\frac{1}{3}$.della seconda,produce 1$\frac{2}{3}$.ʒ men.$\frac{1}{6}$.ϭ;

questo

questo douendo essere quanto la prima sarà Eguale a 10. m̄ 1.ʒ, onde accomodati li m̄.si hauera $2\frac{2}{3}$.ʒ. Eguale a $\frac{1}{6}$.ϭ p̄ 10. Et ridotto ad 1.ϭ, (perche il ϭ è la maggior dignita Algebratica, che sia fra queste) partendo ogni cosa per $\frac{1}{6}$.numero de' ϭ, haueremo 16.ʒ. Eguale ad 1.ϭ p̄ 60. Ma noi non sappiamo la Regola di questa Equatione di 1.ϭ,& numero Eguale a ʒ.perilche giudiciosamēte cercaremo di trouarla,& perciò potremo considerare,che essendo hora 16.ʒ Eguali ad 1.ϭ p̄ 60.si vede che il valore del ʒ côuiene essere tanto,che preso 16.volte facci quãto a giungere 60.a quello che sara valore dell'1.ϭ;ma l'1.ϭ è il quad.d'1.ʒ,cioè l'1.ϭ, è tanto quanto importa il prodotto che nasce à moltiplicare il valore del ʒ, ò di 1.ʒ in se stesso ,perilche conuiene che il valore del ʒ sia tanto,che moltiplicato per 16.facci quãto a moltiplicarlo in se stesso,& al prodotto giungere 60.Se sapessimo dunque trouare vna quantita,che moltiplicata in se stessa, & al prodotto gionto 60.la somma fusse quanto a moltiplicare essa quantita per 16.ella saria il valore del ʒ; Ma per trouarla, seruiamoci di quello che habbiamo imparato, che perciò potremo ponere la quantita che si cerca essere 1. †; il suo quad. è 1.ƶ, giontoli 60. fa 1. ƶ p̄ 60. & questo è Eguale a 16.volte 1.†,cioè a 16.†. Et cosi siamo peruenuti alla Equatione d'1.ƶ,& num.Eguale a †,nella qnale sappiamo,che dal quad.della mita del numero delle †,si caua il num.della Equatione,& la rad.quadra del restante si giunge,& caua alla mita del numero delle co.che ciascuno de' dui resultanti è valore della co. Onde hora da 64. quadratò di 8. mita di 16.numero delle co.cauaremo 60. numero della Equatione,ch'è con l'1.ƶ,& resta 4.la rad.del quale è 2. & questo 2.giunto, & cauato ad 8.fa 10.& 6.che perciò 10 ouero anco 6.può essere il valore della co.(che con 100. quad. di 10. gionto 60.fa 160.ch'è 16.volte 10.& anco cō 36.quadrato di 6.gionto 60. fa 96.ch'è 16.volte 6.perilche la quantita cercata sara 10 & anco potra essere 6.ma questa quantita ha da essere , ò mostrare il valore del ʒ nella Equatione di 16. p̄ 60. Eguale a 16.ʒ,però diremo che il ʒ vale 10.ouero 6.(che quanto al 10.ben si vede,che se 1.ʒ vale 10.l'1.ϭ valera 100.(quadrato di 10.) & giontoli 60. fa 160. ch'è quanto il valore di 16.ʒ. Et quanto al 6.ben si vede similmente,che se 1.ʒ vale 6.l'1.ϭ valera 36. (quad.di 6.) & giontoli 60. fa 96.ch'è 16.volte 6.cioè è quanto 96 valore de' 16.ʒ.) Et cosi perche ponessimo che delle due parti del 10 la seconda fusse 1.ʒ;hauēdo hora trouato il ʒ,valere 10 ò 6.ella sara 10.ò 6. Et perciò l'altra prima parte sara il restante sino al 10.cioè 0. ouero 4. Se bene ci seruiremo delle 6. & 4.perche il 10.& 0.non fa a proposito.

1.ƶ p̄ 60. Eguale a 16.†
8
8
64
cauisi 60
la rad.è 2
10.ouero 6. vale la cosa.

Da quest'operare si conosce,che la Equatione d'1.ϭ p̄ 60.Eguale a 16.ʒ, si viene a ridurre all'altra Equatione d'1.ƶ p̄ 60.Eguale a 16.co.& che il trouare il valore della co.in questa bassa, è quanto il trouare il valore del ʒ in quella; cioè che quando haueremo 1. ϭ p̄ 60. Eguali a 16.ʒ;si supponga d'hauere 1. ƶ p̄ 60. Eguale a 16. co. Et in questa Equatione nota si troui il valore della co.che esso valore della co qui verra ad essere il valore del ʒ in quella ; perilche se ci fusse poi dibisogno trouare anco il valore della co in quella; perche la co. ò vogliamo dire 1.co. è rad.cuba del ʒ,ò d'1.ʒ;noi pigliaressimo la rad.cuba del valore del ʒ,& essa seria il valore della co.in quella Equatione, cioè per essempio dicendo ; Trouisi vna quantita,che il suo cubato moltiplicato per 16. facci quanto a moltiplicare il suo cubato detto in se medesimo , & al prodotto giongere 60. Noi postala quantita cercata essere 1.co.il suo cubato saria 1.ʒ,che moltiplicato per 16.fa 16.ʒ; Ancora il cubato d'essa quantita,cioè l'1.ʒ moltiplicato in se stesso produce 1.ϭ, al quale gionto 60.fa 1.ϭ p̄ 60.ilche saria Eguale a 16.ʒ;Onde in questa Equatione supponendo d'hauere non 1.ϭ p̄ 60.Eguale a 16 ʒ;ma 1.ƶ p̄ 60.Eguale a 16.co.ò vogliamo dire, operando come se hauessimo 1. ƶ p̄ 60. Eguale a 16.co. noi moltiplicaremo 8. mita del numero de' 16. ƶ in se stesso, che fa 64.dal quale cauaremo 60.numero della Equatione,& resta 4.del quale presa la rad.quadra,ch'è 2.la giongeremo,& cauaremo ad 8.mita del 16.numero de' ƶ,& ne resulta 10. & 6.ilche nella nostra Equatione d'1.ϭ p̄ 60.Eguale a 16.ʒ,viene ad essere il valore del ʒ,cioè 1.ʒ,vale 10. ouero anco ℞ cuba 6. perilche la quantità cercata posta essere 1. †, sarà ℞ cuba 10. ouero anco potrà essere ℞ cuba 6. *Cioè* ℞ cuba 10.sarà vna quantità, che il suo cubato qual è ℞ cuba 1000. cioè 10 moltiplicato per 16. & fà 160.sarà tanto, quanto a moltiplicare il cubato d'essa quantità in se stesso,ch'è moltiplicare 10.cubato di ℞ cuba 10.in se stesso,cioè 10.via 10.che fà 100.& a questo 100.giongere 60.che fà in somma l'istesso 160. Et anco ℞ cuba 6.è similmeute vna quãtità,che il suo cubato quale è ℞ cuba 216.cioè 6.moltiplicato per 16.& fà 96. sarà tanto quanto a moltiplicare il cubato d'essa quantità in se stesso,ch'è moltiplicare 6.via 6. & fa 36. & a questo 36.giongere 60.che fa in somma l'istesso 96.

Et cosi si vede la Regola del trouare il valore della † nella Equatione d'1.ϭ,& numero Eguale a ʒ,potere essere questa.

Quando 1. ϭ, & numero sono Eguale a ʒ. Dal quad. della mità del numero de' ʒ si caui il numero della Equatione, & la ℞ quadra del restãte si giunga, & caui alla mità del numero de' ʒ, che ciascuno de' dui risultanti sarà valore del ʒ. Et di ciascuno d'essi dui resultanti si pigli la ℞ cuba, che ciascuna di loro mostrarà, ò sarà il valore della ✝.

Et se accompagnaremo li ʒ al numero, restando l'1. ϭ da sè; O se accompagnaremo li ʒ al l'1. ϭ, restando il numero da sè, cioè se haueremo ʒ, & numero Eguale ad 1. ϭ; Ouero se haueremo 1. ϭ, & ʒ, Eguale a numero, facẽdosi le medesime considerationi, vedremo (che alla similitudine della superiore.) Nella Equatione di ʒ, & numero Eguale ad 1. ϭ, si trouarà il valore del ʒ nel modo istesso, che si troua se haueremo ✝, & numero, Eguale a ƶ. Et nella Equatione di 1. ϭ, & ʒ Eguale a numero si trouarà il valore del ʒ, nel modo istesso, che se hauessimo 1. ƶ, & ✝ Eguali a numero. Che per maggior sodisfattione dello Studente se haueremo poniamo 1. ϭ p̃ 16. ʒ. Eguali a 60. vediamo che il valor del ʒ conuiene che sia tanto, che preso 16. volte, cioè moltiplicato per 16. & al prodotto gionto il quad. d'esso valore del ʒ (per formarne l'1. ϭ. ch'è il quad, d'1. ʒ) la somma sia 60. onde per trouare esso valore del ʒ, potremo ponere egli essere 1. ✝, che moltiplicato per 16. fa 16. ✝, & a questo giunto 1. ƶ, quadrato dell'1. ✝, fa 1. ƶ p̃ 16. ✝, ilche deue essere 60. però è Eguale a 60. Onde in questa Equatione d'1. ƶ p̃ 16. ✝, Eguale a 60. (alla quale si viene ad esser ridutta la nostra principale d'1. ϭ, p̃ 16. ʒ, Eguale a 60. ciascuna delle quali Equationi hà sempre gl'istessi numeri) giongeremo 64. quadrato d'8. mità del 16. numero de' ƶ, a 60. numero della Equatione, & fà 124. dalla ℞ del quale ch'è ℞ 124. cauaremo l'8. detto mità del numero de' ƶ, & resta ℞ 124. m̃ 8. ilche è il valore della ✝ (Onde dicendosi; Trouisi vna quantità, che moltiplicata per 16. & al prodotto gionto il quadrato d'essa quantità, la somma sia 60. diremo ella essere ℞ 124. m̃ 8.) Et perche il valore della ✝ in questa Equatione bassa è il valore del ʒ nella Equatione principale, diremo che 1. ʒ, iui vale ℞ 124. m̃ 8. Et però la ✝, ch'è la ℞ cuba del cubo, valerà la ℞ cuba d'essa quantità, cioè valerà ℞ cuba L ℞ 124. m̃ 8. ⅃. Et così sapremo, che quando 1. ϭ, p̃ 16. ʒ, sono Eguali a 60. all'hora la ✝, vale ℞ cuba L ℞ 124. m̃ 8. ⅃, cioè che ℞ cuba L ℞ 124. m̃ 8. ⅃ è quantità tale, che il suo cubato quale è ℞ 124. m̃ 8. moltiplicato per 16. & al prodotto ch'è ℞ 3744. m̃ 128. giunto il quad. cubo d'essa quantità, ch'è 188. m̃ ℞ 31744. (che il cubato della quãtità ℞ cuba L ℞ 124. m̃ 8. ⅃ è ℞ 124. m̃ 8. & il quad. di questa ℞ 124. m̃ 8. è 188. m̃ ℞ 31744.) fa in tutto 60.

℞ 124. m̃ 8. vale la ✝.
via ℞ 124. m̃ 8.
188. m̃ 16. volte ℞ 124. vale il ƶ.
16. volte ℞ 124. m̃ 128. vagliono le 16. ✝.
Sõma 188. m̃ 128. cioè 60. come bisogna.

Se qui mò senza far mentione di Trasmutatione in Equatione più bassa di ƶ, & ✝. Eguale a numero, vorremo dedurre la regola all'Equatione di ϭ, & ʒ, Eguale a numero; potremo dire, Quãdo 1. ϭ, & ʒ, sono Eguali a numero; Al quad. della mità del numero de' ʒ, si giunga il numero della Equatione, & dalla ℞ della somma si caui essa mità del numero de' ʒ, & del restante si pigli la ℞ cuba, che ella sarà il valore della cosa.

Ancora nel restante Capitolo, ò Equatione de' tre doue occorrono ϭ ʒ, & numero, ch'è quando il ϭ. è da sè; Habbiasi poniamo 1. ϭ Eguale a 16. ʒ. p̃ 60. Qui similmente vediamo che il ʒ hà da valer tanto, che moltiplicato per 16. & al prodotto gionto 60. la somma sia questo 1. ϭ. cioè quãto il quad. del valor del ʒ; diremo dunque. Trouisi vna quantità, che moltiplicata per 16. & al prodotto gionto 60. la sõma sia eguale al quad. d'essa quãtità; perilche ponẽdo essa quãtità esse re 1. ✝, moltiplicata per 16. fa 16. ✝, a qsto gionto 60. fa 16. ✝ p̃ 60. ilche deve essere quãto il quad. d'1. ✝, cioè quãto 1. ƶ. però habbiamo 1. ƶ Eguale a 16. ✝ p̃ 60. (a che si viene ad hauer ridutta la Equationi principale d'1. ϭ. Eguale a 16. ʒ p̃ 60. nelle quali due Equationi, i numeri per ordine sono sempre gl'istessi) onde gionto il 60. numero della Equtione a 64. quadrato d 8. mità di 16. numero delle ✝, & fa 124. & alla sua ℞, ch'è ℞ 124. giunto l'8. detto mità del numero delle ✝, che fa ℞ 124. p̃ 8. questo è il valore della ✝; perilche questo ℞ 124. p̃ 8. è la quantità cercata, che hà da essere il valore del ʒ nella nostra Equatione; onde il ʒ valẽdo ℞ 124. p̃ 8. la ✝ mò, ch'è ℞ cuba del ʒ, valerà la ℞ cuba d'essa quãtità, cioè valerà ℞ cuba L ℞ 124. p̃ 8. ⅃; perilche il quadrocubo d'essa, ch'è 188. p̃ ℞ 31744. sarà quanto a giungere 60. a 16. volte il suo cubato cioè quanto a giungere 60. a ℞ 31744. p̃ 128. che fa pure 188. p̃ ℞ 31744. Et se di qui, senza far mentione di Trasmutatione in Equatione più bassa di ƶ, Eguale a ✝, & numero, vorremo dedurne la regola all'Equatione di ϭ, Eguale a ʒ, & numero potremo dire. Quando 1. ϭ è Eguale a ʒ, & numero. Al quadrato della mità del numero de' ʒ, si giũga il numero della Equatione, & alla ℞ della somma si giunga essa mità del numero de' ʒ, & dalla somma si pigli la ℞ cuba, che ella sarà il valore della ✝.

Da questi discorsi mò si può auertire, che nelle Equationi hauẽdo num. & due dignità Algebra-

tiche

tiche accõpagnate come ſivoglino fra loro(cioè ne'tre modi che poſſono occorrere che ſono ò la maggior dignità da ſe Eguale all'altra, & al num.ò la minor dignità da ſe Eguale all'altra maggiore.& al numero,ò il numero da ſe Eguale alle due dignità) ſempre che la minor dignità ſia la ℞ quadra della maggiore,come occorre quãdo la minor dignità è 1̵,& la maggior 2̵;ò la minor 2̵,& la maggiore 4̵;ò la minore 3̵,& la maggiore 6̵;ò la minore 4̵,& la maggiore 8̵, ò la minore 5̵,& la maggiore 1̵0̵;ò la minore 6̵,& la maggiore 1̵2̵,&c. all'hora operando come ſi fa nelle tre Equationi doue 2̵, 1̵, & numero ſono ne' tre modi detti accompagnati nelle Equationi ſempre ſi trouarà il valore della vnita della dignità minore della Equatione,qual dignità minore come s'è detto è la ℞ quadra della dignita maggiore. Et ſe poi occorrera di più a trouare il valore della 1̵,ò d'1.1̵;noi mediante il valore noto della dignita minore detta, facilmente lo faremo a ſimilitudine de gl'eſſempij dati di ſopra; cioè ſe ſapremo il valore del 2̵, perche la 1̵ è rad. quadra del 2̵,ancora la rad.quadra del valore del 2̵,ſara il valore della 1̵; Onde ſe il 2̵ valeſſe 36.la 1̵ valeria rad.quad.36.cioè 6. Et ſe ſapremo il valore del 3̵;perche la 1̵ è rad.cuba del 3̵;ancora la rad. cuba del valore del 3̵,ſara il valore della 1̵;Onde ſe il 3̵,valeſſe 64.la 1̵ valeria ℞cuba 64. cioè 4. Et ſimilmente valendo il 4̵ 64. la 1̵, ch'è la ſua rad. quadra quadrata,valera rad. quadra quadra 64.cioè rad.quadra 8. Et coſi ſeguendo in infinito.

Laus DEO ſemper.

IN DEI NOMINE.

ALGEBRA LINEALE, O' GEOMETRICA.

Aggiunta nella quale nelle operationi Algebratiche in vece dell' operare con i numeri; si adoprano le linee.



T se nelle operationi Algebratiche in vece delli numeri ci piacesse seruirci delle linee? Noi andaremo pure con il discorso naturale ritrouandone il modo. Che primieramente quanto alli Capitoli, ò Regole da trouare il valore della cosa, quando si sia peruenuto alla Equatione; Cominciando al simplice Capitolo, ò Equatione di cose eguali a numero, se supponeremo d'hauere, poniamo 10. ɫ, eguali a 40. che potrà deriuare da vno quesito che dica. Trouisi vn numero, ò quantità, che moltiplicato per 10. facci 40. & perciò posto che sia 1. ɫ, moltiplicato per 10. fa 10. ɫ, & questo è eguale a 40. Onde partito 40. per 10. numero delle ɫ, ne viene 4. che è il valore della ɫ, & però è il numero cercato. Se ridurremo il quesito a quantità continue, cioe a linee, & superficie, & supponeremo che il 40. prodotto sia vna superficie nota (*che le superficie sono contenute da linee, & in particolare le figure quadrangole rettangole, si dicono essere contenute da quelle due linee, che formano vno de i quattro suoi angoli retti, quali due linee si sogliono chiamare lunghezza, & larghezza,*) & che il 10. sia vna linea retta data, potremo dire.

P

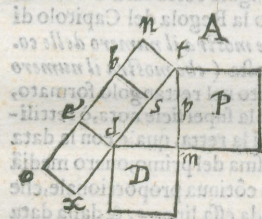
Trouisi vna retta quale cõ la data retta d ——ɫ—— (*cioe con il 10.*) cõtenga rettãgolo eguale alla proposta su pficie, ò rettangolo P. (*cioe che sia 40. di su pficie;*) Onde posto che la retta da trouarsi sia A. ɫ, ò vogliamo dire linea ɫ, ouero 1. ɫ di linea; il rettangolo d'essa nella data d ———— douerà essere eguale alla superficie, ò rettãgolo proposto P. perilche questa linea ɫ, che cerchiamo douerà esse re tale, che con la data d, contenga rettangolo eguale al P. proposto. Onde potremo mediante la 45 del primo d'Euclide sopra la data d, constituire vn pararellogrammo rettangolo, che sia eguale al proposto P. Et così la linea quale con la d. data formarà angolo retto sarà il valore della ɫ, ò vogliamo dire sarà la linea ɫ cercata. Dal che; deriuando la Regola del Capitolo di Cose eguali a numero potremo dire che; Sopra alla data retta (*che mostra il numero delle co. della Equatione*) si formi vn rettangolo eguale alla superficie proposta (*che mostra il numero della Equatione*) & all'hora la retta, che con la data farà angolo retto nel rettangolo formato, sarà il valore della ɫ, ò linea ɫ cercata. Si potrebbe ancora, ridotta la superficie nota, ò rettilineo proposto a quadrato (*mediante la vltima del secõdo*) trouar poi la retta, quale con la data contenesse rettãgolo eguale al quad. proposto, ò mediãte la 45. medesma del primo, ouero mediã te la 11. del 6. trouãdo alla data d, & lato del quad. proposto, la terza cõtinua proportionale, che così essa terza saria la linea ɫ cercata, poiche il rettãgolo contenuto da essa linea ɫ, & dalla data retta, saria (*per la 17. del 6.*) eguale al quad. proposto, ò superficie proposta a che il quad. si fusse fatto eguale. Ouero quando la superficie proposta fusse rettangola, ò ridotta a rettangolo, per trouare il valore della ɫ, ò linea ɫ cercata; si potria. (*medianee la 12. del 6.*) considerata la data retta d. come prima linea, & le due rette, che contengono il rettangolo proposto, come seconda, & terza (*ne importa quale di dette due si pigli per seconda, ò terza*) ad esse tre trouare la quarta proportionale, che questa quarta saria la linea ɫ, poiche il dutto, ò rettangolo d'essa nella prima, che è la data, saria eguale al dutto della seconda nella terza, cioe al rettangolo proposto come si ricerca.

Et venendo alli tre Capitoli composti, de' quali il primo è d'1. ƶ, & ɫ eguali a numero. Sappiasi che il ƶ si considera essere il quad. della ɫ, ò linea ɫ; Le ɫ, si considerano essere vn rettangolo, che per lunghezza habbi la linea ɫ, & per larghezza la linea rapresentante il numero delle ɫ, cioe le ɫ si cõsiderano essere vn rettangolo contenuto dalla linea ɫ, & dalla linea retta data, che rapresenta il numero d'esse ɫ. Il numero poi della Equatione, si considera essere vna superficie nota, ò vogliamo dire vn rettilineo proposto, quale a nostro beneplacito potiamo ridurre a paralellogrammo rettangolo, ò a quad. secondo che facci a nostro proposito. Hora se supponeremo poniamo d'hauere 1. ƶ p̃ 12. ɫ, eguali a 64. Sappiamo che per trouare il valore della ɫ, si piglia la mità del 12. num. delle ɫ, & al suo quad. che è 36. si giunge il num. della Equatione, cioe

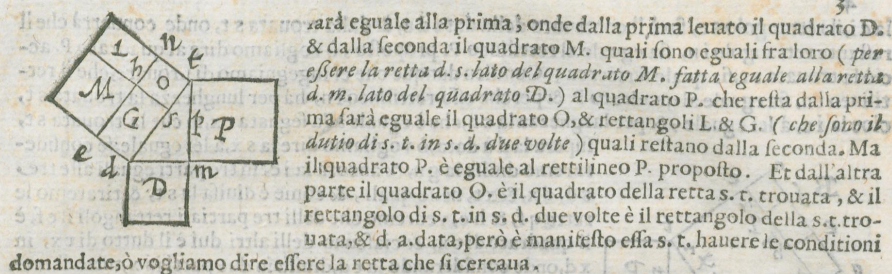
64. & della somma 100. si piglia la ℞ che è 10. & di questo 10. si caua il 6. mità del num. delle ꝶ, che resta 4. & questo 4. è il valore della ꝶ; Onde ancora nel medesimo modo potremo ridurre in linea per trouare il valore della co. cioe douẽdo trouare vna retta co. il quad. della quale (*che è l'1.ce.*) giunto al rettangolo d'essa, & d'vna data retta d——a (*che è il 12. num. delle co.*) facci somma (*che è l'1.ce. p̃ 10.co.*) eguale ad vn proposto rettilineo (*che è il 64. numero della Equatione*) noi potremo piglia la mità data d.a, & sopra ad essa mità d. m. formare 1. quad. & ad esso quadrato giongere il rettilineo ꝓposto, & della somma pigliare la ℞ quadrata, cioe trouare il lato del quad. che sia eguale al quad. della mità di d. a, & al rettilineo proposto, ò vogliamo dire, trouare la retta potente nella somma del quadrato della mità della data d. a, & del rettilineo proposto, & sia la retta d. t. (*ilche si può fare mediante la 47. del primo, congiungẽdo ad angolo retto la d. m. mità della data d. a. & il lato del quadrato eguale alla superficie P. proposta, che la d. t. subtensa a detto angolo retto, sarà il lato del quadrato eguale alla somma de i dui quadrati, i lati de i quali formano l'angolo retto*) & da essa d. t. cauare la mità dalla data d. a, & sia d. s. che il restante s. t. sarà il valore della ꝶ, cioe sarà quella linea, che nella positione si sarà chiamata ꝶ, ò linea ꝶ; al quad. del la quale giunto il rettangolo contenuto da essa, & dalla data d. a. la somma sarà eguale al rettilineo proposto P. Ilche se bene è chiaro dal discorso naturalmente fatto nel principio del Trattato dell'Algebra, ò Regola della Cosa (*ò vogliamo dire Regola della quantità ignota, ò incognita, ò della restauratione*) per trouare la Regola a questo Capitolo, ò Equatione, nondimeno se ne darà ancora la dimostratione Geometrica. Perilche considerato la d.t. composta dalla s. t. ꝶ, & dalla s. d. mità della d. a data; se li giungeremo in lungo verso d. la d. x, eguale ad essa d. s. all'hora la s. x, sarà eguale alla d. a. data. & se eretta la t. n. perpendicolare, & eguale alla s. t. ꝶ, tiraremo poi la n. o. eguale, & equidistante alla t. x. & le due s, b. & d. e. equidistanti alla t. n. all'hora la superficie s. n. sarà il quadrato di s. t. ꝶ. (*cioè sarà l'1. ce.*) & la s. o. sarà il rettangolo contenuto dalla medesma s. t. ꝶ (*perche la s. b. è eguale alla s. t.*) & dalla data d. a. (*perche s. x. è eguale alla data d. a.*) del qual rettangolo s. o. ciascuno delli dui d. b. & d. o. sarà la sua mità (*perche ciascuna delle due rette s. d. & d. x. è la mità della s. x.*) Et il composto di questi, cioe il total rettangolo t. o. deue essere eguale al quad. P. (*cioe al rettilineo proposto P. al quale il quadrato P. si è fatto eguale;*) Onde se consideraremo cosi al rettangolo t. o. come al quadrato P. giunto il quadrato D. ne seguirà che la somma de' dui quadrati P. & D. & però che il solo quadrato di d. t. (*ad essi dui eguali per la 47. del primo*) deua essere eguale alla somma del rettilineo t. o. & quadrato D. in cambio del qual quadrato D. potremo ponere il quadrato di d. s. perche d. s. è fatta eguale a d m. lato del quadrato D. Cioe il quadrato di d. t. deue essere eguale al quadrato di d. s. & al rettangolo t. o. ma tanto è dire il rettangolo t. o. quanto le sue tre parti in che egli si diuide, che sono il quadrato di s. t. il rettangolo d. b. contenuto da s. t. & s. d. & il rettangolo d. o. eguale al d. b. che perciò si può dire essere vn'altro rettangolo di s. t. in s. d. Onde della d. t. diuisa in due parti in s. vediamo che bisognaria, che il quadrato di essa d. t. fusse eguale al quadrato di d. s. che è vna sua parte; al quadrato di s. t. che è l'altra parte & a dui rettangoli contenuti dall'vna parte s. t. nell'altra s. d. ma a punto questo è vero. che quando vna linea è diuisa in due parti come si vogli, il quadrato d'essa linea (*per la quarta del secondo*) è sempre eguale alli dui quadrati delle due parti, & a dui rettangoli ciascuno de' quali sia contenuto dall'vna parte, & dall'altra; perilche dunque è vero tutto quello che a questa verità ci hà condotto. Cioe che s.t. trouata sia linea tale, che il quadrato d'essa insieme con il rettangolo d'essa, & della data d. a. sia eguale al rettilineo P. proposto. Ma breuemente potremo fare la dimostratione dicendo.



P. rettilineo proposto.
p. linea potente in esso rettilineo.
d. a. linea data.
d. m. mità della data.



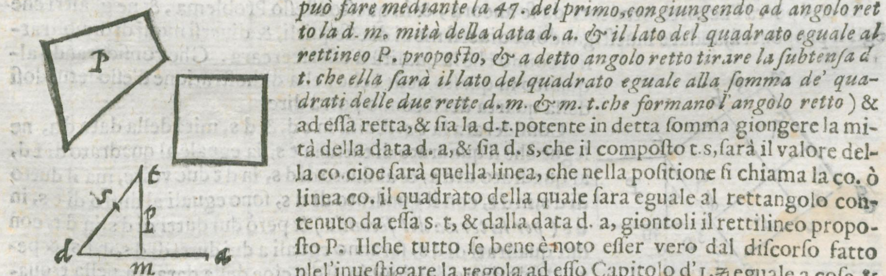
Al quadrato di d. t. (*& sia il d. a.*) è eguale la somma de' dui quadrati D. & P. (*per la 47. del primo*) & al medesmo quadrato di d.t. è anco eguale la somma delli dui quadrati O. & M. & dui rettangoli L. & G. contenuti ciascuno d'essi dalle parti s. t. & s. d. però questa seconda somma



sarà eguale alla prima; onde dalla prima leuato il quadrato D. & dalla seconda il quadrato M. quali sono eguali fra loro (*per essere la retta d. s. lato del quadrato M. fatta eguale alla retta d. m. lato del quadrato D.*) al quadrato P. che resta dalla prima sarà eguale il quadrato O, & rettangoli L. & G. (*che sono il dutio di s. t. in s. d. due volte*) quali restano dalla seconda. Ma il quadrato P. è eguale al rettilineo P. proposto. Et dall'altra parte il quadrato O. è il quadrato della retta s. t. trouata, & il rettangolo di s. t. in s. d. due volte è il rettangolo della s. t. trouata, & d. a. data, però è manifesto essa s. t. hauere le conditioni domandate, ò vogliamo dire essere la retta che si cercaua.

Et perche ancora in questo Capitolo d'1. ℨ, & cose eguali a num. si potria dire (*& resultaria l'istesso*) che il trouare il valore della ꝶ, sia il trouare vna linea retta, quale giũta ad vna retta data, il rettangolo contenuto da tutta la linea cosi composta, & dalla da trouarsi, sia eguale ad vn rettilineo P. proposto; per far poi la dimostratione Geometrica della Regola da trouare essa linea ꝶ, noi seruendoci della medesima operatione fatta potressimo dire. Piglisi la s. x. in vece della data d. a. & si consideri diuisa in due parti eguali in d. & a quella aggiunta in lungo la s. t trouata, & sapremo (*per la sesta del secondo*) che il rettangolo contenuto da tutta la linea t. x. cosi composta, & dalla aggiunta s. t. (*cioe il rettangolo t. o.*) insieme con il quadrato della mità di s. x, cioe con il quadrato di d. s. & però in sua vece con il quadrato D. eguale al quad. di d. s. (*per essere d. s. fatta eguale alla d. m.*) saranno eguali al quadrato della retta t. d. composta dalla mità di s. x. & dalla aggiunta s. t. Ma al medesmo quadrato di t. d, è eguale la somma de'dui quadrati D. & P. (*per la 47. del primo*) però il rettangolo di t. x. & t. s con il quad. D. sono eguali alla somma detta de'dui quadrati D. & P. onde leuato comunemente il comune quadrato D. il restante rettangolo di t. x, & t. s, sarà eguale al restante quadrato P. Ma il rettangolo di t. x. & t. s. è composto dal quadrato di t. s. trouata, & dal rettangolo d'essa t. s. in s. x. & però in d. a. data. Et il quadrato P. è fatto eguale al rettilineo P proposto, però la t. s. trouata è tale, che il suo quadrato insieme con il rettangolo d'essa nella data d. a, sono eguali al rettilineo P proposto come conuiene.

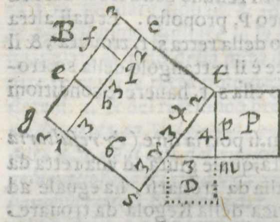
Et seguendo al secondo Capitolo, ò Equatione d'1. ℨ, eguale a cose, & numero. Supponendo d'hauere poniamo 1. ℨ, eguale a 6. ꝶ, p̄ 16. sappiamo che per trouare il valore della co. si piglia la mità di 6. num. delle co. qual mità è 3. & al suo quad. cioe a 9. si giũge il 16. num. della Equatione, & fa 25. del qual 25. si piglia la ℞ che è 5. & ad esso 5. si giunge il 3. mità di 6. numero delle co. & fa 8. & questo 8. è il valore della co. Onde nel medesimo modo ancora potremo operare in linea per trouare il valore della cosa. Cioe douendo trouare vna linea retta co. il quadrato della quale (*che è l'1. ce.*) sia eguale al rettangolo cõtenuto da essa retta, & da vna data d. a. (*che sono le 6. cose, perche hora la d. a, verrà ad essere 6.*) giontoli vn rettilineo P. proposto (*che sarà il 16. numero della Equatione accompagnato alle 6. cose.*) Noi potremo pigliare la mità della data d. a, & sia d. m, & sopra ad essa mità d. m, formare vn quadrato, & ad esso quadrato giungere il rettilineo P. proposto, & della somma pigliare la ℞ quadra; cioe trouaremo il lato del quadrato, che sia eguale al quad. della mità di d. a, & al rettilineo P. proposto, ò vogliamo dire trouaremo la retta potente nella somma del quad. della mità della data d. a, & del rettilineo P. proposto (*ilche si può fare mediante la 47. del primo, congiungendo ad angolo retto la d. m. mità della data d. a. & il lato del quadrato eguale al rettineo P. proposto, & a detto angolo retto tirare la subtensa d. t. che ella sarà il lato del quadrato eguale alla somma de' quadrati delle due rette d. m. & m. t. che formano l'angolo retto*) & ad essa retta, & sia la d. t. potente in detta somma giongere la mità della data d. a, & sia d. s, che il composto t. s, sarà il valore della co. cioe sarà quella linea, che nella positione si chiama la co. ò linea co. il quadrato della quale sara eguale al rettangolo contenuto da essa s. t, & dalla data d. a, giontoli il rettilineo proposto P. Ilche tutto se bene è noto esser vero dal discorso fatto nel'inuestigare la regola ad esso Capitolo d'1. ℨ eguale a cose, & numero; Noi ancora in questo luogo ne inuestigaremo la simplice dimostratione Geometrica.



P. rettilineo proposto.
d. a. retta data.
d. m mità della data.
il quad. è eguale al rettilineo P.

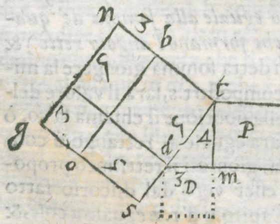
Considerando che fatto il quadrato s. u. sù la trouata retta s. t. & presa la t. c, & la s. i, eguali alla data d. a, & tirata

la c i, il rettangolo s c, sarà il contenuto della data d a, & dalla trouata s t, onde conuerrà che il restante rettangolo i n, sia eguale al rettilineo P. proposto, ò vogliamo dire al quadrato P. acciò la trouata s t, sia quale si ricerca; Conuien dunque che ci ingegniamo di prouare, che il rettilineo i n, sia eguale al quadrato P. & perche esso rettilineo i n, hà per lunghezza la trouata s t, cioe la i c, à lei eguale, & per larghezza la c n, che è eguale alla segnata t x, in che la trouata s t, supera la d a data, ò vogliamo dire la s x, à lei eguale; se consideraremo diuisa la g n, & ancora la i c, in tre parti eguali alle tre s d, d x, & x t, nelle quali, & come è diuisa la s t, & tiraremo le rette q f, & h e, vedremo che delli tre partiali rettangoli il c f, è il quadrato di t x, & ciascuno delli altri dui è il dutto di t x, in x d, onde considerando la t d, diuisa in due parti in x, tutto il rettangolo c g, contenirà il quadrato dell'vna parte t x, & il rettangolo dell'vna parte t x, nell'altra x d, due volte; Et sapendo noi (*per la quarta del secondo*) che se a questi si aggiungesse il quadrato dell'altra parte x d; all'hora la somma totale saria eguale al quadrato della total linea t d; Et anco sapendo (*per la penultima del primo*) che al medesmo quadrato di t d, è eguale la somma delli dui quadrati D, & P. conosciamo che la somma prima detta viene ad essere eguale alla seconda; Onde perche il quadrato di x d, che entra nella prima somma è eguale al quadrato D, che entra nella seconda, ci accorgiamo, che da dette somme leuando detti quadrati (*cioe della prima il quadrato di x d, & dalla seconda il quadrato D.*) all'hora il restante della prima, che è il rettangolo c g, (*ò vogliamo dire i n,*) verrà ad essere eguale al restante della seconda, che è il quadrato P. *Ouero mediante la sesta del secondo si poteua considerare, che essendo la data s x, diuisa per mezo in d, & a quella giunto in lungo la x t, ne segue, che il rettangolo contenuto da tutta la t s, così composta, & dalla t x aggiunta, cioe il rettangolo c g, insieme con il quadrato della mità della data, & però insieme con il quadrato D, che hà per lato la d m, fatta eguale alla mità della data, sono eguali al quadrato di t d, composta dalla mità della data, & dalla x t aggiunta, ma al medesmo quadrato di t d (per la 47. del primo) è ancora eguale la somma de i dui quadrati D, & P. però remesso da ciascuna banda il comune quadrato D. restarà il rettangolo c g, eguale al quadrato P.*) Et perche il rettangolo t i, è il dutto della trouata t s, nella data s x, & il quadrato P. è quanto il rettilineo proposto P. noi vediamo d'hauere l'intento, perche al rettangolo c g, giunto il t i, che è contenuto dalla data a d, & dalla trouata t s, se ne forma il quad. totale t g, che è il quad della trouata.



Breuemẽte ancora per farne la dimostratione al modo Geometrico; Cõsiderato la t s trouata, diuisa nelle due parti s d, mità della data d a, & d t restante, seruẽdoci della settima del secõdo potremo dire. Il quad. della totale t s, insieme cõ il quad. della prima parte s d, & però cõ il quad D. sono eguali al rettãgolo di tutta la t s, nella istessa prima parte, ò mità di d a, data due volte (*che è quãto a dire vna volta sola il rettãgolo della t s trouata, & della totale d a data*) giõtoli il quad. dell'altra parte d t, qual quadrato di d t. è quanto a dire li dui quadrati D. & P. Cioe la somma de i quadrati di s t, & D. è eguale alla somma del rettangolo di s t, in s x, cioe in d a data, & de i quadrati D & P. perilche leuato comunemente il comune quadrato D. restarà il solo quadrato di t s trouata, eguale al rettangolo di t s, in d a; insieme con il quadrato P. ò vogliamo dire con il rettilineo proposto P.

Et così potrà l'accorto Studente da se ancora, & in questo istesso Problema, & ne gl'altri che egli si proponerà, andare inuestigando, & diuersi modi di essequirli, & diuersi modi di dimostrarli secoudo che la qualità d'essi ricercarà. Ghe considerando alquanto in questo, vedrà che nella dimostratione d'esso seruẽdosi della quarta del secondo potrà dire.



Considerata la t s, diuisa in t d, & d s, mità della data d a, ne segue che il quadrato di tutta la t s, sia eguale al quadrato di t d, al quadrato di d s, & al dutto di d s, in d t due volte, ma il dutto di d s, in d t, con il quadrato di d s, sono eguali al dutto di t s, in d s (*per la terza del secondo*) & però dui dutti di d s, in d t, con dui quadrati di d s, saranno eguali a dui dutti di d s, in t s, & però al solo dutto del doppio di d s, cioe della data d a, nella trouata t s; Se dunque al quadrato di t s, & anco alle sue parti dette (*che sono il quadrato di t d, il quadrato di d s, & dutto di d s, in d t, due volte*) giongeremo il quadrato D, che è eguale al quadrato di d s, all'hora il quadrato di t s, & il quadrato D. saranno eguali al dutto della data d a, nella trouata t s, insieme con il quadrato di t d; ma in vece del quadrato di t d, pigliando li dui

Habbiasi 1.✱ piu 20. Eguale a 10.ꝛ

1.ꝛ piu rad.20.

1.✱ piu rad.80.ce.piu 20.

1.✱ piu rad.80.ce. piu 20. Eguale a (10. piu rad.80.) ce.

Cioè 1.ce.piu rad.20. Eguale a rad.L 10.piu rad.80.⅃ co.

10.piu rad.80.

$2\frac{1}{2}$.piu rad.5.

cauisi. rad.20.

resta. $2\frac{1}{2}$.meno rad.5.

A B

la sua rad.è rad.L $2\frac{1}{2}$.men.rad.5.⅃ da

C

giungere,& cauare alla mità del numero delle ꝛ

rad.L $2\frac{1}{2}$.piu rad.5.⅃ piu rad.L $2\frac{1}{1}$. men.rad.5.⅃ valerà la ꝛ.

Et anco valerà rad.L $2\frac{1}{2}$.piu rad,5⅃.men.rad.L $2\frac{1}{2}$. m̃ rad.5.⅃.

Ma trouiamo il valore della cosa, mediante l'altra Trasmutatione imparata da principio doue l'1.✱ douenta 1.ce.il 20.numero non varia, & li 10.ce. douentano 10.ꝛ.

1.✱ piu 20. Eguale a 10.ce.

1.ce.piu 20. Eguale a 10.ꝛ.

5. moltiplicato in se stesso fa 25. cauatone 20. numero della Equatione resta 5.la sua ℞ è ℞ 5. che giunta, & cauata a 5.mità del numero delle ꝛ,ne resulta 5. piu rad.5.& 5.m̃ ℞ 5.ciascuna delle quali due quantità resultanti è valore della ꝛ, qui doue 1.ce. p̃ 20. è Eguale a 10.ꝛ, Ma ciascuno d'essi dui resultanti è valore del ce. nella Equatione di 1.✱ p̃ 20. Eguale a 10.ce.perilche il valore della ꝛ nella Equatione d'1.✱ p̃ 20. Eguale a 10.ce. sarà la ℞ di ciascun d'essi resultanti, cioè sarà ℞ L 5.p̃ ℞ 5.⅃. Ouero anco ℞ L 5.m̃ ℞ 5.⅃.

Di qui si può accorgere lo studente, che ℞ L 5.p̃ ℞ 5.⅃. Et ℞ L 5. m̃ ℞ 5.⅃ valute della ꝛ trouate hora, sono quanto ℞ L $2\frac{1}{2}$.p̃ ℞ 5.⅃ p̃ ℞ L $2\frac{1}{2}$. m̃ ℞ 5.⅃. Et ℞ L $2\frac{1}{2}$.p̃ ℞ 5.⅃ m̃ ℞ L $2\frac{1}{2}$. m̃ ℞ 5.⅃ valute della istessa ꝛ, trouate con la prima superiore Trasmutatione. Onde se qui, pigliaremo la radice del binomio 5. piu ℞ 5. ella douerà essere il binomio di ℞ L ⅃ superiore, cioè sarà ℞ L $2\frac{1}{2}$.p̃ ℞ 5.⅃ p̃ ℞ L $2\frac{1}{2}$.m̃ ℞ 5.⅃ Et l'istesso si dice del residuo qui, cioè se pigliaremo la ℞ di 5.m̃.℞ 5. ella sarà, ℞ L $2\frac{1}{2}$.p̃ ℞ 5.⅃ m̃ ℞ L $2\frac{1}{2}$. m̃ ℞ 5.⅃. Ouero se moltiplicaremo in se stesso il binomio di sopra di ℞ L ⅃, se ne produrrà il binomio qui, 5 p̃ ℞ 5. Et similmente se moltiplicaremo in se stesso il residuo di sopra di ℞ L ⅃, se ne produrrà il residuo qui 5. m̃ rad.5. ò vogliamo dire, se vedremo che cosa significhi rad.L $2\frac{1}{2}$. p̃ rad.5.⅃ p̃ rad. L $2\frac{1}{2}$.m̃ rad.5.⅃, giongendo insieme essi dui, binomio cioè, & residuo di rad.L ⅃, vedremo che la somma è rad.L 5. p̃ rad.5.⅃, cioè che essa quantità si riduce a questo simplice binomio rad.L 5. p̃ rad.5.⅃. Et similmente l'altra quantità rad.L $2\frac{1}{2}$. p̃ rad.5.⅃ m̃ rad.L $2\frac{1}{2}$.m̃ rad.5.⅃, si ridurrà a rad. L 5.5 m̃ rad.5.⅃, come si vede dalle operationi del margine, fatte per beneficio dello Studente, acciò pigli pratica in esse, nelle quali conuiene essere pronto, & esperto.

Piglisi la rad. quadra di questo binomio. 5.piu rad.5. Da 25. quadrato di 5. si caua 5.quad. di rad.5. & resta 20. la rad.del quale è rad.20. & la sua mità è rad.5. che giunta, & cauata a $2\frac{1}{2}$. mità di 5.nome, è parte maggiore del binomio, ne resultano $2\frac{1}{2}$.p̃ rad,5.& $2\frac{1}{2}$.men.rad.5.di ciascuno de i quali dui resultanti si piglia la rad. quadra, & esse due rad. si giungono insieme, che il composto, quale è questo binomio di rad.L ⅃, cioè rad.L $2\frac{1}{2}$.p̃ rad.5.⅃ p̃ rad. L $2\frac{1}{2}$. m̃ rad.5.⅃ sarà la rad.del binomio proposto 5.p̃ rad.5.onde del suo residuo 5.m̃ rad.5.la rad. sarà questo residuo, cioè rad.L $2\frac{1}{2}$.p̃ rad.5.⅃ m̃. rad.L $2\frac{1}{2}$.m̃ rad.5.⅃.

Quadrisi, cioè moltiplichisi in se medesimo questo binomio di rad.L ⅃, cioè rad.L $2\frac{1}{2}$.p̃ rad. 5.⅃ piu rad.L $2\frac{1}{2}$.m̃ rad.5.⅃.

rad.L $2\frac{1}{2}$.p̃ rad.5.⅃

via rad.L $2\frac{1}{2}$.men.rad.5.⅃

$6\frac{1}{4}$.men.5.cioè $1\frac{1}{4}$.

fa rad, L $1\frac{1}{4}$.⅃ cioè rad. $1\frac{1}{4}$. il suo doppio è rad.5. Però i due rettangoli delle parti del binomio totale, sono rad.5.

Il quad.della parte maggiore è $2\frac{1}{2}$.piu rad.5.

Il quad.della parte minore è $2\frac{1}{2}$. men.rad.5.

la somma de i due quadrati è 5. che con li due rettangoli rad. 5. fa 5. piu rad. 5. il che è il quad. del binomio proposto di rad. L 7. Onde presa la rad. di questo suo quad. cioè di 5. p̄ rad. 5. che si dirà essere rad. L 5. piu rad. 5. 7 vediamo che tanto è questo rad. L 5. piu rad. 5. 7 quanto e il 6. binomio dato (delle due rad. L 7) da quadrare.

Et perciò quadrãdo il residuo delle due rad. L 7 produrrà questo residuo 5. men. rad. 5. Et però sarà quanto a dire rad. L 5. meno rad. 5. 7.

Veggasi quanto significa questa quantità rad. L $2\frac{1}{2}$. piu rad. 5. 7 piu rad. L $2\frac{1}{2}$. men. rad. 5. 7. Cioe giongãsi insieme essi dui, binomio, & residuo. Il che si potrà fare vedendo quante volte l'vno, cioe poniamo il residuo, entri nell'altro, cioe nel binomio.

per rad. L $2\frac{1}{2}$. men. rad. 5. 7, partãsi rad. L $2\frac{1}{2}$. piu rad. 5. 7
via rad. L $2\frac{1}{2}$. piu rad 5. 7 — via rad. L $2\frac{1}{2}$. piu rad. 5. 7
fa rad. L $1\frac{1}{4}$. 7 partitor simplice. — fa $2\frac{1}{2}$. piu rad. 5.
entra volte. rad. 5. piu 2.
& in se stessa entra volte. 1.

però aella somma loro entrarà volte 3. piu rad. 5. Onde moltiplicaremo esso residuo partitore L $2\frac{1}{2}$. men. rad. 5. 7 via questo 3. piu rad. 5. cioe via rad. L 14. piu rad. 180. 7
rad. L 14. piu rad. 180. 7
prodotto rad. L 35. men. 30. men. rad. 5. volte 14. piu rad. 180. (che e rad. 5. volte 6.) volte $2\frac{1}{2}$. cioe piu rad. 5. volte 15. 7
Cioe rad. L 5. piu rad. 5. 7

Però vediamo la somma d'essi dui, binomio, & residuo, essere rad. L 5. piu rad. 5. 7. & però diremo, che la proposta quantità significa rad. L 5. piu rad. 5. 7

HAbbiasi 1. ✱ p̄ 20. Eguale a 12. ꝛ.
1. ce. piu rad. 20.
1. ✱ piu rad. 89. ce. piu 20.
1. ✱ piu rad. 80. ce. piu 20. Eguale a (12. piu rad. 80.) ce.
Cioe 1. ce. piu rad. 20. Eguale a rad. L 12 piu rad. 80. 7 ce. Cioe a (rad. 10. piu rad. 2.) ꝛ.

12. piu rad. 80.
3. piu rad. 5.
cauisi. rad. 20.
resta. 3. men. rad. 5.
A B
da 9
cauato 5.

composto superiore, ch'è dalla banda delli ce. 12. piu rad. 80.
la sua rad. è rad. 10. piu rad. 2.
n r
la sua mità è rad. $2\frac{1}{2}$. piu rad $\frac{1}{2}$.
D

resta 4. la rad. è 2. gionto, & cauato a 3 ne resulta 5. & 1. le loro mità sono $2\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. le rad. de i quali sono rad. $2\frac{1}{2}$. & rad. $\frac{1}{2}$. però la radice del residuo 3. meno radice 5. è radice $2\frac{1}{2}$. meno radice $\frac{1}{2}$. da giungere, & cauare a rad. $2\frac{1}{2}$. piu rad. $\frac{1}{2}$. (mità del nnmero delle ꝛ.) & ne resulta rad. 10. & rad. 2. Ciascun de quali è il valore ddlla ꝛ in ciascuna delle due Equationi.
C

Ma se l'1. ✱ piu 20. Eguale a 12. ce. Trasmutaremo in 1. ce. piu 20. Eguale a 12. ꝛ. Da 16. quad. di 6. mità del numero delle ꝛ, cauato il numero 20. che resta 16. del che la rad. è 4. & giunta, & cauata al 6. ne resulta 10. & 2. ciascuno d'essi 10. & 2. sarà qui il valore della ꝛ, ma il valore del ce. nell'Equatione non trasmutata, però in essa d'1. ✱ piu 20. Eguale a 12. ce. la ꝛ valerà le rad. di 10. & di 2. cioè valerà rad. 10. & ancora rad. 2.

Et così si vede questa sorte di Trasmutatione essere molto comoda, & espediente rispetto all'altra.

Sappiasi di più, che si può anco fare la Trasmutatione di questa Equatione d'1. ✱, & numero Eguale a ce. riducendola a simplice Equatione di ꝛ. Eguale a numero con la cõsideratione, o cõ modo simile al mostrato nel ridurre il Capitolo, o Equatione d'1. ce. & numero Eguale a ꝛ, a simplice Equatione di ꝛ. Eguale a numero, il che per essempio allo Studente si è fatto in margine, ma solo in figura.

Si hà 1. ✱ piu 20. Eguale a 12. ce. Et si vuol ridurre ad Equatione simplice di cose. Eguale a numero.

1. ✱ meno 12. censi, piu 20. Eguale a 0.
si piglia 1. censo meno 6. il suo quad. è
1. ✱ meno 12. ce. piu 36. Et sarà Eguale a 16.

1. ✱ meno

1.✱ meno 12.ce.piu 36 Et sarà Eguale a 16.

Cioè 1.ce.meno 6. Eguale alla rad.di 16.ch'è 4.

Cioè 1.ce. Eguale a 10.

Cioè 1.+. Eguale a rad.10.

Però la + vale rad.10.

Ouero supponendo, che la ℞ d'1.✱ men.12.ȥ p̄ 20.sia 6.men.1.ȥ poiche vagli il ȥ, più è manco di 6 determinatamente.li 12.ȥ possono essere quanto l'1.✱ p̄ 20.cioè non vi occorre necessità che importi stabilire, che il ȥ vagli più di 6.ne meno che vagli manco di 6.

Ma noi potremo anco senza fare altra consideratione dire; Ouero piglisi 6.meno 1.ȥ. Il suo quadrato è

36 meno 12.ȥ piu 1.✱ Et sarà Eguale a 16.

Cioè 6.meno 1.ȥ. Eguale alla ℞ di 16.ch'è 4.

Cioè 2. Eguale ad 1.ȥ.

Cioè ℞ 2. Eguale a 1.+.

Però la + vale ℞ 2.

Ma noti lo Studente vna mirabile proprietà, & breuità insieme della detta altra sorte di Trasmutatione. Essaminãdo la operatione in essa Trasmutatione d'1.✱ p̄ 20. Eguale a 12.ȥ in 1.✱ p̄ ℞ 80.ȥ p̄ 20. Eguale a (12.p̄ ℞ 80.) ȥ, che hora la ℞ d'vna parte, cioè 1.ȥ p̄ ℞ 20. sarà Eguale alla ℞ dell'altra parte, cioè a ℞ L 12.piu ℞ 80.˥ +, ch'è (℞ 10.p̄ rad.2.) +, per trouar mò il valore della +. Vediamo che di questo rad.10.p̄ rad.2 (*numero delle +*) *si piglia la mità, ch'è rad.* $2\frac{1}{2}$.p̄ rad.$\frac{1}{2}$. & si troua il suo quad ch'è 3. p̄ rad.5. cioè è sempre l'$\frac{1}{4}$.di 12.piu rad.80.quad.dell'intiero rad.10.piu rad.2. (*numero delle +*) *dal qual quad.3. piu rad.5. si caua rad.20.* (numero accompagnato all'1.ȥ nell'Equatione) qual rad.20.è sempre la mità della rad.80. parte minore del binomio 12 piu rad 80.& *perche il rad.5.* (*del 3.piu rad.5.*) è sempre l'$\frac{1}{4}$.della rad.80. Cauando $\frac{1}{2}$. da $\frac{1}{4}$. resta m̄ vn'altro $\frac{1}{4}$. cioè resta medesmamente rad.5.ma è m̄. Onde dal binomio 3.piu rad.5. cauandone il rad.20. il restante è sempre il suo proprio residuo, cioè 3.m̄ rad.5. ch'è il residuo della *quarta* parte del 12.piu rad.80.*Di questo 3.m̄ rad.5.si piglia la rad.ch'è rad.* $2\frac{1}{2}$.m̄ rad.$\frac{1}{2}$. Et però viene ad essere il residuo della rad.del 3.piu rad.5.quarta parte del 12.piu rad.80. Et perche questo binomio 3.piu rad.5. è la quarta parte del totale 12.piu rad.80. la sua rad.cioè rad.$2\frac{1}{2}$.piu $3\frac{1}{2}$.sarà la mità di rad.10.piu rad.2.ch'è rad.del total binomio 12.piu rad.80. (perche il denominatore della proportione de i lati, ò rad. di due quadrati, è sempre la rad. del denominatore della proportione d'essi medesmi dui quadrati) cioè la prima maggior parte rad.$2\frac{1}{2}$.è la mità della prima maggior parte rad.10.& la seconda ò minor parte rad.$\frac{1}{2}$. è la mità della seconda, ò minor parte rad.$\frac{1}{2}$. *Per seguir poi la Operatione, questa rad.trouata, cioè il* rad.$2\frac{1}{2}$.men.rad $\frac{1}{2}$.si giunge, & caua a rad.$2\frac{1}{2}$.piu rad.$\frac{1}{2}$.mità di rad.10.piu rad.2.numero delle +, & ciascuno de i due resultanti sarà il valore della +. Ma habbiamo visto, che il rad.$2\frac{1}{2}$.m̄ rad.$\frac{1}{2}$.rad.trouata detta, e sempre il residuo del rad.$2\frac{1}{2}$.piu rad.$\frac{1}{2}$. binomio, al quale s'hà giungere, & cauare; Et a giungere vn binomio col suo residuo, perche le due parti minori piu, & m̄, s'annullano, la sõma viene ad essere il doppio della parte maggiore, cioè hora il doppio di ℞ $2\frac{1}{2}$. & però eguale al ℞ 10.parte maggiore del binomio rad.10.p̄ ℞ 2. Et a cauare vn residuo dal suo binomio, ꝑche le due parti maggiori s'annullano, cauãdosi l'vna dall'altra, & le minori si giũgono insieme (essendo m̄ q̃lla che s'hà da cauare & p̄ q̃lla da che s'hà da cauare) il restãte vien sẽpre ad essere il doppio d'essa parte minore, cioe hora il doppio di rad.$\frac{1}{2}$. & però eguale al ℞ 2.parte minore del binomio rad.10.piu rad.2. Ma questi dui resultãti così trouati, sono sempre le due valute diuerse della + nella &Equatione però si conosce, che quando nell'Equatione d'1.✱, & numero eguale a ȥ, l'haueremo trasmutata in 1.✱ piu rad.del numero primiero. Eguale a +. Che del Binomio contenente il numero d'esse +; l'vna parte sarà vn valore della +, & l'altra parte sarà vn'altro valore della +. Et perche il numero, ò binomio detto continẽte il numero delle +, e sempre la rad. d'vn numero de' ce. ch'e pur binomio, contenuto per parte maggiore dal numero de' ce.nella Equatione principale; Et dal doppio della rad. del numero d'essa principale Equatione per parte minore; *si vede che* potiamo dire per regola d'essa Equatione. Quãdo 1.✱, & num. sono Eguali a ȥ. Al num.de' ȥ si giũga il doppio della rad.del num.della Equatione, & del binomio formato da essa somma, si pigli la rad. formandone vn'altro binomio, che d'esso binomio vltimo rad del primo; ciascuna sua parte sarà vna valuta della cosa.

Non si stracchi lo Studente, ne tralassi queste speculationi, ma à qualche tempo comodo a poco a poco con intelletto riposato le vegga attentamente fino che le intenda bene; sapendo che l'ornamento delle cose consiste nella sottilità loro; Et che tanto più eccellenti douentano gl'Artefici nelle Operationi, quanto maggior profitto haueranno fatto nelle Anotomie.

Essem-

Essempio doue s'adopra la sopradetta Regola.

Si hà 1.✻ piu rad.16. Eguale a 12.ce.

12. piu 8. da pigliare la radice.

144. 64.

differenza. 80. la sua rad. è ℞ 80. la mità è rad.20. che si giunge, & caua a 6. mità di 12. parte maggiore del binomio, & ne resultano 6. piu ℞ 20. & 6. m̃ rad.20. di ciascuno di ciascuno de' quali si piglia la rad. & haueremo rad. 5. piu 1. & rad. 5. meno 1. che giunti insieme formano rad.5. piu 1. piu (rad.5. m̃ 1.) per il binomio, ch'è rad. del 12. piu 8. Perilche diremo, che ciascuna delle due parti d'esso binomio cioè, Et rad.5. piu 1. Et rad.5. m̃ 1. Sia il valore della ɫ, nella Equatione data d'1.✻ piu 16. Eguale a 12.z.

Et operando in altro modo in essa Equatione come si vede qui sotto, trouaremo le istesse valute della cosa.

1.✻ piu 16. Eguale a 12.z.

1.z piu 4.

1.✻ piu 8.z piu 16. Eguale a 20.z.

1.z piu 4. Eguale a rad.20.ɫ.

la mità è rad.5. il suo quad. è 5. dal quale si caua il 4. numero della Equatione, & resta 1. la rad. del quale è 1. che si giunge, & caua a rad 5. numero delle ɫ, & ne resultano rad.5. piu 1. & rad.5. m̃ 1. ciascuno de' quali resultanti è valuta della ɫ.

Hora supponendo di non hauer nota questa proprietà detta, tornando al principio della consideratione fatta a carte 2. intorno alla Trasmutatione del Capitolo, ò Equatione d'1.✻ piu 60. Eguale a 16.z, in 1.z piu rad.60. Eguale a (rad.10. piu rad.6.) ɫ, vedremo come da essa consideratione si possa estrahere la Regola a detta Equatione d'1.✻, & numero Eguale a z.

Perche nel ridurre l'Equatione d'1.✻ piu 60. Eguale a 16.z. Alla Equatione d'1.z piu rad.60. Eguale a rad.L 16. piu rad.240.⅃ ɫ. All'1.z, ch'è sempre la rad. dell'1.✻, è giunto rad.60. ch'è sempre la rad. del numero accompagnato all'1.✻. Et al 16. numero de' z dall'altra banda, & douenta numero di ɫ, è sempre giunto tanto numero di co. di più, quanto è il doppio del numero, che si giunge all'1.z, (perche rad.240. e sempre il doppio di rad.60.) ò vogliamo dire quanto e il doppio della rad. del numero, ch'è con l'1.✻ si può dire.

Quãdo 1.✻, & numero, è Eguale a z. Piglisi la rad. del numero accompagnato all'1.✻, & si accompagni ad 1.z, formando da vna banda 1.z, & numero; Et il doppio di questo istesso numero (ch'è rad. del numero accompagnato all'1.✻,) & saranno z, si giunge al numero de' z, & la somma sarà pur z, della quale si pigli la rad. (cioè cosi del numero come della dignità, perche è rad. vniuersale, ò legata d'ogni cosa) & essa rad. sarà l'altra banda; ò vogliamo dire. Et il doppio di questo istesso numero, ch'è rad del numero accompagnato all'1.✻, si giunga al numero delli z, & della quantità numerale della somma, si pigli la rad. che ella sarà co. dall'altra banda da agguagliarsi all'1.z, & numero detto con la sua Regola, & trouatone il valore della co. egli sarà il valore della co. nella principale Equatione d'1.✻, & num. Eguale a z, che si è trasmutato nella adoprata d'1.z, & numero Eguale a cose.

Et se senza far mentione di Trasmutatione, ma sotto intendẽdola noi nella operatione, & abbreuiandola conuenientemente come dal procedere d'essa operatione si scorge potersi fare, vorremo dare la Regola a detta Equatione d'1.✻, & numero Eguale a z, potremo dire.

Quando 1.✻, & numero, sono Eguali a z. Dalla quarta parte del numero de' ce. (che nell'essempio dell'operatione è il numero segnato A) si caui la ℞ della quarta parte del numero della Equatione (ch'e la rad, 15. segnata B) & la rad. del restante, qual rad. per comodita si chiama C, si giunga, & caui alla (D) mita della rad. del composto, che nasce a sommare il numero de' ce. con la rad. del quadruplo del numero della Equatione, che ciascuno de' dui resultanti sara il valore della cosa.

Ma perche di più dall'operare vediamo, che il C, e sempre realmente, ò virtualmente vn residuo, & il D, e sempre realmente, ò virtualmente il binomio d'esso residuo, si può dire. Et occorendo, che la radice del restante chiamata C, sia quantita irrationale, cioe residuo, esso residuo si giunga, & anco si caui al suo binomio, che ciascuno delli dui resultanti sara valore della cosa.

✻ Notisi, che quando non si volessero ridurre le Equationi di ✻, ce. & numero ad 1.✻, ma lassare il numero de' ✻, come fusse, ò più, ò manco d'1. Si potriano trouare, & dare le sue Regole vniuersali, facendo le considerationi al modo che si fecero nelle Equationi di ce. ɫ, & numero, senza ridurle ad 1.censo.

Nel

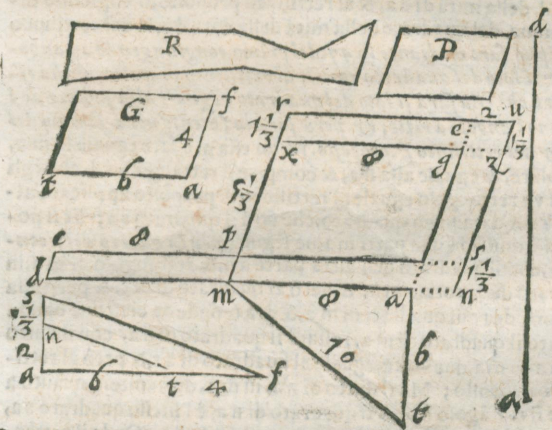
ſono ſeruire; che anco alle volte potria eſſere, che non gliene ſeruiſſe alcuna, & coſi ci accorgeſſimo la poſitione che haueſſimo fatta non conuenire al queſito; come ſi è notato nel Trattato intitolato. Aggiunta, doue operando per Algebra, ſi riſoluono alcuni queſiti intorno alli Triangoli, & ſe ne deriuano le regole Aritmetiche, & modo Geometrico; a carte d'eſſo alla ſeconda facciata.

Hora potranno notare gli Studioſi di Geometria, che nella figura di ſopra ſegnata A. al principio della ſeconda facciata della prima carta; ſapēdoſi che la retta x s. è eguale alla data d a, & la giuntali s t, è il valore della ҂ cercata, il quad. s n, della quale inſieme con il rettangolo d'eſſa s t, nella data x s, qual rettangolo è l'x b, compongono il totale rettangolo x n, quale è eguale al quadrato P. cioe al rettilineo propoſto; Vengono di quì a imparare, ò conoſcere, come data vna retta ſi può ad eſſa appticare vn rettangolo eguale ad vn rettilineo propoſto, qual rettangolo ecceda la retta data in vn quadrato (*che è quanto a dire. Data vna retta ad eſſa ſi può giungere vna retta tale, che il rettangolo di tutta la linea coſi compoſta nella retta aggiunta ſia eguale ad vn rettilineo propoſto; ò vogliamo dire. Data vna retta ad eſſa ſi può giungere vna retta tale, che il rettangolo della linea totale coſi compoſta, & dalla retta aggiunta, ſia eguale ad vn rettilineo propoſto.*) Perche eſſendo la data retta la d a, & il rettilineo propoſto il P. per eſſequire il problema; Potremo ſopra la mità della d a, & ſia la m a, formare vn quadrato, & ad eſſo quadrato giungere il rettilineo P. propoſto, & della ſomma pigliare la ℞ quadra; Cioè trouare il lato del quad. che ſia eguale al quad. della mità di d a, & al rettilineo propoſto, ò vogliamo dire trouare la retta potente nella ſomma del quadrato della mità della data d a, & del rettilineo propoſto, & ſia la retta m t, (*ilche ſi può fare mediante la 47. del primo, congiungendo ad angolo retto la m a, mità della data d a, & il lato del quadrato eguale al rettilineo propoſto, & ſia eſſo lato a t, & poi tirare la ſubtenſa m t, che ella ſarà il lato del quadrato, eguale alla ſomma de i dui quadrati, i lati de i quali formano l'angolo a retto, & però ſarà la potente nella ſomma del quadrato della mità della data d a, & del rettilineo P. propoſto,*) & ad eſſa m t, fare eguale la m n, poi dall'n, eleuare la n s, perpendicolare, & eguale alla n a, & compire il rettangolo s d, che egli ſarà quello che ſi domanda, cioè ſarà vn rettangolo eguale al rettilineo P. propoſto applicato alla d a, quale rettangolo eccederà eſſa d a, data in vn quadrato, che ſarà il quedrato s a; Et ſi potrà dimoſtrare dicendo. Perche m n, è diuiſa in due parti in a, ne ſegue (*per la quarta del ſecondo,*) che il quadrato dell'a parte m a, con il quadrato dell'altra parte a n, & rettangolo di m a, in a n, due volte, ſiano eguali al quadrato della totale m n, & però al quadrato di m t, & però alla ſomma de i dui quadrati di m a, & di a t, onde da ciaſcuna banda leuato il quadrato di m a, reſtarà il quadrato di n a, con il dutto di n a, in m a, due volte, eguale al quadrato di a t, & però al rettilineo propoſto; Ma il dutto di n a, in m a, due volte, è quanto a dire il rettãgolo o d, & il quadrato di n a, è l'iſteſſo quadrato s a, che poſti inſieme contengono il rettangolo d s; Onde il rettangolo d s, è eguale al rettilineo P. propoſto, però eſſo rettangolo è quello che ſi voleua fare, poiche egli è applicato alla data retta d a, & la ſupera nella figura quadrata a s.

d a, linea data.
P. rettilineo propoſto.
Linea P. potente in eſſo rettilineo.
t a, potēte nel rettilineo propoſto.
m t, potente nella ſomma del quadrato della mità della data, & nel rettilineo propoſto.

Queſto Problema moſtrato ſaria l'iſteſſo, che la 29. propoſitione del ſeſto d'Euclide ſe detto problema parlaſſe generalmente, cioe ſe in vece che il paralello grammo applicato alla data retta, aggiunge ſopra al compimento della detta linea data vn quadrato, egli vi aggiungeſſe vn paralello grammo ſimile ad vn paralello grammo rettangolo, ò non rettangolo propoſto. Ma noi lo potremo ridurre a queſta generalità con il medeſmo modo d'operare, ma formando da principio vn paralello grammo ſimile al propoſtoe, & egual al rettilineo propoſto, poi preſo vn lato di queſto paralello formato (*& ſia per hora il lato più lungo,*) & diuiſa per mezo la data retta, alla eſtremità comune alla data, & ad eſſa mità ſe li congiũga ad angolo retto eſſo lato, & ſi tiri la retta ſottotendente a queſt'angolo retto, cioè ſi congiungano inſieme le due altre eſtremità d'eſſe due linee, accioche il quadrato della ſubtenſa ſia eguale al quadrato della mità della data, & al quadrato del lato più lungo detto del paralello formato, & poi allungata la mità della data in fuori, finche eſſa mità cō l'allungamento ſia eguale alla ſubtenſa detta; all'hora ſul ſimplice allungamento fatto vn paralello grammo ſimile al propoſto, ò al formato in modo che eſſo allungamento ſerua per la retta corriſpondente alla retta del formato, che ſi è adoperata nel trouare la ſubtenſa detta, cioe ſia il

lato più lungo del paralello grammo da farsi, cioè trouato il lato più corto, conueniente al lato più lungo, ò allungamento detto, nella proportione che hà il lato più lungo del formato al suo lato più corto, che perciò questo lato più corto cercato verrà ad essere la quarta proportionale, & consequente all'allungamento preso come terza linea, nella proportione, che hà la prima alla seconda, cioè il lato più lungo del formato al suo lato piu corto, & questa quarta proportionale posta, ò congiunta ad angolo conueniente all'allungamento detto, & poi compito il parallellogrammo della retta composta dalla data, & allungamento, & di questa quarta proportionale, ò lato più corto detto, (*& si compisce facilmente in pratica, ponendo vn piè del compasso sù l'estremo della detta quarta proportionale, che non è angolare, (cioe che non è congionto ad angolo, ò angolarmente con la retta composta dalla data, & allungamento,) & secondo la lunghezza della retta composta dalla data, & allungamento, ò vogliamo dire allargato il compasso quanto è la lunghezza della retta composta dalla data, & dall'allungamento formare vn pezzo d'arco verso essa retta composta detta, poi fatto centro il punto, ò estremo d'essa retta composta, che non è angolare, secondo la lunghezza della quarta proportionale segnata detta fare vn pezzo d'arco, ò circonferenza talmente, che co'l primo già fatto s'intersegbino, & dall'intersegamento alli dui dui punti fatti centri tirare le due rette, che elle con le due dette formaranno, ò compiranno il pararello grammo*) questo sarà il parallelogrammo cercato, quale sarà eguale al rettilineo proposto, & aggiungerà alla data retta vn paralellogrammo simile al proposto.

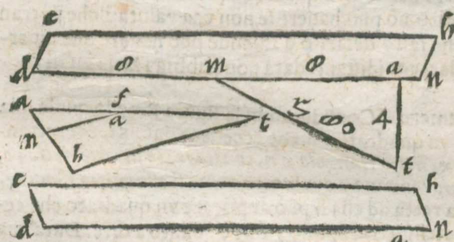


R. rettilineo proposto.
P. Paralellogrammo proposto.
G. Paralellogrammo eguale al rettilineo R, & simile al Paralellogrammo P.
d a, 16. linea data.

Et il tutto si dimostrarà facilmente, se presa la operatione del margine, doue la data retta sia la d a, & il paralello applicato, ò cōstituito sopra ad essa sia il d s, (*che è eguale al rettilineo proposto R, & aggiunge al compimento d'essa linea il paralello a s, che è simile al proposto,*) & diuisa la s c, nel modo che è diuisa la d n, a lei eguale, cioe fatta la s o, eguale alla n a, & la o p, eguale alla a m, che anco la p c, sarà eguale alla m d, & però alla m a, & alla o p, consideraremo sopra la p s, formato il paralello p u, simile, & similmēte posto all'n o, cioe che se la s o, è la parte più lūga dell'n o, che ancora la s p, sia la parte più lunga del p u, onde la proportione delli lati s p, s u, sia eguale alla proportione de'lati s o, s n; & ancora sopra la p o, sia pur fatto il paralello p g simile, & similmēte posto al medesmo n o, ò vogliamo dire al p u, che così la ꝓportione del lato p u, al p x, sarà come dal lato p s, al p r, & però come di s o, ad s n, onde (*per la 19. del 5.*) il restāte s o, al restāte x r, sarà come da p s, a p r, & però come da s o, ad s n; & cōuersamēte da x r, ad s o, sarà come das n, all istesso s o; perilche x r, sarà eguale ad s n, & considerato la x g, allūgata in z, cioe fin cheseghi la n u, al l'hora la z u sarà eguale alla a lei equidistāte x r, & però alla s n, ancora cōsiderata la o g, allūgata in e, cioe fin che seghi la r u, all'hora la e u, sarà eguale alla a lei eqdistāte s o, onde il paralello e z, sarà eguale, & simile all'n o, & ꝑciò sarà anco simile al p g, & al p u, & cōsiderato esser tirata la p m ella sarà eguale, & equidistāte a ciascuna delle tre d c, o a, & s n, & perciò anco eguale a ciascuna delle tre x r, e g, & z u, onde li quattro pararelli d p, p a, g r, g s; sarāno eguali fra loro (*ꝑche considerato ciascuno delli tre primi diuiso in dui triāgoli per vn medesmo verso, i dui lati di ciascuno d'essi triangoli, con l'angolo da loro contenuto in vno de'tre paralelli grammi, saranno eguali alli dui lati di ciascun'altro d'essi triangoli con l'angolo da loro contenuto in qual si vogli altro di detti paralelli grammi, onde tutti essi triangoli saranno eguali fra loro, & perciò la somma de i dui triāgoli, che sono le parti, ò diuisioni d'vn paralello, sarà eguale a ciascun'altra dell'altre somme de'dui triangoli, che sono le parti, ò diuisioni di qual si vogli altro de' detti paralelli, cioe l'vn paralello sarà eguale a qual si vogli de gl'altri, & quanto al paralello g s, egli (per la del*

ſeſto) è eguale al g r, (& però a ciaſcuno de gl'altri dui) perche la proportione di s o, ad x r, è come di x g, à g o,) perilche la ſomma de'dui paralelli g r, & g s, ſarà eguale alla ſomma de'dui d p, & p a, cioe al totale d o, ancora alla prima ſomma giunto l'e z, & alla ſeconda ſomma giunto l'n o, quali e z, & n o, ſono eguali fra loro, ne ſeguè, che tutto lo Gnomone x u o, ſia eguale a tutto il paralello d s, ma detto Gnomone x u o, è eguale al rettilineo R. propoſto (*perche ſopra i tre lati del triangolo rettangolo m a t, conſiderato fatto tre paralelli grammi ſimili, & ſimilmẽte poſti al rettangolo P. propoſto, ſappiamo (per la 31. del ſeſto) che quello che ſarà fatto ſopra il lato m t, oppoſto all'angolo retto, & però il fatto ſopra alla p s, (poſta eguali alla m n, che è eguale alla m t,) ſarà eguale alla ſomma delle dui che ſi faceſſero ſopra m a, & a t, & però alli dui che ſi faceſſero ſopra p o, (eguale alla m a,) & a t, ma al medeſimo fatto ſopra alla p s, cioe al paralello p u, ſono eguali il paralello p g, fatto ſopra alla p o; & lo Gnomona x u o, (ſue parti che lo cõpongono) perche il paralello p g, & Gnomone x u o, inſieme preſi, ſono eguali al paralello p g, & al paralello che ſi faceſſe ſopra a t, inſieme preſi; onde leuato comunemente il paralello p g, reſtarà lo Gnomone x u o, eguale al paralello, che ſi faceſſe ſopra a t; ma a queſto iſteſſo paralello ſopra a t, è eguale il rettilineo R. propoſto (dalla conſtruttione) però lo Gnomone x u o, è anch'egli eguale al rettilineo R.)* però ancora il paralello d s, ſarà eguale al medeſmo rettilineo propoſto, come occorreua moſtrare; Che eſſo d s, poi aggiunga ſopra alla retta d a, data vn paralello ſimile al P. propoſto, cioe che l'a t, ſia ſimile al P. è chiaro dalla conſtruttione. Si poteua anco in vece della p s, adoprare la m n, ma ſi è fatto coſi per non ingombrare il paralello formato d s.

Notiſi ancora, che quando i lati del paralello P. propoſto, al quale hà da eſſere ſimile l'eccedente a s, habbi i lati ineguali, all hora alla linea data potranno eſſere applicati dui diuerſi paralelli *(ſe bene eguali fra loro, poiche ciaſcun d'eſsi conuiene che ſia eguale al rettilineo propoſto)* perche doppo l'hauer formato vn paralello G. ſimile al P. propoſto, & eguale al rettilineo R. propoſto, che perciò hauerà i dui lati angolari ineguali *(per eſsere anco ineguali i lati del paralello P. propoſto)* ſe vna volta haueremo preſo il lato più lungo, & ſia a t, in congiungerlo ad angolo retto con la m a, *(mità della retta data)* in a, & poi tiratali la ſubtenſa m t, & ſecondo la lunghezza di queſta fatta la m n, quale alla d a, data aggiunge la a n, ſopra alla quale ſi è poi fatto il paralello a s, ſimile al G. di modo però, che ſi come la a n, corriſponde al lato più lungo del paralello G, la n s, poi corriſponda al lato più corto, & finalmente mediante le d n, & n s, compito il paralello d s cercato; Noi dico, vn'altra volta poi da principio, potremo pigliare, ò ſeruirci del lato piu corto, & ſia l'a f, del paralello G, & congiuntolo ad angolo retto in a, con la m a, mità della retta data, & tiratali la ſubtẽſa m t, ad eſſa m t, fare eguale la m n, & poi alla a n, trouare la conſequente n h, di lei più lunga nella proportione di a f, corta ad a t, lunga, & congiunta eſſa n h, alla a n, in n, di modo che cõtenghino angolo eguale alla a, ouero all'f, del paralello G. compir poi il paralello h d, che ſarà il cercato, per le iſteſſe raggioni già dette.



a n, ℞ 80. m̃ 8.
n b, ℞ 180. m̃ 12.

Et ſappiaſi, che coſi queſto paralello h d, come il d s, ſarà di lati reciproci al paralello G. & però anco fra loro, poiche tutti tre ſono eguali fra loro, cioe nell'h d, ouero nel d s, ſaranno i lati più lungo, & piu corto poniamo la prima, & quarta di quattro linee proportionali, eſſendo nel Paralello G. i ſuoi lati, ò lungo, & corto, ò corto, & lungo, la ſeconda, & terza d'eſſe quattro rette proportionali, & perciò tanto ſarà il prodotto de i dui lati dell'h d, quanto il prodotto de i dui lati del d s, ouero del G. Et ſe li dati del G. fuſſero poniamo 6. & 4. che il loro dutto è 24. *(ne importa che queſto 24. non ſia la vera grandezza d'eſſo paralello G. quando li ſuoi angoli non ſono retti, che anzi ella ſarà minore di 24. perche ſe poniamo la vera lunghezza eſſere il 6. la vera larghezza poi, che gli deue eſſere perpendicolare ſaria manco di 4. O' ſe poniamo la vera larghezza eſſere 4. la vera lunghezza poi che gli deue eſſere perpendicolare ſaria manco di 6.)* Onde anco il dutto delli dui lati d n, & n s. nel paralello d s, deue eſſere l'iſteſſo 24. & coſi delli lati d n, & n h, nel paralello d b. Onde ſe la retta data da applicarui il paralello eguale, & ſimile al G. ſia poniamo 16. noi per numeri potreſſimo trouare le a n, & n s, nell'vn paralello d s, ouero le a n, & n h, nell'altro paralello d h, che nel d s, il caſo, ò queſito ſi potria ridurre a dire

pono a n, 1.ꝛ.
sarà d n, 16.p̃ 1.ꝛ.
via n s, $\frac{2}{3}$.ꝛ
produce 10 $\frac{2}{3}$ ꝛ, piu $\frac{2}{3}$ ʒ. Che è eguale a 24.
Cioe 16.ꝛ, piu 1.ʒ. Eguale a 36.

8
8
64
36
100. La ℞ è 10. cauatone 8. resta 2. però 2. vale la ꝛ. Onde a n, sarà 2. & n s, 1 $\frac{1}{3}$. che via d n. 18. produce 24. come bisogna.

Ouero

pono a n, 1.ꝛ
sarà d n, 16.p̃ 1.ꝛ.
via h n, 1 $\frac{1}{2}$.ꝛ.
produce 24.ꝛ, p̃ 1 $\frac{1}{2}$.ʒ. Che è eguale a 24.
Cioe 16.ꝛ piu 1.ʒ. Eguale a 16.

8
8
64
16
80. La ℞ è ℞ 80. che cauatone 8. resta ℞ 80. m̃ 8. per il valore della ꝛ, però a n, sarà ℞ 80. m̃ 8. & n h, sarà ℞ 180. m̃ 12.

n h, ℞ 180. m̃ 12.
via d n, ℞ 80. p̃ 8.
120. m̃ 96.
cioe 24. è il prodotto.

Che il dutto di ℞ 180. via p̃ 8. annulla il dutto di ℞ 180. via m̃ 12. perche sono eguali, poiche cosi come 8. da vna bãda è li $\frac{2}{3}$. del 12. dall'altra, cosi anco ℞ 80. dall'altra è li istessi $\frac{2}{3}$. di ℞ 180. dall vna, onde non occorre cercarli.

(*considerando la proportione della lunghezza alla larghezza, ò del lato più lũgo al più corto nel paralello G. alquale deue essere simile l'a s; essere come da 6. a 4. cioè sesquialtera.*) Trouisi vn numero, ò quantità a n, che giunta a 16. dato, & la somma moltiplicata per li $\frac{2}{3}$. d'essa quantità, cioe per n s; (*perche 4. lato più corto del G. è li $\frac{2}{3}$. di 6. suo lato più lungo*) il prodotto sia 24. cioe eguale al dutto di 6. in 4. & ponẽdo essa quantità a n, essere 1.ꝛ, trouaressimo lei douere essere 2. & però la n s, 1 $\frac{1}{3}$. & la totale d n 18. Che se volessimo trouare le a n, & n h, nel paralello a h, potressimo dire.

Trouisi vn numero, ò quantità, che giontoli 16. & la somma moltiplicata per vn'altra quantità, che sia volte 1 $\frac{1}{2}$. quanto è la da trouarsi (*perche 6. è volte 1 $\frac{1}{2}$. quanto 4.*) il prodotto sia 24. Et ponendo essa quantità 1.ꝛ, trouaremo che valerà ℞ 80. m̃ 8. onde a n, saria ℞ 80. m̃ 8. però la n h, ℞ 180. m̃ 12. & la totale d n, ℞ 80. p̃ 8. che via la n h, produce 24. come bisogna. Et cosi quando il Paralello P. proposto, sia, ò quadrangolo, ò romboide, cioe di lati ineguali, all hora si potranno applicare dui diuersi paralelli alla data d a; Ma quando il P. sia quadrato, ò rombo, cioe di lati eguali, gli se ne potrà applicare vn solo. Et di qui auuiene, che nel Capitolo d'1.ʒ, & ꝛ, eguali a numero, perche il paralello P. deue essere quadrato (*come è l'1. ce.*) ne segue che la n a, quale ci mostra la ꝛ, ò lato del quadrato, nõ può hauere se non vna valuta; ilche potranno auuertire li principianti, notando insieme che la 29. del sesto d'Euclide può hauere due diuerse risposte, quando il paralello, ò superficie di lati equidistanti data non habbia i lati eguali.

⁎ Consideri bene se auuiene di qui.

Ancora nel Capitolo di 1.ʒ, eguali a ꝛ, & numero. Considerando la figura B. nella quale alla s i, ouero s x data, si viene ad hauere applicato vn quadrato s n, che eccede la data s i, nel rettangolo i n (*ò vogliamo dire, che eccede la data s x, nel rettangolo x n, considerato in vece della i c, tirata la x f,*) eguale al rettilineo P. proposto; veniamo a conoscere come si essequiria Geometricamente il Problema che dicesse. Data vna retta ad essa si può applicare vn quadrato che ecceda essa retta in vn rettangolo eguale ad vn rettilineo proposto; Che è quanto a dire. Data vna retta ad essa si può giungere vna retta tale, che il quadrato di tutta la linea cosi composta, sia eguale al dutto della data nella cosi composta giontoli di più vn rettilineo proposto. Et il modo d'essequirlo, & la dimostratione potranno essere li istessi adoprati in detta figura B. Anzi ci accorgeremo (*essendo già auuertiti del modo di ridurre à generalità il problema antecedente*) che si può anco generalissimamente dire.

Data vna retta ad essa si può applicare vn paralello simile ad vn paralello proposto, ò essemplare. & eccedente essa retta in vn paralello eguale ad vn rettilineo proposto. Et il modo sarà questo. Formisi vn paralello simile all'essemplare, & eguale al rettilineo proposto, poi preso vn lato di questo formato, ò il corto, ò il lungo (*che quando egli hauerà i lati diuersi in lunghezza si potrà adoprare vna volta l'vno, & vna volta l'altro, & cosi sopra alla data applicare dui diuersi paralelli simili all'essemplare, & che eccederanno la data in vn paralello eguale al rettilineo proposto*) & diuisa la data in due parti eguali, ò vogliamo dire per mezo, & considerata vna delle sue mità alla estremità commune alla data, & ad esa mità se li congiunga ad angolo retto eso lato, & si tiri la retta, che con la mità detta, & eso lato forma vn triangolo rettangolo, cioe si tiri la sottotendente all'angolo retto formato, congiungendo l'altra estremità della mità della

data con l'altra estremità del lato congiuntoli ad angolo retto, accioche il quadrato della subtensa sia eguale al quadrato della mità della data, giontoli il quadrato del lato detto, che haueremo preso nel paral. formato, & poi si allunghi la mità della data in fuori, fin che essa mità cō l'allungamento sia eguale alla subtensa detta, & all'hora considerata la linea totale contenuta da questa mità allungata, & dall'altra mità della data (*quale linea totale viene ad esstre eguale alla mità della data insieme con la subtensa detta*) sopra ad essa si descriua vn paralello simile all'essemplare, ò vogliamo dire simile al formato; in modo però, che detta linea totale sia la corrispondente al lato preso del già formato (*cioe se il lato preso sia il più lungo, ancora la totale serua per il più lungo, & perciò si troui il più corto, ò consequente ad essa linea totale, nella proportione che hà il lato lungo antecedente, al lato corto consequente nel paralello formato; Et se il lato preso fusse il corto del paralello formato; ancora la totale sia il più corto del paralello da descriuere, trouando perciò il più lungo, cioe la quarta proportionale alle tre rette note, che sono per ordine il lato corto, il lungo (del paralello formato,) & la retta totale detta,*) che oosi il paralello descritto sarà il cercato, simile all'essemplare (*come è noto dalla construttione,*) & che aggiungerà alla retta data vn paralello eguale al rettilineo proposto.

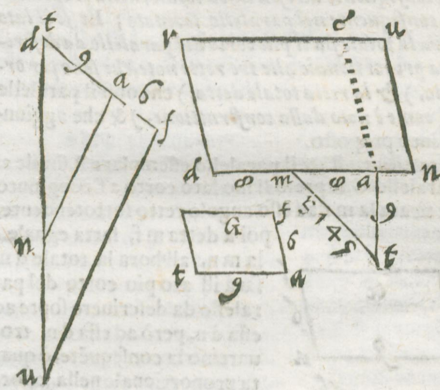
Che per essempio essendo data la retta d a; il rettilineo R, & il paralello essemplare P. simile al quale, & eguale al rettilineo R, sia formato il paralello G. & preso il suo lato corto a f, congiunto in a, ad angolo retto alla m a, mità della data, & tirata la m f, ad esso angolo retto sottotendente, poi a detta m f, fatta eguale la m n, all'hora la totale d n, sarà ill ato piu corto del paralello da descriuere sopre ad essa d n, però ad essa d n, trouaremo la consequēte, ò quarta proportionale nella ꝓportione di f a, lato corto, ad a t, lato lungo del paralello G. & questo sarà il lato lūgo del paralello da scriuere, però congiuntolo in n, con la d n, ad angolo eguale al t, ouero all' a, del paralello G, & poi compito il paralello d h, egli sarà il domandato, che aggiungerà sopra alla data retta d a, il paralello a h, (*intesa tirata la a e, equidistante alle d r, n h,*) eguale al rettilineo R, ò vogliamo dire eguale al paralello G ilche ci accorgeremo potersi prouare nel modo seguēte, sapendo che perciò il paralellogrammi a h, & G. (*essendo essi cioe eguali*) deuono hauere i lati reciproci, cioe la proportione di f a, ad a n, essere come di n h, ad a t.

P. Paralellogrammo essemplare proposto.
R. Rettilineo proposto.
G. Paralellogrammo eguale al rettilineo R, & simile al Paralellogrammo essemplare P.
d a, l,nea retta data.
L N, terza parte di n h.
N f, terza parte di d n.

Considerata la data d a, diuisa per mezo in m, & a quella giunto in lungo la a n, ne segue (*per la sesta del secondo,*) che il dutto della linea totale cosi composta nella aggiunta, insieme con il quadrato della mità della data, siano eguali al quadrato della retta contenuta dalla mità della data, & dalla aggiunta, & però nella figura qui posta il dutto di d n, in n a, insieme con il quadrato di m a; è eguale al quadrato di m n, & però al quadrato di m f, a lei eguale, & però alla somma delli dui quadrati di m a, & a f, onde leuato comunemente il quadrato di m a, restarà il solo dutto di d n, in n a, eguale al solo quadrato di a f, perilche (*per la 17. del sesto*) la a f, sarà media proportionale fra la totale d n, & la aggiunta a n, cioe come la proportione di d n, alla a f, cosi sarà di a f, ad a n; Hora considerato, che si è fatto la d n, alla n h, (*nel paralello d h,*) come la a f, alla a t, (*nel paralello G.*) sapremo che anco permutatamente cóme dalla d n, alla a f, cosi è la n h, alla a t, perilche da a f, ad

a n, farà come da n h, ad a t, & perciò delli dui paralellogrammi a h, & G. che hãno vn'angolo commune, ò eguale essendo nell'a h, esso angolo contenuto dall'a n, & n h, seconda, & terza, & nel G. essendo l'angolo a quello eguale contenuto dalle a t, & a f, prima, & quarta di dette quattro rette proportionali, ne segue (*per la 14. del sesto*) che essi dui paralelligrammi siano eguali fra loro, ma il G è fatto eguale al rettilineo R. proposto, però ancora l'a h, farà eguale al medesmo rettilineo R, come si voleua prouare.

vnità delle quali la data d a, ne e 16. vnità delle quali il paralello G. che è 9. per vn lato, & 6. per l'altro, & ciascuna di queste è li $\frac{5}{6}$. di ciascuna di quelle delle quali la data d a, ne è 16. cioe 6. di queste sono eguali a 5, di quelle, però le f a, & a t, ridutte a quella sorte d'vnità sariano f a, 5. & a t $7\frac{1}{2}$. però la m t, saria ℞ $120\frac{1}{4}$. la a n, ℞ $120\frac{1}{4}$. m̃ 8. & la n u, ℞ $53\frac{4}{9}$ p̃ $5\frac{1}{3}$. onde il prodotto di a n, in n u, saria $37\frac{1}{2}$. come è il prodotto di a f, 5. in a t, $7\frac{1}{2}$.



Ma la d a, data 16. delle sue vnità, riducendola alla sorte di vnità di che la f a, ne è 6. saria $19\frac{1}{5}$. però la m n, saria $9\frac{3}{5}$. & la m t, ℞ $173\frac{4}{25}$. però l'a n, ℞ $173\frac{4}{25}$. m̃ $9\frac{3}{5}$. & la n u, ℞ $76\frac{24}{25}$. p̃ $5\frac{6}{5}$.

Et se volessimo ridurre i lati f a, a t, del paralello G. a numero, le vnità del quale siano del quale siano della sorte, che sono le vnità della d a, posta 16 quando le vnità de'lati f a, a t, 6. & 9. fussero state delle grandi, & quelle della d a 16. fussero state delle piccole, cioe, quando essendo la d a 16. & le f a, a t, 6. & 9 occorresse che 6. delle vnità di d a, 16, fussero solo quãto 5. delle vnità di f a, 6. & a t, 9. all hora delle vnità piccole cõueniẽte alla d a, 16. la f a, saria $7\frac{1}{5}$. & l'a t, $10\frac{4}{5}$. il dutto delle quali saria $77\frac{19}{25}$. Et però l'a n, saria ℞ $180\frac{16}{25}$. m̃ 8. & l'n u, ℞ $80\frac{64}{225}$. p̃ $5\frac{1}{3}$. & il dutto delle quali è l'istesso $77\frac{19}{25}$.

d r, ℞ $64\frac{4}{9}$. p̃ $5\frac{1}{3}$, & cosi n u. d m, & cosi m a.
a t, 9. m t, ℞ 145. a n, ℞ 145. m̃ 8.
d n, ℞ 145. p̃ 8. n u, ℞ $64\frac{4}{9}$. p̃ $5\frac{1}{3}$.

d n, ℞ 145. p̃ 8. misto.
℞ $16\frac{1}{9}$. p̃ $2\frac{2}{3}$.
n u, ℞ $64\frac{4}{9}$. p̃ $5\frac{1}{3}$. misto.
via d n, ℞ 145. p̃ 8. misto.
580
84100
2 9 0
produce 9 6$\frac{3}{3}$. m̃ 41$\frac{2}{3}$.
cioè 54

Essendo d a, 16. Et f a, 5. a t, $7\frac{1}{2}$.
m a, 8.
8.
quadrato di m a, 64.
quadrato di a t, $56\frac{1}{4}$.
m t, ℞ $120\frac{1}{4}$.
a n, ℞ $120\frac{1}{4}$. m̃ 8.
d n, ℞ $120\frac{1}{4}$. p̃ 8.
℞ $13\frac{13}{36}$. p̃. $2\frac{2}{3}$.
n u, ℞ $53\frac{4}{9}$. piu $5\frac{1}{3}$.
via d n, ℞ $120\frac{1}{4}$. m̃ 8.
481 4
481 9
36
481 6
prodotto $80\frac{1}{6}$. m̃ $42\frac{2}{3}$.
cioe $37\frac{1}{2}$.

sia d a, $19\frac{1}{5}$.
m a, $9\frac{2}{5}$.
2304
quadrato di m a, $92\frac{4}{25}$.
quadrato di a t, 84
m t, ℞ $173\frac{4}{25}$.
a n, ℞ $173\frac{4}{25}$. m̃ $9\frac{3}{5}$.
d n, ℞ $173\frac{4}{25}$. piu $9\frac{3}{5}$.
℞ $19\frac{5}{25}$. piu $3\frac{1}{5}$.
n u, ℞ $76\frac{24}{25}$. piu $6\frac{2}{5}$.
via d n, ℞ $173\frac{4}{25}$. m̃ $9\frac{3}{5}$.
1924 48
4329 32
103896 1536
83351 $61\frac{1}{5}$.
8328996
2 8 8 6 25
4889
34596
prodotto $115\frac{11}{25}$. m̃ $61\frac{11}{25}$.
cioe 54.

Essendo a t, $10\frac{4}{5}$. Et a f, $7\frac{1}{5}$.

$10\frac{4}{5}$.

quadrato di a t, $116\frac{16}{25}$.

quadrato di m a, 64

m t. ℞ $180\frac{16}{25}$.

a n, ℞ $180\frac{16}{25}$. m̃ 8.

d n, ℞ $180\frac{16}{25}$. p̃ 8,

℞ $20\frac{16}{225}$. p̃ $2\frac{2}{3}$.

n u, ℞ $80\frac{74}{225}$. p̃ $5\frac{1}{3}$.

via d n, ℞ $180\frac{16}{25}$. m̃ 8.

4516

40644

18064

162576

243864

731592

734193216

27096 225

51932

325116

prodotto $115\frac{11}{25}$. m̃ $61\frac{21}{25}$. cioe 54.

$10\frac{4}{5}$. a t.

$7\frac{1}{5}$. a f.

54

36

1944

prodotto $77\frac{19}{25}$.

Notisi, che se bene la vnità con la quale si dà nome di 16. alla retta data, non è la istessa, che la vnità cō la quale si dà nome di 9. & 6. alla fa, a t, lati del paralello G. non cōporta (*purche la operatione lineale si facci conuenientemente, cioe che la m n, sia precise lunga in linea quanto la m f, subtensa all'angolo retto a; Et che la proportione di d n, ad n h, sia come di f a, ad a t, accioche il paralello d h, sia simile all' f t.*) Et all'hora, cioe quando esse vnità siano differenti in lunghezza, la vnità poi con la quale si da nome di 10. alla m f, sarà mistà, cioe non sarà ne della lunghezza della vnità, che da nome alla d a, ne della lunghezza della vnità, che da nome alle f a, a t; Ancora la vnità, che da nome di 2. alla a n, sarà vn'altro misto; Et ancora la vnità, che da nome di 27. alla n h, sarà vn'altro misto; nondimeno sempre il dutto del 2. misto di a n, nel 27. misto di n h, produrrà l'istesso 54. che producono li 6. & 9 numeri delle f a, a t, del paralello f t. al quale l'a h, è eguale.

Ma il 2. & il 27. saranno bene i veri numeri, che haueranno per vnità la medesima, che è vnità delle d a, data, & f a, a t, quando la vnità della data d a, & delle f a, a t, sia vna istessa. L'istesso modo a punto seruirà, se haueremo formato il paralello d u, mediante l'a t, parte più lunga del paralello G.

Et perche habbiamo veduto, che l'a t, (*ouero l'a f, lati del paralello G.*) è media proportionale fra la totale d n, & la aggiunta a n; quali due d n, & a n, sono differenti fra loro in d a, data, si conosce che dicendosi.

Proposta vna retta (*poniamo a t.*) trouinsi due rette differēti fra loro nella data retta (*d a,*) tali, che fra esse due la proposta (*a t,*) sia media proportionale; Il modo di trouarle sarà il veduto di sopra, cioe; Congiunta la proposta (*a t.*) ad angolo retto alla data nell'estremità a. & dal punto m doue la data d a. sia diuisa per mezo tirata la subtensa m t; & a quella fatta eguale la m n, sarà soluto il Problema, che d n, & a n, saranno le due rette cercate, fra le quali la proposta a t, è media proportionale.

Et se volessimo applicare questo à qualche operatione d'vso; per essempio, potressimo dire.

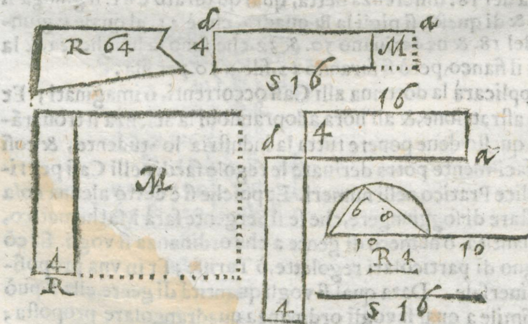
Si vuole vn Giardino, vn Campo, ò simile, che sia grande 1600 pertiche, & che la sua lunghezza, ecceda la larghezza in 18. pertiche, si domanda quanto sarà lungo, & quanto largo. Ouero vn'Alloggiamento è quadrato di 40. pertiche per lato, se ne vuole fare vn'altro quadrangolo rettangolo della medesma grandezza, che sia 18. pertiche più per lunghezze di quello, che sarà per larghezza, si domanda l'vna, & l'altra. Ouero è vna ordinanza quadra di gente, che è 40. file, a 40, per fila, ella si vuol ridurre ad vn'altra quadrangola, che sia 18 file più per lunghezza, ò fronte, di quello che sarà la larghezza, ò fianco, si domanda, & la fronte, & il fianco; Et la regola saria questa. Al quadrato della mità del 18. differenza detta, qual quadrato è 81. si giunga il numero de' fanti, che è 1600. & fa 1681. & di questo si pigli la ℞ quadra, che è 41. al quale si giunga, & dal quale si caui il 9. mità detta del 18 & ne deriuano 50. & 32. che sono la lunghezza, & la larghezza, ò vogliamo dire la fronte, & il fianco, però si faranno 32. file, a 50. per fila.

Et con co'l giuditio si adattarà, ò applicarà la dottrina alli Casi occorrenti, ò imaginati; Et conuersamente si ridurranno i Casi ad astrattione, & all'hora adoprandoui la Scienza si trouarāno regole alla solutione d'essi. Che in questo deue ponere tutta la industria lo Studente, & così le cose se gli renderanno facili, & egli facilmente potrà deriuare le regole *facili* nelli Casi per risoluerli, & insegnarle anco à chi è simplice Pratico nelli numeri. Et poiche si è detto alcuna cosa dell'Ordinanze di genti, non voglio restare di soggiungere, che se il Sergente sarà Mathematico, egli facilmente ridurrà qual si vogli quantità, ò numero di gente a che ordinanza si vogli. Et cō vna regola medesma senza hauer bisogno di particolari regolette, ò Tariffe; Et in vna propositione, ò problema solo si può dire in vniuersale. Data qual si vogli quantità di gente, ella si può ponere in ordinanza quadrangolare, simile a qual si vogli ordinanza quadrangolare proposta; Et questo ridutto a parlare Mathematico astratto, potrà dire. Data qual si vogli superficie rettilinea, (*& sarà il numero delle genti*) se ne può formare vn'altra eguale ad essa, & simile ad vna

ad vna superficie rettangola proposta. Et per hora il modo, ò regola praticabile in numeri (*per far cosa grata in questo a i Caualieri, che non sono molto introdotti nelle Mathematiche, aspettando di trattare a pieno d'altre ordinanze straordinarie ancora, ò del formare alloggiamenti Cãpali, ò circa qual si vogli altra occorrenza Militare, quãdo la occasione lo apportarà*) potrà esser questo. Dato vn numero di Fanti, per ridurlo ad vna proposta forma d'ordinanza quadrangola. Con il denominatore della proportione, che hà la lunghezza, ò fronte, alla larghezza, ò fianco della forma proposta si parta il numero de' Fanti dato, & dell'auenimento si pigli la ℞ quadra, & essa ℞ sarà sempre il fianco, cioe il numero delle file, quale si moltiplichi con il denominatore della proportion detta, che il prodotto sarà la fronte cioe il numero de' Fanti di ciascuna fila. Per essempio. Dato 480. numero di Fanti da ridurre in ordinanza quadrangola simile ad vna che sia 12. per fronte, & 10. per fianco, ò vogliamo dire che sia l' $\frac{1}{5}$. di più per fronte di quello che è il fianco, cioe che sia volte 1 $\frac{1}{5}$. per fronte di quello che è il fianco, ò che quando il fianco è 5. la fronte sia 6. Con questo 1 $\frac{1}{5}$. denominatore della proportione, che hà la fronte al fianco, si parta 480. (*& si fà facilmente se preso l' $\frac{1}{6}$. di 480. cioe partito 480. per 6. (che questo 6. è il numero della fronte, quando il fianco sia 5. denominatore dell' $\frac{1}{5}$. che è con l' 1. facendo l' 1 $\frac{1}{5}$. denominatore della proportione, che hà la fronte al fianco) che ne viene 80. questo 80. si caui dal 480. che resta 400. quale è l'auenimento cercato,*) & dell'auenimento 400. si pigli la ℞ quadra, che è 20. qual 20. è il numero del fianco, & questo si moltiplichi con l' 1 $\frac{1}{5}$. denominatore detto, Et si può fare giongẽdo a questo 20. il suo $\frac{1}{5}$. cioe 4. & fa 24. qual 24. è il numero della fronte, perilche si dirà, che l'ordinanza sia di 20. file, a 24. per fila. Et quando in queste operationi vi occorressero rotti (*perche i Fanti ne le file si spezzano*) si adopraranno solo li intieri, & all'hora de' Fanti che auanzassero oltre all'ordinanza, il Sergente ne disporrà a suo giudicio.

Et cosi dalle cose dette vediamo, che la operatione, & il modo in questo, sarà precise come nel primo antecedente Capitolo d'1.z, & +, eguali a numero. Solo occorrerà auuertire, che in quello d'1.z. & +, eguali à numero, il valore della + poi, è la retta aggiunta, ò vogliamo dire, che la retta aggiunta serue per la linea +, ò mostra la linea +, ma in questo di 1.z, eguali a +, & numero non la retta aggiunta, ma la totale cosi composta (*cioe la retta composta dalla data, & dalla aggiunta*) sarà il valore della +, ò mostrarà la linea +; Et cosi se bene la operatione sara vn'istessa, i dui fini nondimeno saranno diuersi, perche nell'vno haueremo per fine di tronare la aggiunta seruẽdoci solo d'essa, & nell'altra di, trouata la aggiunta istessa seruirci poi della composta da lei, è dalla data. Considerisi questo.

Et ancora nel Capitolo d'1.z, & numero eguali a +, considerando quanto in esso si è trattato, si conoscera come. Data vna retta si può ad essa applicare vn rettangolo eguale ad rettilineo proposto, qual rettangolo manchi a compire la linea data in vn quadrato sempre però, che il rettilineo proposto non sia maggiore del quadrato, che si facesse sù la mita della data, cioe che gli sia eguale; ò minore, che quando gli fusse maggiore il problema saria insolubile, che se gli sara eguale all'hora il quadrato fatto sù la mita della data, sara il rettangolo cercato, perche sara eguale al rettilineo proposto, & li mancara a compire la data retta vn quadrato, che sara il quadrato fatto sopra all'altra mita d'essa. Et quando gli fusse minore (*cioe che il rettilineo proposto fusse minore del quadrato, che si facesse sù la mità della data*) all'hora dui diuersi rettangoli si potranno formare eguali al rettilineo proposto, quali manchino ciascun d'essi in vn quadrato a compire la retta data, & si trouaranno nel modo iui mostrato; Cioe sopra alla mita della data si farà vn mezo cerchio, & in esso da vna estremita del diametro si adattara la potente nel rettilineo proposto (*quale vi si potrà sempre adattare essendo ella dal supposito minore del diametro detto, che è lato del quad. che si facesse sù la mità della data,*) & da doue ella tocca la circonferenza fino all'altra estremita del diametro tirata vna retta, & questa poi gionta, & anco cauata alla mita della data fara resultare le due rette, iui chiamate S. & R. ciascuna delle quali potra essere il lato del rettangolo cercato,



R. Rettilineo proposto 64.
d a, retta data.

cato,

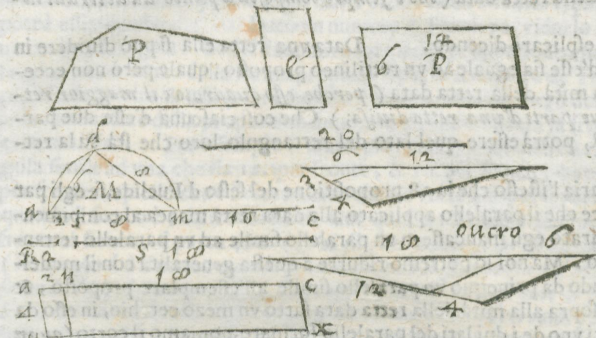
cato, che è parte della retta data, essendo l'altra l'altro lato, cioe esse due rette S. & R, saranno i lati del rettangolo cercato (*eguale al rettilineo proposto*) quale si potra adattare sopra alla retta data, ò con il lato più lungo vna volta, ò con il lato più corto l'altra, & così in l'vno, ò in l'altro modo mancarà al compimento della retta data (*che è sempre composta a punto da detti dui lati*) vna figura quadrata.

Questo Problema si può anco esplicare dicendo. Data vna retta ella si può diuidere in due parti tali, che il rettangolo d'esse sia eguale ad vn rettilineo proposto, quale però non ecceda il quadrato che si facesse sù la mità della retta data (*perche esso quadrato è il maggior rettangolo che si possa fare dalle due parti d'vna retta diuisa;*) Che così ciascuna d'esse due parti chiamandole poniamo S. & R, potrà essere quel lato del rettangolo loro che stà sù la retta data.

Questo Problema medesmo saria l'istesso che la 28 propositione del sesto d'Euclide, se egli parlasse generalmente, cioe se in vece che il paralello applicato alla data retta manca al compimento della detta linea data vn quadrato egli mancasse in vn paralello simile ad vn paralello rettangolo, ò non rettangolo proposto. Ma noi lo potremo ridurre a questa generalità con il medesmo modo d'operare, ma formando da principio vn paralello simile all'essemplare proposto, & eguale al rettilineo ꝓposto, poi sopra alla mità della retta data fatto vn mezo cerchio, in esso da vn'estremo del diametro si adatti vno de i dui lati del paralello formato, poniamo il corto (*quando essi dui lati che contengono vno de i suoi quattro angoli fussero ineguali*,) & da doue egli tocca la circonferenza sino all'altra estremità del diametro si tiri vna retta, quale poi si giunga, & anco si caui alla mità della data, & le due rette che mostrano la somma, & il restante si chiamaranno poniamo S. & R che ciascuna d'esse potrà essere il lato del paralello cercato, essendo l altra (*che è il restante della retta data poiche frd la M. & la R. si compone la data*) il lato del deficiente, & quello che è corrispondente al preso del formato, cioe il lato più corto d'esso deficiente, che posarà, ò sarà parte della retta data. L'altro lato poi comune al paralello cercato, & al deficiente sarà quello il dutto del quale in questo del cercato già stabilito, sia eguale al dutto del lato corto preso, nel lungo suo compagno del formato (*poiche il cercato deue esser eguale al formato, acciòche sia eguale al rettilineo proposto*,) cioe sarà quella retta, che si troui quarta proportionale a questo già trouato del cercato inteso per prima linea, & alli dui lati corto, & lungo del formato intesi per seconda, & terza. O' vogliamo dire (*che resulta l'istesso*) sarà quello al quale il lato già stabilito del deficiente habbi la proportione, che habbi il lato già preso, ò adoprato del formato all'altro lato suo compagno, poiche il deficiente deue essere simile al formato, che è facto simile all'essemplare proposto.

Che per essempio data la retta a c, 20. & il paralello essemplare e, (*che habbi poniamo il lato lungo doppio al corto, cioe come da 2. ad 1.*) & proposto il rettilineo P. Volendo alla retta data applicare vn paralello eguale al rettilineo proposto, & che manchi a compire la retta data in vn paralello simile all'essemplare e. Noi formaremo il paralello P. simile all'essemplare, & eguale al rettilineo P. proposto, & siano i suoi lati le linee 6. & 12. poi fatto vn mezo cerchio sul diametro 10. mità della data 20. in esso da vna estremità del diametro adattaremo vn lato di questo paralello formato, & sia il più corto 6. & da doue arriua alla circonferenza tirata all'altro estremo del diametro la retta 8. elle si giunga, & caui alla 10. diametro detto, ò mità della data, che ne resultarà S. 18. & R. 2. ciascuna delle quali potrà essere vn lato del paralello cercato, & l'altro sarà vn lato del deficiente, & sarà il lato più corto d'esso deficiēte, perche anco il lato più corto (*6.*) del formato, si è adoprato nell'adattarlo nel mezo cerchio, onde se vorremo poniamo che l'S. 18. sia il lato del cercato, & che perciò R 2. sia il lato del deficiente, sù lu retta data; all'hora per trouare l'altro lato del deficiente, (*& però l'altro lato del cercato, che è comune ad ambidui fuori della retta data*) all'R. (*come a terza*) trouaremo il suo consequente (*quarta maggiore*) nella prodortione di 6. cortu prima a 12. lungo seconda, lati del formato che corrispondono ad R 2. corto, & al sou consequente da trouarsi nel deficiente (*quale hà da essere simile al formato, & perciò al l'essemplare*,) & sia esso consequēte la retta 4. quale con le due 2. & 18. nel termine a loro comune si congiūga ad angoli eguali alli dui prossimi del paralello essemplare, ò del formato, & sia la n t, & compito il paralello c n, t x, egli sarà il cercato, che mācarà a compire la retta data a c, nel paralello che si compisse a n, t u, quale dalla construttione è simile all'essemplare, ò formato, poiche è equiangolo ad essi, & la proportione de i lati a n, n t, è come de i lati dell'essemplare, ò formato; Che mò il paralello n x, cercato sia eguale al rettilineo proposto, ò vogliamo dire al paralello P. formato, cioe che il dutto de i dui lati angolari del cercato sia eguale al dutto de i dui lati angolari del formato, che è quanto a dire, che la retta n t, (*trouata di sopra consequente alla a n, nella proportione del 6. a 12. lati suoi corrispondenti del paralello formato*) sia la quarta proportio-

nale alle n c, 18. pr,ma, & 6. & 12. seconda, & terza. si prouarà considerando che il lato adoprato, (*ò adattato nel mezo cerchio*) del paralello formato (*cioe hora 6.*) è sempre media proportionale fra le due rette S. & R. che si trouano (*cioe hora fra 18. & 2.*) perche considerata l'a c, data [20.] diuisa in due parti eguali in m, & in due parti ineeguali c s, & a s, che sono la S. 18. & la R. 2. sappiamo (*per la quinta del secondo*) il dutto, ò rettangolo delle parti ineguali c s, & s a, con il quadrato di m s, linea che è fra le settioni, & però con il quadrato di m d, eguale a detta m s, essere eguali al quadrato della mità della a c, cioe al quadrato di a m. Ma all'istesso quadrato di a m, sono eguali il quadrato di a d con il quadrato di m d, (*per la 47. del primo essendo l'angolo d, retto per la 31. del terzo*) onde il rettangolo di c s, & s a ò vogliamo dire

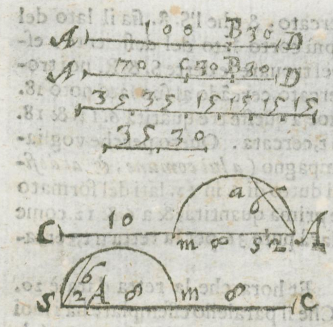


P. Rettilineo dato.
P. Paralellogrammo essemplare retta data. 20.
G. Paralellogrammo eguale al rettilineo dato, & simile all'essemplare
n x, Paralellogrammo cercato.
a t, paralellogrammo deficiente.

di S. & R. con il quadrato di m d, sono eguali al quadrato di a d, con il quadrato di m d, perilche leuato comunemēte il quadrato di m d, restarà il solo rettangoli, ò dutto di S. in R. eguale al quadrato di a d, ò vogliamo dire del lato [6.] adoprato del paralello formato, perilche esso lato adoprato è medio proportionale fra le due rette trouate S. & R. Questo inteso essēdo fatto a n, 2. ad n t, 4. come 6. a 12. cioe come del lato preso del paralello formato all'altro lato suo cōpagno, cioe essēdo da 6. a 12. come da 2. a 4. ne segue permutatamente, che come da 6. a 2. così sia da 12. a 4. Ma anco da 18. S. a 6. è come da 6. a 2. R. [*essendo 6. lato preso detto medio proportionale fra S. & R.*] però come da 18. a 6. così sarà da 12. a 4. si che la istessa n t, 4. consequente di sopra trouato alla a n, 2. che è la R. nella proportione di 6. a 12. lato corto, al lungo del paralello formato è anco quarta proportionale alla S. 18. prima, & detti lati 6. & 12. seconda, & terza, onde il dutto d'esso 4. quarta nel 18. S. prima sarà eguale al dutto delle 6. & 12. seconda, & terza, perilche il paralello n x, sarà eguale al P. formato, & perciò al rettilineo proposto.

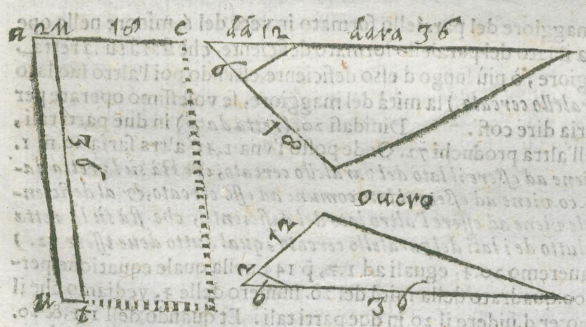
(Noti hora lo Studente, che di sopra nella figura M. della presente facciata, hauendo conosciuto che la retta a d, 6. nel mezo cerchio è sempre media proportionale fra le due rette a s, 2. & s c, 18. (iui chiamate R, & S.) egli da quella operatione potrà auertire vn modo facile da trouare vna media proportionale fra le due rette date. Che considerando le due rette date essere a s, 2. & s c, 18. quali sono congiunte insieme per il diritto, & sopra alla a m, mità della somma, ò composto loro formato il mezo cerchio, & dall'm, estremo del diametro, che è punto della diuisione per mezo della a c; adattata in esso mezo cerchio la retta m d, eguale alla m s, (in che l'a s, 2. è differente dalla a m, mità della somma d'esse a s, 2. & s c, 18.) & dal punto d, doue ella arriua alla circonferenza è tirata la d a, all'altro estremo del diametro, quale d a, è la media fra le dette a s, & s c, potrà dire.

Date due rette A. S. minore, & S. C. maggiore per trouare vna retta media proportionale fra esse. Elle si congiungono insieme per il diritto, poi sopra alla mità del composto loro, come sopra a diametro si formi vn mezo cerchio, & sia A, m, d, poi fatto centro il punto m,) estremo del diametro, che è nel mezo della a c, composto delle due date) secondo la lunghezza della m, s, (in che l'A, S. minore è differente dal diametro a, m, mità della somma delle due date) si facci vn pezo d'arco, che seghi la circonferenza del mezo cerchio detto, & si segni il punto d, doue occorre questo segamento, dal qual punto d, all'altro estremo A, del diametro si tiri la retta d, A, che ella sarà la cercata media fra le due date A. S. S. C,



Ouero in vece di congiungere insieme per il diritto le due date A S. S C. 2. & 18. Si caui la minore S A. dalla maggiore S C. & il rimanente A C. 16. si diuida per mezo in m, che cosi ancora tutta la m S. composta dalla m A. 8. mità d'essa differenza, & dalla minore A S. 2. sarà la mità del composto, ò somma delle due date quantita. (Che di due quantita tanto è la mita della somma loro, quanto il composto della minore con la mita della differenza loro, perche essendo poniamo le due quantita A B. maggiore 100. & B. D. minore 30. Inteso cauato B. D. 30. da A B. 100. & resta A C. 70. vediamo che l'A B. si viene a componere da A C. 70. differenza delle due quantita date, & da C B. 30. che è quanto a dire B D. 30. Onde hora in vece delle due quantita A B. 100. & B D. 30. considerando le tre A C. 70. C B. 30. & B D. 30. ad esse due date, ò vogliamo dire alla somma d'esse due date eguali; sapremo, che tauto importa la mita di queste tre (cioe 35. 15. & 15.) Quanto 50. & 15. mita delle due A B. & B. D. date; Ma nelle tre dette la mita delle due C B. B B. eguali fra loro, viene ad essere vna sola di loro, & però quanto la B D. perilche tanto resulta a questa B D. giungere la mita della restante terza A C. quanto a giungere la mita di C B. & la mita di B D. con la mita detta di A C. Ma a queste tre mita è anco eguale la mita della somma delle due date A B. B D. (che si compongono dalle tre dette) perilche la mita di A C. (differenza delle due quantita date) insieme con la B D. sono in somma quanto è la mita della somma delle due date A B. B D.] Onde sopra ad essa m S. come sopra a diametro formato il mezo cerchio m d S. & segnato il punto d, doue la m A. intesa girarsi sul punto m, peruenisse alla circonferenza [acciò la m d, sia 8. come è la m A.] da questo punto d, all'estremo S. del diametro si tiri la retta d S. che ella sara ta 6. media fra le due C S. 18. & A S. 2. date:)

Et se nella operatione trouate la S. 18. & la R. 2: & stabilita a n, 2. cioe la R. per vn lato del paralello deficiente, & perciò la n c, cioe la S. 18. per vn lato del paralello cercato, hauessimo poi trouato l'altro lato d'esso paralello cercato, con il ponere essa n c. 18. come prima linea, & li lati 6. & 12. come seconda, & terza, & a queste tre trouata la quarta proportionale, accioche il dutto d'essa quarta nel 18. n c, prima fusse eguale al dutto di 6. in 12. seconda, & terza, & perciò anco il paralello cercato sia eguale al formato, & questa quarta proportionale sia trouata essere la n t, 4. qnale sarà l'altro lato del paralello cercato, & anco del deficiente [*congiunta nel termine comune n, ad angoli eguali alli dui angoli contigui del paralello formato, ò dell'essemplare, che è l'istesso*] per prouar poi, che compito il paralello deficiente a t, egli sia simile all'essemplare, ò formato, cioe che la propottione di a n, 2. ad n t, 4. sia come da 6. a 12. lati del formato, ò vogliamo dire che 6. 12. 2. 4. siano quattro quantità proportionali, cioe che l'n t, 4. trouato sia la quarta proportionale alli dui lati preso, & suo compagno del formato, & alla R. 2. lo faremo facilmente, mediante le istesse raggioni, ma diremo.



a t, Paralellogrammo cecato eguale al Rettilineo proposto.
e t, Paralellogrammo deficiente simile a'llessemplare.

Come dalla retta 18. alla 6. cosi è dalla 12. alla 4. per la construttione; Ancora come dalla 18. alla 6. cosi è la 6. alla 2. [*che la 6. è media proportionale fra S. 18. & R. 2.*] però come dalla 6. alla 2. cosi è la 12. alla 4. Onde permutatamente come dalla 6. alla 12. cosi è la 2. alla 4. Et cosi li dui lati del paralello deficiente, conosciamo, che hanno la proportione de i lati del formato, & pero dell'essemplare; Onde il deficiente è simile all'essemplare come si voleua mostra-re.

Et se vorremo, che non l'S. 18. ma l'R. 2. sia il lato del cercato, & che l'S. 8. sia il lato del deficiente, che sarà (*come si è detto di sopra*) pur anco il più corto lato del deficiente, essendosi adoprato il *6.* lato più corto del paralello formato nel trouare le dette S. & R. noi trouaressimo l'altro lato n t, d'esso deficiente a lui comune, & al cercato, cercãdo al suo lato noto 18. il consequente nella proportione di *6.* a 12. lati del formato, cioe a queste tre quãtità *6.* 12. & 18. trouaremo la quarta proportionale che sarà 36. per la retta n t, cercata. Ouero perche vogliamo che l'S. 2. sia vn lato del cercato, per trouar l'altro suo compagno (*a lui comune, & al deficiente*) il dutto del quale in esso S. 2. noto deue essere eguale al dutto di *6.* in 12. lati del formato (*accioche il cercato sia eguale al formato*) noi ad esso 2. come prima quantità, & a *6.* & 12. come seconda, & terza, trouaremo la quarta proportionale, che sarà pure 36. per la retta n t, cercata; Ilche tutto si potrà dimostrare nel modo sopranarrato.

Pono a n, 1. ꝛ, sarà n c, 20. m̃ 1. ꝛ, però via n t, che sia 2. ꝛ, fa 40. ꝛ, m̃ 2. ƶ, eguali a 72. Cioe 1. ƶ, p̃ 36. eguale a 20. ꝛ, però la ꝛ vale 2. ouero 18. onde l'a n, posto il lato del deficiente può essere 2. ouero 18. essendo l'altro 4. ouero 36.

Et ponendo n c, lato del cercato 1. ꝛ, sara il lato del deficiente 20. m̃ 1. ꝛ, che il suo doppio 40. m̃ 2. ꝛ, moltiplicato via 1. ꝛ, fa 40. ꝛ, m̃ 2. ƶ, per il dutto de i lati del cercato, che è eguale a 72. & però pure haueremo 1. ƶ, p̃ 36 eguale al 20. ꝛ, onde la ꝛ, vale 2, ouero 18. & così il lato del cercato potrà essere 2. ouero 18. essendo il lato del deficiẽte 18. ouero 2. & il lato a loro comune il doppio di 18. ouero di 2. cioe 36. ouero 4.

Et hora che la retta data è 20. Che il paralello essemplare hà i suoi lati il lungo doppio al corto, (*& perciò in tal proportione li deue hauere il deficiente,*) & che il dutto de i lati del paralello che si formasse simile all'essemplare, & eguale al rettilineo proposto deue essere 72. & perciò 72. ancora deue essere il dutto de i lati del cercato; Volendo operare per Algebra il quesito potria dirsi così. Diuidasi 20. in due parti tali, che il doppio dell'vna moltiplicato via l'altra facci 72. Et saranno 2. & 18. ciascuna delle quali è a proposito per vn lato del deficiente, essendo l'altro a lui comune, & al cercato il doppio d'esso lato del deficiente, cioe 4. ouero 36. Ouero douendo i lati del cercato produrre 72. se l'vno si pone 2, l'altro sarà 36. (*che nasce a partire 72. per 2.*) ò se l'vno si pone 18. l'altro sarà 4.

Et se di sopra nell'essequire questo problema, quando pigliassimo il lato 6. più corto del paralello formato, per adattarlo nel mezo cerchio che fu fatto sul diametro 10. mità della retta data, hauessimo voluto pigliare l'altro lato 12. (*che a noi stà il pigliare quale de i dui lati del paralello formato ci piace, che anco potiamo pigliare vna volta l'vno, & vn'altra volta l'altro*) eßo 12. si saria douuto adattare nel mezo cerchio detto, ma perche egli è più lungo di 10. diametro d'esso mezo cerchio egli non vi si può adattare, & perciò non ci potiamo seruire d'eßo 12. ma solo del 6. come habbiamo fatto; Onde di qui veniamo a conoscere, che se de' dui lati ineguali del paralello formato, vn solo sia minore, & l'altro maggiore della mità della retta data, all'hora solo del lato minore ci potiamo seruire in adattarlo nel mezo cerchio, & da eßo deriuarne le due rette S, & R, ciascuna delle quali ci potrà dare vn paralello particolare (*eguale al rettilineo proposto*) da applicarsi alla data retta, che mancarà a compire eßa retta in vn paralello simile all'essemplare proposto.

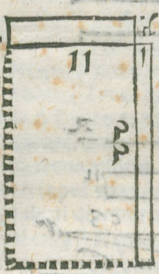
Et quãto al pigliare il 12. lato maggiore del paralello formato in vece del 6. minore nella operatione superiore, che così ancora il lato del paralello formato deficiente, che starà sù la retta data conuerrà che sia il lato maggiore, ò più lungo d eßo deficiente, eßendo poi l'altro suo lato minore (*comune ad eßo, & al paralello cercato*) la mità del maggiore, se volessimo operare per Algebra in numeri il Quesito potria dire così. Diuidasi 20. (*retta data*) in due parti tali, che il dutto dell'vna nella mità dell'altra produchi 72. Onde posto l'vna 1. ꝛ, l'altra saria 20. m̃ 1. ꝛ, & il dutto d'1. ꝛ, (*quale 1. co. viene ad eßere il lato del paralello cercato, che stà sù la retta data*) via 10. m̃ $\frac{1}{2}$. ꝛ (*qual 10. m̃ $\frac{1}{2}$. co. viene ad eßere il lato comune ad eßo cercato, & al deficiente che è la mità di 20. m̃ 1. co. quale viene ad eßere l'altro lato del deficiente, che stà sù la retta data*) sarà 10. ꝛ, m $\frac{1}{2}$. ƶ (*per il dutto de i lati del paralello cercato, qual dutto deue eßere 72.*) & questo è eguale a 72. & però haueremo 20. ꝛ, eguali ad 1. ƶ, p̃ 144. nella quale equatione, perche il 144. non si può cauare da 100. quadrato della mità del 20. numero delle ꝛ, vediamo che il quesito è impossibile; cioe non si poter diuidere il 20. in due parti tali. Et quando dell'1. ꝛ, & 20. m̃ 1. ꝛ, si fuße moltiplicato la mità d'1. ꝛ, cioe $\frac{1}{2}$. ꝛ, via 20. m̃ 1. ꝛ, (*ponẽdo cioe che il lato del parallo cercato, quale hà da stare sù la retta data sia il 20. m̃ 1. co. & il lato più lungo del deficiente sia l'1. co. eßendo poi il lato comune ad ambidui l'$\frac{1}{2}$. ꝛ,*) il prodotto saria pure 10. ꝛ, m̃ $\frac{1}{2}$. ƶ, che saria eguale a 72. come prima, & perciò vedressimo il Quesito eßere impossibile; Dal che

cono-

conosciamo che il 12.lato più lungo del parallelogr.formato non ci può hora seruire a questa operatione,poiche il lato più lungo del parallel. deficiente non può hora essere quel lato d'esso deficiente,che hà da stare sù la retta data,come conuerria,che fosse in tal supposito.

Et dicendosi,alla retta data 12.applichisi vn parallel. che sia 22.& manchi a compire la retta data in vn parallel. rettangolo,che habbi la lunghezza doppia alla larghezza*(& questo è l'esempio,che dà il Tartaglia nel suo Commento alla 28.del 6.)*noi formato vn parallel. rettangolo, quale sia 22. di superficie, & habbi vn lato doppio à l'altro,che essi lati saranno rad.44.& rad.11. faremo poi vn mezo cerchio su la mità di 12. retta data,cioè che habbi di diametro 6.& cõsiderati i lati del parallel. formato, pche il maggiore rad. 44. è più lungo di 6.diametro detto,vediamo che egli nõ si può accõmodare nel mezo cerchio, onde quanto ad esso lato maggiore radice 44.il problema non si può esequire.Considerato poi il suo lato minore rad.11. perche egli è minore del diametro 6.vediamo, che egli si potrà accommodare in esso mezo cerchio, onde accommodateuelo, cominciando da vn'estremo del diametro, & da doue arriua alla circonferenza all'altro estremo tirata vna retta*(che sarà il lato del quadrato,che è la differenza de' quadrati di rad.11 & 6.cioè sarà 5.)*& questa gionta, & cauata al diametro detto 6.ne resulteranno le due rette S.11, & R.1. ciascuna, delle quali potrà essere quel lato del parallel. cercato, che hà da essere parte della data,& l'altra sarà il lato del parallelo deficiente,che hà da essere l'altra parte restante d'essa data. Onde se vorremo, che vn lato del cercato parte della data sia S.11.l'altra parte,che è il lato del deficiente sarà R.1. & il lato commune ad ambidui sarà 2. E se vorremo che vn lato del cercato parte della data sia R.1. l'altra parte,che è il lato del deficiente sarà S.11.& il lato commune ad ambidui sarà 22.

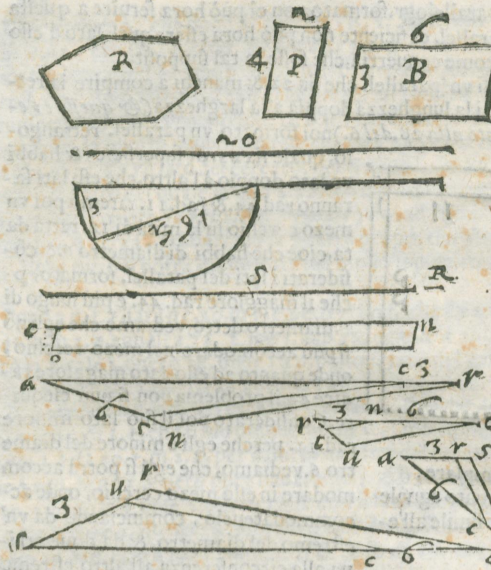
poni vn lato 1.ꝛ.
l'altro. 2.ꝛ.
superficie è dutto. 2.z.eguali a 22.
1.z. 11.
1.ꝛ. R.11.



R. rettilineo proposto.
D. Parallelogrammo esemplare.
E. Parallelogrammo formato eguale al rettilineo proposto,& simile all'esemplare.
Retta data 20.

Et quando delli duoi lati diuersi frà loro,ò vogliamo dire ineguali del parallel. formato, ciascun d'essi sia minore del diametro del mezo cerchio,ò vogliamo dire della mità della reta data, allhora seruendoci dell'vno de' lati,trouaremo due rette S.& R.& seruendoci dell'altro lato trouaremo due altre S.& R.ciascuna delle quali si potrà adoperare à trouare il parallel. cercato, onde cosi su la data retta si potrãno applicare quattro diuersi paralleli gr.ciascuno de' quali sarà eguale al formato,ò vogliamo dire al rettilineo proposto,& mancarà a compire essa retta data in vn parallel. simile ad esso formato,ò all'esemplare proposto,come si vede esequito in margine,doue il parallel. formato simile all'esemplare,& eguale al rettilineo proposto, hauendo per lati le due ineguali rette 3.& 6.& essendo data la retta 20.ad essa sono applicati quattro diuersi parallel. eguali al formato,& mancante ciascun d'essi a compire essa retta data in vn parallelo simile all'istesso formato.

Seruendoci del 3.lato minore del parallel. formato*(nell'adattarlo,cioè nel mezzo cerchio per trouare con esso le due rette S. & R.)* conuiene, che anco il minore sia il lato del deficiente, che starà sù la retta data, però il lato commune ad esso deficiente, & al cercato sarà il lato maggiore del deficiente, & però doppio a detto minore, che ha da esser parte della retta 20. data. Onde perche il lato comune detto, che è vn lato del cercato moltiplicato nel l'altro lato del medesimo cercato, che è parte della retta data, deue produrre 18. che è il dutto di 3.in 6.lati del parallelo formato eguale al rettilineo proposto. Volendo noi operare per Algebra in numeri nel trouare esse due parti della retta 20.data,potremo fare il quesito dicendo. Diuidasi 20.in due parti tali, che con il doppio dell'vna moltiplicata l'altra produchi 18.Onde posta l'vna 1.ꝛ.& l'altra 20.m̃.1.ꝛ.Ouero l'vna 20.m̃ 1.ꝛ.& l'altra 1.ꝛ. con il doppio dell'vna moltiplicata l'altra,cioè con 2.ꝛ.moltiplicata 20.m̃.1.ꝛ. Ouero con 40.m̃. 2.ꝛ. moltiplicato 1.ꝛ.il prodotto sarà 40.ꝛ.m̃.2.z.& douerà essere 18.però agguagliando al solito, hauremo 20.ꝛ.eguali a 1.z.p̃ 9.onde la ꝛ.valerà 10.p̃ rad.91. Ouero 10.m̃.rad.91.& queste saranno le due parti della retta data 20.ciascuna delle quali potrà essere il lato del parallel. deficiente, essendo l'altra il lato del parallel. cercato. Et essendo l'altro lato del cercato comune al deficiente



ciente il doppio del lato del deficiente, che si sarà posto stare sù la retta 20. data. Onde se vorremo, che delle due parti 10.p̄ rad. 91. & 10. m̄ rad.91. la 10.p̄ rad.91. sia vn lato del cercato, & che però la 10.m̄ rad.91. sia lato del deficiente, l'altro lato comune doppio a questo sarà 20.m̄. rad. 364. che moltiplicato nel 10.p̄ rad.91. suo compagno del parallel. cercato produce 18. come bisogna. Et se volessimo, che la 10.m̄ rad 91. sia vn lato del cercato, & che perciò la 10.p̄ rad. 91. sia lato del deficiente, all'hora l'altro lato comune doppio a questo del deficiente saria 20 p̄ rad. 364. quale moltiplicato nel 10. meno rad.91. suo compagno del parallel. cercato p̄duce 18. come bisogna.

R. Rettilineo proposto.
P. Parallelo grammo esemplare retta data 20.
B. 3. & 6. Parallelo grammo formato eguale al rettilineo proposto, & simile all'esemplare.

S. 10.p̄ rad.91.
R. 10.m̄. rad. 91.
10.p̄ rad.91.
via 20.m̄.rad.364.

fa 200.m̄ 182. cioè 18.
ch'è il cercato.
Lati del deficiente.
10.m̄.rad.91.
20.m̄ rad.364.
a.c.10.p̄ rad. 2r.
c. r. 3. a. s. 6.
s. n. 20. m̄ rad.364.

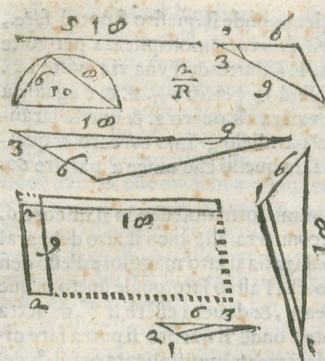
che è l'altro lato del cercato comune ad esso, & al deficiente.

ouero
r.n. 3. n. c. 6.
r. c. 10.m̄. rad. 91.
t. u. 20. m̄ rad. 364.
s. c. 10.p̄ rad.91. c.o.6.
s.u.1.u.r.20.m̄.rad.364.
a.r.3.r.s.10.m̄.rad 91.
a.c.6.c.i.20.m̄.R.364.

Seruendoci del 6. lato maggiore del parallelo formato in trouare le S.& R. che saranno 18.& 2. conuiene che ancora il lato del deficiente, che ha da esser parte della retta data, sia il lato maggiore del deficiente, & però il lato à lui comune, & al cercato, cioè l'altro lato del deficiente sarà il minore, al quale il maggiore sarà doppio, come è il 6. al 3. lati dell'esèplare, ò vogliamo dire, & perciò il lato minore comune sarà la mità del maggiore, che è parte della retta data, qual lato comune moltiplicato nel suo compagno del cercato, che è l'altra parte della retta data deue produrre 18. che è il dutto di 6. & 3. lati del parallel. formato; onde se volessimo operare per Algebra in numeri, il quesito potria dire.

a c parallelogramo cercato.
c s. deficiente.
10.m̄.rad.91. via 20.p̄ rad.364.
Lati del cercato producono 18.
10.p̄ rad.91.& 20.p̄ rad.364.
Lati del deficiente.
r.c.6.c a.10 m̄ rad.91.
a n.3.n o.20.p̄ rad.364. e l'altro lato del cercato commune ab ambidui.

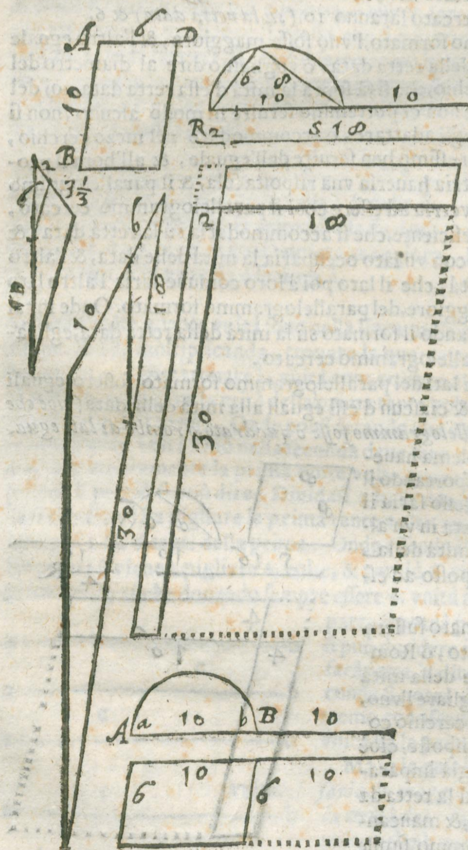
Diui-



Per trouare la quarta proportionale si può operare in qual si voglia delli dui modi del margine.

Diuidasi 20. io due parti tali, che con la mità dell'vna, moltiplicando l'altra se ne produca 18. che posta l'vna 1.ꝶ. & l'altra 20. m̄ 1.ꝶ. & moltiplicato la mità dell'vna via l'altra se ne produce 10.1 m̄ $\frac{1}{2}$.ʒ, che sarà eguale a 18. & però haueremo 20.ꝶ eguali a 1 ʒ p̄ 36. Onde la ꝶ. valerà 18. ouero 2. però vn lato del cercato parte della retta data potrà essere 18. essendo l'altro 1. Ouero vn lato del cercato parte della reta data sarà 2. essendo l'altro 9.

Et quando delli dui lati ineguali del parallelo grammo formato, l'vno fosse minore del diametro del mezo cerchio, & l'altro eguale ad esso diametro all'hora mediante il minore, cioè preso il minore nell'adattarlo nel mezo cerchio, trouaressimo le due rette S. & R. ciascuna delle quali seruiria per vna risposta al problema. Et mediante il lato eguale al diametro si haueria vn'altra risposta, perche in quel caso il diametro medesimo, cioè la mità della data saria vn lato del parallelo grammo cercato, essendo l'altra mità della data vn lato del deficiente, che l'altro poi comune al cercato, & al deficiente saria quello al quale la mità della data heuesse la proportione, che ha il lato del formato detto *(eguale alla mità della data)* all'altro suo lato, cioè esso lato comune detto saria l'altro lato del parallelo grammo formato istesso saria il cercato, & anco saria il deficiente, poiche, & il cercato, & il deficiente sariano eguali, & simili, & ciascun d'essi eguale, & simile al formato, che è simile all'esemplare. Et così non solo il deficiente, ma anco il cercato saria simile all'esemplare. Et di questo ne è l'esempio in margine, nel quale essendo la data retta 20. il parallelo grãmo formato eguale al retrilineo proposto, & simile all'esemplare ha per lati 6. & 10.



B D. parallelo grammo formato.

Questo lato A B, adattato nel mezo cerchio stà precise su'l diametro, però il quadr. d'esso A B, non è differente dal quad. del diametro, onde quella retta, che saria il lato del quadrato della differenza è niente, & però gionta, & cauata al diametro ne deriua l'istesso diametro, perilche così la retta S. come la R. è vn'istessa, cioè l'istesso diametro, per il che così la retta S. come la retta R. è vn'istessa, cioè l'istesso diametro, ò lato A B, che ha da stare sù la retta data, & seruirà per il lato corrispondente all'A B. del parallelo grãmo cercato, & però l'altro suo lato sarà l'istesso A B.

Et se vorremo operare per Algebra in numeri, quando ci seruiremo del 6. lato minore ò più corto del perallelogrammo formato, essendo il maggiore 10. che è volte $1\frac{2}{3}$. quanto esso minore, & che il dutto loro è 60. conuerrà, che anco il lato del parallelo grammo deficiente, che ha da essere parte della retta 20. data, sia il lato minore d'esso deficiente, & l'altra parte della retta data sarà un lato del cercato; & l'altro lato, che dutto in questo deue produrre 60. & il lato comune al cercato, & al deficiente doueria essere volte $1\frac{2}{3}$. quanto la

parte

parte già detta della retta data posta per il lato minore deficiente, onde il quesito si potrà fare, dicendo Diuidasi 20. in due parti tali, che l'vna (*& è il lato del cercato*) moltiplicata per volte $1\frac{2}{3}$. l'altra produca 60. Che posta l'vna 1. ✝. & l'altra 20. m̃. 1. ✝. il dutto dell'vna via volte $1\frac{2}{3}$. l'altra) *cioè* 1. ✝. *via* $33\frac{1}{3}$. *m̃* $1\frac{2}{3}$. ✝. *Ouero* $1\frac{2}{3}$. ✝. *via* 20. *m̃* 1. ✝.) sarà $33\frac{1}{3}$. ✝. m̃ $1\frac{2}{3}$. z. & è eguale a 60. & però haueremo 20. ✝. eguali ad 1 z. p̃ 36. per ilche la co. valera 18. ouero 2. & queste saranno le parti del 20. ciascuna delle quali potra essere vn lato del parallelo grãmo cercato, & quello che sta sù la retta data, che se vorremo, che sia 18 l'altro sara quello che nasce a partire 60. per 18. cioè sara $3\frac{1}{3}$. Et se vorremo, che sia 2. l'altro sara 30.

Ma se ci seruiremo del 10. lato più lungo del parallelo grammo formato, essendo il minore 6. che è li $\frac{6}{10}$. cioè li $\frac{3}{5}$. del maggiore, & che il dutto loro è 60. conuerra che anco il lato del parallelo grammo deficiente, che ha da essere parte della retta 20. data sia il lato maggiore d'esso deficiente, & l'altra parte della retta data sara vn lato del cercato, che l'altro lato, quale dutto in questo ha da produrre 60. è il lato comune al cercato, & al deficiente, & douera essere li $\frac{3}{5}$. di detta parte della retta data posta per il lato maggiore del deficiente, onde il quesito si potra fare dicendo. Diuidasi 20. in due parti tali, che l'vna (*& è il lato del cercato*) moltiplicata per li $\frac{3}{5}$. del l'altra produca 60. Onde poste elle essere 1. co. & 20. m̃ 1. co. moltiplicata l'vna via li $\frac{3}{5}$. dell'altra pdurra 12. co. m̃ $\frac{3}{5}$ z. il che sara eguale a 60. & aguagliato haueremo 20. co. eguale ad 1. z. p̃ 100. per il che la co. valera 10. p̃ 0. & 10. m̃. 0. cioè 10. Onde vna parte sara 10. & l'altra 10. però qual si vogli delle due mita della data potra essere vn lato del deficiente, ma il maggiore, essendo l'altro li $\frac{3}{5}$. di questo, cioè 6. & però anco li lati del cercato saranno 10. (*sù la retta data*) & 6.

Et quando de i dui lati del parallelo grammo formato, l'vno fosse maggiore, & l'altro eguale alla mita della retta data, ò vogliamo dire al diametro del mezo cerchio, che si fà sopra la mità d'essa retta data, noi del maggiore non ci potremmo seruire in modo alcuno, non si potendo egli adattare, ò accommodare nel mezo cerchio, ma ci potressimo ben seruire dell'eguale, & all'hora il problema potria haueria vna risposta sola, & il parallelogrãmo formato verria ad essere così il parellelogrammo cercato, come il deficiente, che si accommodaria sù la retta data, & l'vn d'essi con vn lato occuparia la mità delle data, & l'altro l'altra mità, che il lato poi à loro comune saria l'altro lato detto maggiore, del parallelogrammo formato. Onde in tal caso copiando il formato sú la mità della retta data, egli saria il parallelogrammo cercato.



Et se li lati del parallelogrammo formato fossero eguali fra loro, & ciascun d'essi eguali alla mità della data (*cioè che esso parallelogrammo fosse ò quadrato, ò rombo di lati eguali alla mità della data retta*) all'hora il problema haueria vna risposta sola, che saria copiando, ò trasportando il parallelo formato sù l'vna mità della data, & esso saria il cercato, che mãcaria a compire detta retta data in vn'altro parallelogrammo, che si facesse sù l'altra mità della data, quale saria eguale simile, & similmente posto ad esso cercato, & però al formato, & all'essemplare.

Et quando i lati del parallelogrammo formato fussero eguali fra loro, cioè che gli fusse pure Quadrato, ò Rombo, ma che poi ciascun d'essi lati fusse minore della mità della retta data, perche all'hora tãto saria pigliare l'vno, come pigliare l'altro, per adattarlo nel mezo cerchio conosciamo, che il problema haueria solo due risposte, cioè si trouariano due sole rette S. & R. nel modo già imparato, ciascuna delle quali seruiria a comporre sù la retta data vn parallelogr. cercato eguale al formato, & mancante à compire essa retta in vn parallelogrammo simile al formato, & però all'essemplare proposto.

Ma allhora li dui paralleligrãmi cercati haueriano vna medesima forma, vna medesima lunghezza, & vna medesima larghezza, cioè non solo sariano eguali, ma ancora simili, ancorche l'vno hauesse la lunghezza sù la retta data, & l'altra vi hauesse la larghezza; li deficienti poi saria-

no

no bene di diuersa lunghezza,& di diuersa larghezza l'vno a l'altro, & però inegualì fra loro.

E se ciascuno delli lati del parallelogr. formato fusse maggiore della mità della retta data *(o siano poi essi eguali, o inegualì fra loro)* il problema non potrà hauere risolutione alcuna, perche non potressimo accomodare nel mezo cerchio *(il diametro del quale ha sempre da essere la mità della retta data)* alcun d'essi lati.

Finalmente conosciamo che la conditione quale si ricerca, accioche si possa esequire il problema è, che douendosi sopra ad vna data retta applicare vn parallelogr. eguale ad vn rettilineo dato,& che manchi a compire la retta data in vn parallelogr. simile ad vn parallelogr. esemplare, ò proposto, conuiene che formandosi vn parallelogr. eguale al rettilineo proposto, & simile all'esemplare, conuien dico, che qualch'vno delli dui lati che contengono vno de gli angoli di questo parallelogr. formato non sia maggiore della mità della retta data, cioè che vno d'essi dui lati di detto parallelogr. sia, ò eguale, ò minore della mità della retta data, sia poi l altro de' dui lati d'esso parallelogr. ò più corto, ò eguale, ò più lungo quanto si vogli, facendo essere il rettilineo proposto grande quanto ci piaccia, che questo non ostarà alla solutione del problema. Et esso problema nelli casi possibili *(cioè quando ciascuno delli dui lati del parallelogr. formato non sia maggiore della mità della retta data)* potrà hauere, ò vna sola risposta, ò due, ò tre, o quattro, secondo la conuenienza de' suoi lati alla mità della retta data, come s'è mostrato di sopra.

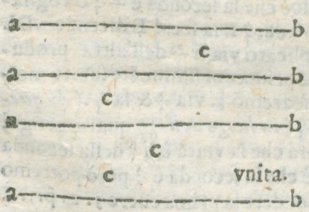
Hora, accioche lo studente vegga, come nelli casi, o domande si adoprino questi Capitoli, & come si operi in linee per risoluere, ò rispondere ad essi Casi, ò domande, se ne daranno li seguenti esempij, quali sono li istessi che si adoprorno per esemplificare li medesimi Capitoli nell'operare in numeri, il che si è fatto acciò lo studente vegga la conuenienza che hanno fra loro l'operare in numeri, & l'operare in linee, & si facci esperto in ciascuno d'essi modi.

Diuidasi a b in due parti tali che a moltiplicare la $\frac{1}{2}$ della prima parte nell' $\frac{1}{3}$ della seconda, facci quanto la prima.

a——— $\frac{30}{24}$ ——— 6 —b $\frac{}{14}$ $\frac{20}{16}$ — $\frac{10}{4}$ — 6

Moltiplicato la $\frac{1}{2}$ della prima via l' $\frac{1}{3}$ della seconda fa sempre quanto la prima, sia la da diuidere ò 30. ò 20. o 10, ò qual numero maggiore di 6. si vogli. E la seconda è sempre 6.

Notisi che a moltiplicare vna linea per vna linea ne risulta vna superficie, parlando secondo l'vso de' Geometri. Onde volendo noi che ne resulti non superficie, ma vna linea, conuiene che il moltiplicante sia vn numero astratto & però all'hora significarà il pigliare vna linea *(cioè la da moltiplicare)* tante volte quante vnità sono nella linea moltiplicante, & ciò sarà alla vnità, alla moltiplicante, & alla moltiplicanda, trouare la quarta proportionale; onde in questi Casi conuerrà hauernota, ò saper trouare la vnità conueniente al quesito, quale dirà. Diuidasi a b. in due parti tali, che a pigliare la mità della prima tante volte quante vnità sono nelli $\frac{1}{3}$ della seconda se ne produca la prima. Onde considerando che a pigliar dunque la mità della prima tante volte quante vnità sono nella seconda deue fare 3. tanti della prima, vedremo che perciò a pigliare intieramente la prima tante volte, quante vnità sono nella seconda farà 6. tanti della prima. E perciò si può dire. Diuidasi a b. in due parti tali che a moltiplicare la prima via la seconda, cioè a pigliare la prima tante volte quante vnità sono nella seconda il prodotto, ò composto sia 6, tanti della prima. Onde essendo il composto detto, 6. tanti della prima, questa prima si viene a pigliare 6. volte, & perciò 6. vnità vengono ad essere nella seconda moltiplicante. Perilche douendo sempre essere 6. vnità nella seconda, conosciamo che la seconda



parte si potrà ponere a bene placito, poiche ciascuna linea si può diuidere in 6. parti *(& in quante si voglino)* & così sarà fatta la diuisione, & che perciò la sesta parte della seconda si potrà dire essere la vnità, mediante la quale potremo conoscere quante vnità è tutta la linea a b, & quante vnità sia la prima parte d'essa.

Ma se la vnità ci fusse data, ò determinata *(& così la a b, saria & maggiore, & minore numero d'vnità, secondo che la vnità data fusse ò piccola, ò grande)* all'hora segnata 6, volte nella b a, cominciando poniamo dal b, & seguendo verso a, & doue si arriuasse segnato c *(& perciò conuiene che la vnità data sia tale, che presa 6. volte ella non arriui alla lunghezza dell'a b)* egli saria il punto della diuisione, & la a c, saria la prima parte, essendo c b, la seconda, che così presa la $\frac{1}{2}$ di a c, l' $\frac{1}{3}$ delle volte che la vnità

entra in c b, cioè 2. volte (*il che saria alla vnità, alla $\frac{1}{2}$ di a c, & all' $\frac{1}{3}$ della c b, trouare la 4. proportionale*) se ne componerà la a c; perche sia pure la a c, lunga, ò corta come occorra, che presa la sua mità 2. volte, sempre ne risultarà la istessa a c, Onde vediamo che basta della parte b c, fatta lunga, ò corta come si uogli, diuisala in sei parti eguali, pigliare il suo $\frac{1}{6}$ per vnità. E ci accorgiamo che a 6. (*preso per b c, seconda parte*) giunto qual si vogli numero, o quantità (*& sarà la c a, presa per prima parte*) il composto (*& sarà tutta la a b*) sarà diuiso in due parti tali (*che saranno b, la seconda, & l'aggiuntoli la prima*) che l' $\frac{1}{2}$ della prima moltiplicato per l' $\frac{1}{3}$ della seconda produrrà la prima. Et però anco ci accorgiamo che d'vna quantità come si vogli, & sia presa per a b da diuidere in due parti tali che la $\frac{1}{2}$ della prima via l' $\frac{1}{3}$ della seconda produca la prima noi potiamo dire la seconda essere b, & la prima il resto della quantità; però dicendo. Diuidasi radice cuba L rad. 96050 p̄ 40. m̄ rad. cuba 20. ⅂ p̄ 2. in due parti tali che la $\frac{1}{2}$ della prima via l' $\frac{1}{3}$ della seconda produca la prima, noi subito potremo dire, la prima essere rad. cuba L rad. 96050. p̄ 40. m̄ rad. cuba 20. ⅂ m̄ 4; & la seconda 6: Che'l $\frac{1}{3}$ di 6. cioè 2, moltiplicato via la $\frac{1}{2}$ della prima che è quanto pigliare 2. volte la $\frac{1}{2}$ della prima (*& ogni mità presa due volte produce il suo tutto*) conuien bene che produchi essa prima di necessità. Et così cō vn quesito simile si puo l'huomo accorgere, dandolo a qualche persona, se essa persona è accorta, o di viuace intelletto, o nò; poiche essend'egli facilissimo, pare molto difficile. Ma per non fare dalla resolutione così apparente quel 6, seconda parte (*che nascendo a moltiplicare $\frac{1}{2}$ via $\frac{1}{3}$ & produce $\frac{1}{6}$ questo $\frac{1}{6}$ mostra la vnità essere la $\frac{1}{6}$ parte della secōda parte, & però ella essere 6. vnità*) noi potiumo far deriuare quel $\frac{1}{6}$ dal dutto di dui rotti irrationali, & il primo potrà essere a beneplacito, che l'altro sarà quello che nasce a partire l' $\frac{1}{6}$ per il primo. Onde se poneremo (*hauendo ciascun d'essi per hora per numerat. la vnità*) il primo hauere per denominat. poniamo r. 6, p̄ 2, l'altro hauerà per denominat. rad 54. m̄. 6. E si potrà fare il Quesito dicendo. Diuidasi rad. cuba L. rad. 96050. p̄ 40. m̄. rad. cuba 20. ⅂ p̄ 2 in due parti tali, che quello che nasce a partire la prima per rad. 6. p̄. 2. moltiplicato via quello che nasce a partire la seconda per rad 54. m̄. 6. produca a punto la prima. Ouero che quello che nasce a partire la prima per rad. 54 m̄. 6. moltiplicato via quello che nasce a partire la seconda per rad. 6. p̄ 2. produca a punto la prima (*Et è l'istesso, perche di due quantità, tanto si produce a moltiplicare vna data parte della prima via vn'altra proposta parte della seconda quanto a moltiplicare la detta altra parte proposta della prima via l'vna data parte della seconda, cioè p esempio di 20. diuiso poniamo in 12. & 8. tanto produce la $\frac{1}{2}$ di 12. via l' $\frac{1}{4}$ d'8. quanto l' $\frac{1}{4}$ di 12. via l' $\frac{1}{2}$ d'8.*)

$\frac{1.}{\bar{p}.rad.6.\bar{p}.2.}$ partasi — $\frac{1}{6}$ Ne viene $\frac{rad.6.\bar{p}.2.}{6.}$ Quale si chisi p il suo istesso numeratore, accioche esso numeratore douēti 1. & così il nuouo den. sarà quello che nasce a partire 6. den. presente per detto rad. 6 p̄ 2. schisatore, cioe sarà rad. 54. m̄. 6. & il rotto sarà $\frac{1.}{rad.54.\bar{m}.6.}$ quale moltiplicato via l'altro rotto $\frac{1.}{r.6.\bar{p}.2.}$ produrrà $\frac{1}{6}$

p rad. 6. p̄. 2. Partasi 6. $\frac{rad.6.\bar{m}.2.}{2.}$ $\frac{3}{r.6.\bar{m}.2.}$ ne viene rad. 54. m̄. 6.

E noi dalle cose dette conosciamo che a moltiplicare insieme questi dui partitori se ne produce sempre la seconda, & che la prima è poi il restante della quantità. Onde dicendosi Diuidasi rad. 65. p̄. 7. Ouero 72. in due parti tali che li $\frac{7}{9}$ della prima moltiplicato via li $\frac{3}{8}$ della seconda produca la prima. Noi subito moltiplic. $\frac{7}{9}$ via $\frac{3}{8}$ che fa $\frac{7}{24}$ (& q̄sto sarà in luogo dell' $\frac{1}{6}$) quale $\frac{7}{24}$ ci significarà che la vnità è li $\frac{7}{24}$ della seconda, cioè che la seconda è $\frac{24}{7}$ ò vogliamo dire 3 $\frac{3}{7}$ però potremo rispon. la prima essere r. 65. p̄ 3 $\frac{4}{7}$ o 68. $\frac{4}{7}$ E la sec. 3 $\frac{3}{7}$ E dicendosi, Diuidasi 3. z p̄ 5. t. in due parti tali che il triplo dell'vna moltiplicato via li $\frac{2}{5}$ dell'altra produca la prima noi similmēte subito moltiplicaremo 3. via $\frac{2}{5}$ & fa $\frac{6}{5}$. (*& questo $\frac{6}{5}$ è in luogo dell' $\frac{1}{6}$*) qual $\frac{6}{5}$ ci significarà che la vnità è li $\frac{6}{5}$ della seconda cioè che la seconda è $\frac{5}{6}$ però potremo rispondere la prima essere 3. z. p̄. 5. t. m̄. $\frac{5}{6}$ & la seconda $\frac{5}{6}$

Quantità da diuidere 3. z. p̄ 5. t.

Prima parte 3. z. p̄. 5. t. m̄. $\frac{5}{6}$. Seconda $\frac{5}{6}$

Il triplo è 9. z. p̄. 15. t. m̄. 2. $\frac{1}{2}$. Li $\frac{2}{5}$ è $\frac{1}{3}$

però il loro prodotto sarà la prima, cioè 3. z. p̄. 5. t. m̄. $\frac{5}{6}$.

Ouero

prima parte 3 z p̄ 5. t m̄ $\frac{5}{6}$ sec. $\frac{5}{6}$

li $\frac{2}{5}$ 1 $\frac{1}{5}$ z p̄ 2. t m̄ $\frac{1}{3}$ il triplo è 2 $\frac{1}{2}$

però il prodotto sarà 3. z. p̄. 5. t. m̄. $\frac{5}{6}$ che è la prima.

Pigliare li $\frac{2}{5}$ d'vna quantità e moltiplicarla per $\frac{1}{5}$. (*che significa pigliarla $\frac{2}{5}$ di volta*) & perciò è equi-

E così puo lo studente conoscere che fra l'Aritmetica, & la Geometria: cioè fra lo studio de' numeri, & delle

linee

ualente al partirla p $\frac{5}{2}$. cioè per 2.$\frac{1}{2}$ come diffusamẽte si è mostrato nel Trattato delli Elementi Geometrici.

linee si acuisce mirabilmente l'intelletto ad ogni speculatione, poi che quello che trattando dell'vna non si auuerti, si vede poi volgendosi all'altra.

E dicendosi, Diuidasi a ———————— b, in due parti tali, che il prodotto loro sia quanto il quintuplo della prima parte. Potremo considerare che a fare il quintuplo d'vna quantità conuiene pigliarla 5 volte; però conuerrà che la seconda parte sia 5. vnità, & la prima il restante, Onde posto per seconda parte vn pezzo della linea a beneplacito (*che l'altro pezzo sarà la prima parte*)& diuisala in cinque particelle eguali, ciascuna d'esse cinque particelle sarà la vnità; Et a moltiplicare la prima parte dell'a b, per la seconda, cioè a pigliare la prima parte della a b, tante volte, quante vnità sono nella seconda (*che vi sono 5. vnità*) questo sarà alla vnità alla seconda parte detta, & alla prima trouare la quarta proportionale, che così tal proportione sarà dalla prima parte detta, a questa quarta proportionale trouata, quale è dalla vnità alla 5. seconda parte; perilche la prima quantita sara contenuta 5. volte nella quarta proportionale, così come la vnita è contenuta nella 5. seconda parte 5. volte, & però conuersamente così la quarta proportionale sarà quintupla alla prima parte detta della data retta a b, come è la seconda parte 5. quintupla alla vnità sua quinta parte. Ma se la vnità ci fusse data, o determinata in linea (*& così la a b saria & maggior numero di vnità, & minore secondo che la vnità fusse o corta o lunga*) all'hora segnata essa linea vnità 5. volte nella b a, cominciando poniamo dall'estremo b, & seguendo verso a, & doue si arriuasse segnato c, (*& perciò conuiene che la vnità data sia tale, che presa 5. volte ella non arriui alla lunghezza della data retta a b*) egli saria il punto della diuisione, & la a c, saria la prima parte, essendo c b, la seconda. Et così presa la prima parte a c, tante volte quante vnità sono nella c b, cioè 5. volte, il composto di necessità saria 5 volte quanto essa a c, sia pure essa a c, lunga, ò corta come si vogli. Et così in numeri conosciamo che essendo la data a b, quanto si vogli, la sua seconda parte b c, è sempre 5. & la sua prima parte è sempre il restante, si che dicendosi. Diuidasi rad. 96. p̄. 3. in due parti tali che il loro prodotto sia quintuplo alla prima parte. Elle sariano la prima rad. 96. m̄. 2, & la seconda 5. Et se il prodotto loro douesse essere settuplo alla prima parte. Essa prima parte saria rad. 96. m̄. 4. & la seconda il 7. denominatore del settuplo. E così dell'altre.

E venendo al Quesito, che in numeri dice, Diuidasi 38. in due parti tali, che al quad. dell'vna giunto 6. facci quanto a moltiplicare l'altra, per la mità dell'vna Questo riducendolo in linee potrà dire. Diuidasi la retta a b data in due parti tali che al quad. dell'vna giunto il rettilineo c, proposto (*che è il 6. o altro numero*) la somma sia eguale al rettangolo contenuto dall'altra parte, & dalla mità dell'vna. Et per essequire questo problema noi per commodità potremo ancora dare vn nome di numero a nostra volonta alla data a b; hor sia che si chiami la a b. 38. cioè che ella s'intenda diuidersi con la mente in 38. particelle eguali fra loro, & diamo anco vn nome di numero a nostro piacere al rettilineo proposto, & sia che si chiami il rettilineo 6, E ponasi come anco si fa operando per numeri, che la prima parte delle due in che si vuol diuidere la a b, sia 1 ꝛ, cioè vna linea retta, che si chiami linea ꝛ, & sia poniamo – 1 ꝛ, & sia quelal quad. della quale si ha da giungere il rettilineo proposto, qual rettilineo prima si riduca a forma di quad. per poterlo adoprare, come comporta la regola, qual quad. chiamaremo anc'

egli il quad. 6. & sia il [6] hora questo giunto al quad. della linea ꝛ, quale si chiamera 1 ꝫ,
& sia faranno 1ꝫ p̄ 6, cioè & questo deue essere eguale al ret-
tãgo [12] lo conte nuto dall'al [12] p̄ [6] tra parte della a b, cioè dalla c b, che
chia maremo 38. m̄. 1 ꝛ. *chiamandola parte a c linea ꝛ*) nella mita della

a c, o linea ꝛ, qual rettãgolo sia chiamato 19. ꝛ. m̄. $\frac{1}{2}$ ꝫ. & hauera per vn lato la c b. 38. m̄, 1 ꝛ. & per l'altro la $\frac{1}{2}$ ꝛ. Hora per venire alla equatione, come anco si fece nelli numeri, ponansi li ꝫ, tutti da vna parte, il che hora sara giungendo l'$\frac{1}{2}$ ꝫ, che manca al rettangolo 19. ꝛ. m̄. $\frac{1}{2}$ ꝫ. (*per essere libero dal m̄ $\frac{1}{2}$ ꝫ*) a ciascuna parte, & all'hora haueremo da questa banda il rettangolo della totale a b 38. nella $\frac{1}{2}$ ꝛ, cioè il rettangolo 19. ꝛ, & dall'altra haueremo 1$\frac{1}{2}$ ꝫ p̄ 6, cioè il quad. 1 ꝫ, & la mita d'esso, & il quad. 6. il che tutto sara eguale al rettangolo 19 ꝛ: E per ridurre ad 1 ꝫ, come si fa nelli numeri, conuien partire ogni cosa per l' 1$\frac{1}{2}$ numero delli ꝫ, il che sara come a dire, se 1$\frac{1}{2}$ douenta 1. che douentara il quad. 6? & il rettangolo 19? O per leuare il rotto, Se 3. douenta 2, che douentara il quad. 6? & il rettangolo 19 ꝛ? & per trouarlo fingeremo a nostro modo vna vnita lineale, & sia ——vnita. Et figuraremo il 3. & il 2. realmente, in linea. & siano ———3. & ——2; poi diremo, Se la retta ———3. douenta ——2. (& queste conuiene che siano precise 3. unita, & 2. unita, & con esse operare diligentemente, come anco cõ

la retta data, & con il lato del fatto precise eguale al rettilineo proposto) che douentarà il quad. 6? Cioè al quad. 6. trouaremo vn consequente quad. nella proportione della ———— 3. alla ——— 2. E perche sappiamo che la proportione de quadrati è dupplicata alla proportione de lati loro; trouaremo la media proportionale fra la ———— 3. & la ———— 2. & sia la ———— rad. 6. & cosi dal lato del quad. 6 al lato del quad. che cerchiamo sara la proportione che è da ——— 3. a — rad. 6. (che quando di tre linee rette continue proportionali sopra alla prima, & sopra alla seconda sono fatti dui quadrati, o figure simili, & similmente poste, la proportione della prima figura alla seconda è come dalla prima linea alla terza) hora dunque al lato del quadr. 6. trouaremo vn consequente nella proportione della retta — 1. alla — rad. 6. & sia la retta — chiamata 2. il quadr. della quale, sara il quad. cercato & chiamisi il quad. 4. & cosi da vna banda haueremo il rettangolo $\boxed{12}$ p̃ $\boxed{4}$ Per trouar poi dall'altra banda, che deue essere eguale a questi, diremo pure Se la ———— 3. douenta ——— 2, che douentara il rettangolo 19. x? quale ha per lunghezza, o per vn lato la data a b. 38, & per l'altro lato la retta $\frac{1}{2}$ x. p̃ ilche noi non variando il lato $\frac{1}{2}$ x, ma solo il lato 38. sapendo che la proportione delli paralleli equiãgoli che hanno vn'istessa altezza è eguale alla proportione delle basi loro, noi al 38. a b, presa per base, trouaremo la consequente nella proportione della 3 ——— alla 2 ——— cioè alle 3 ———— 2 ——— & a — b 38.

——— vnita lineale a caso o finta, con la quale conuiene operare diligentemente.

——— linea x tolta a beneplacito, con la quale non occorre operare diligentemente col cõpasso, ma solo quanto basti a dar segno del z, o delli z, & x. Conuien bene operare diligentemente nell adoprare la retta data doue occorra, e cosi il quad. fatto precise eguale al rettilineo proposto & il lato d'esso quadr. perche questa retta data, & lato del quadr. detto sono linee stabili, & inuariabili dateci & non sta a noi a porle a caso, anzi conuiene adoprarle p̃cise come elle sono.

a b. retta data si chiama 38. per comodita.

c. Rettilineo p̃posto.

c. Quadrato equale al rettilineo per commodita si chiama 6

c r. Lato del quadrato dara rad. 4. cioè 2. G

a D. 6. m̃. rad. 36. $\frac{1}{9}$ D b. 31. $\frac{2}{3}$ p̃ rad. 36. $\frac{1}{9}$

a d. L $\frac{1}{3}$ p̃ rad. 36. $\frac{1}{9}$ d b. 31. $\frac{2}{3}$ m̃. rad. 36. $\frac{1}{9}$

R 6. $\frac{1}{3}$ m̃ rad. 36. $\frac{1}{9}$

a D 6. $\frac{1}{3}$ m̃. rad. 36 $\frac{1}{9}$ D b. 31. $\frac{2}{3}$ più rad. 36. $\frac{1}{9}$

b o. 3. $\frac{1}{6}$ m̃ rad. 9. $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$

a d 6. $\frac{1}{3}$ più rad. 36. $\frac{1}{9}$ d b. 31. $\frac{2}{3}$ m̃. rad. 36. $\frac{1}{9}$

b o. 3. $\frac{1}{6}$ più rad. 9. $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$

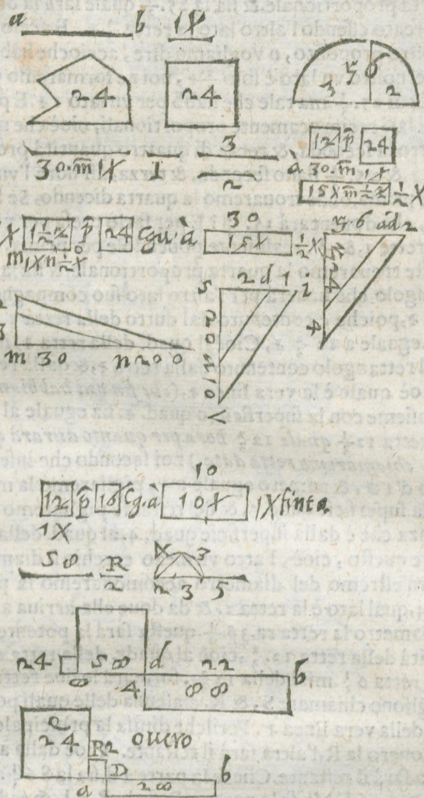
38.trouaremo la quarta proportionale,& ſia la 25. $\frac{1}{3}$ quale ſarà la baſe, o vogliamo dire vn lato del rettangolo cercato eſſendo l'altro lato la retta $\frac{1}{2}$ ꝛ. E accioche queſto rettangolo di ꝛ,venga comodo a noſtro propoſito, o vogliamo dire, accioche habbi ſempre per vno de lati la linea ꝛ, hora che nel noſtro vn lato è ſolo $\frac{1}{2}$ ꝛ, noi ne formaremo vn'altro eguale a quello, che habbiamo di $\frac{1}{2}$ ꝛ,& di 25. $\frac{1}{3}$.ma tale che habb per vn lato 1 ꝛ.E perciò,ſapendo,che i rettangoli eguali hanno i lati reciprocamente proportionali, cioè che nell'vno ſi troua la prima, & la quarta, & nell'altro la ſeconda, & terza di quattro quantità proportionali, ſe poneremo che i lati del noſtro $\frac{1}{2}$ ꝛ,& 25. $\frac{1}{3}$ ſiano ſeconda, & terza, all'hora l'vn lato cognito del da trouarſi,cioè l'1 ꝛ ſarà la prima,onde trouaremo la quarta dicendo, Se la retta 1 ꝛ,douenta $\frac{1}{2}$ ꝛ, cioè Se 1.douenta $\frac{1}{2}$, che douentarà 25. $\frac{1}{3}$? E per farlo preſa per vnità a beneplacito qual ſi vogli retta,& fattele rette 1,& $\frac{1}{2}$. realmente ponendole per prima, & ſeconda, & la retta 25. 25. $\frac{1}{3}$ per terza,a queſte trouaremo la quarta proportionale,& ſia la retta 12. $\frac{2}{3}$. quale ſarà il lato del noſtro rettangolo,che hauerà per l'altro lato ſuo compagno la linea ꝛ; perilche eſſo rettangolo ſarà 12 $\frac{2}{3}$ ꝛ,poiche è contenuto dal dutto della retta 1 ꝛ nella retta 12 $\frac{2}{3}$. E hora haueremo 1 ȝ p̄ 4.eguale a 12 $\frac{2}{3}$ ꝛ, Cioè il quad. della retta ꝛ, inſieme con la ſuperficie,o quad.4,ſarà eguale al rettangolo contenuto dalla retta ꝛ,& dalla retta 12 $\frac{2}{3}$. Onde per trouare il valore della ꝛ,cioè quale è la vera linea ꝛ,(*che fin qui habbiamo adopratane vna finta*) tale che il ſuo quad.inſieme con la ſuperficie,o quad. 4. ſia eguale al rettangolo contenuto da eſſa retta ꝛ,& dalla retta 12 $\frac{1}{3}$ *quale* 12 $\frac{2}{3}$ *hora per quanto durarà queſta operatione del trouare il valore della* ꝛ *chiamaremo retta data*) noi ſecondo che inſegna la regola Geometrica di queſto Capitolo d'1 ȝ, & numero eguale a ꝛ, pigliaremo la mità della data 12 $\frac{2}{3}$ & dal ſuo quad.cauaremo la ſuperficie quad.4, & del reſtante pigliaremo la rad. cioè trouaremo la potente nella differenza che è dalla ſuperficie quad. 4. al quad. della mità della data 12 $\frac{2}{3}$ & il modo ſappiamo eſſere queſto, cioè, Fatto vn mezo cerchio il diametro del quale ſia la mità della data in eſſo da vn'eſtremo del diametro accomodaremo la potente nella ſuperficie 4. cioè il lato del quad.4,qual lato è la retta 2. & da doue ella arriua alla circōferenza tirato all'altro eſtremo del diametro la retta ra.36 $\frac{1}{9}$.queſta ſarà la potente nella differenza del quadr.4.al quad.della mità della retta 12. $\frac{2}{3}$,cioè al quadr. della retta 6 $\frac{1}{3}$. quale linea rad. 36 $\frac{1}{9}$, gionta & cauata alla retta 6 $\frac{1}{3}$ mità della 12 $\frac{2}{3}$. formarà le due rette 6 $\frac{1}{3}$. p̄ rad. 36 $\frac{1}{9}$. Et 6 $\frac{1}{3}$. m̄ rad. 36 $\frac{1}{9}$,che ſi ſogliono chiamare S, & R, ciaſcuna delle quali potrà eſſere il valore della ꝛ, cioè la lunghezza della vera linea ꝛ. Perilche diuiſa la principale data a b 38. in due parti tali che l'vna ſia la S,ouero la R,l'altra ſarà il reſtante. Cioè dalla a b,ſegata la S,ouero la R, per l'vna parte,l'altra ſarà il reſtante.Che ſe la parte a d,ſia la S 6 $\frac{1}{3}$.più rad. 36 $\frac{1}{9}$ l'altra parte ſarà la d b,31 $\frac{2}{3}$.m̄ rad.36 $\frac{1}{9}$.Ma ſe la parte a D,ſia la R,6 $\frac{1}{3}$.m̄ rad. 36 $\frac{1}{9}$,l'altra parte ſara la D b 31 $\frac{2}{3}$ più rad. 36. $\frac{1}{9}$. l'altra parte ſara la d b, 31 $\frac{2}{3}$, men rad. 36 $\frac{1}{9}$. E coſi al quadrato dell'vna parte a d,(ouero a D)giunto la ſuperficie,o quadr. 6, propoſto,la ſomma ſera eguale al rettangolo contenuto dall'altra parte d b (ouero D b) & dalla mita dell'vna a d (ouero a D)

Il che ſenſibilmente ancora(hauendo operato bene, & con diligenza ſi vedra auuenire, ſe poſta la retta a b, diuiſa in a d, & d b, ſi troui la ſomma del quadrato fatto ſu la parte a d, Et quadrato C(che dalla Conſtruttione è quanto il rettilineo propoſto C,) & ſi paragoni al rettangolo d q, fatto dall'altra parte d b, & dalla mita della a d, che vedremo eſſa ſomma eſſere eguale a detto rettangolo; Cioè ſe trouaremo la potente nella ſomma de dui quadrati detti, che è la q b,oppoſta all'angolo retto formato da i dui lati d'eſſi quadrati; E anco la potente nel rettangolo d q che è la q b:quali due rette, o potenti q h, & q h, trouandole eguali ſapremo che anco è eguale la ſomma de dui quadrati detti al rettangolo d q. Et il medeſimo douera auenire nell'altra diuiſione della retta a b. nelle due parti a D, & D b, che pure la Q H, potente nella ſomma del quadrato fatto ſopra alla parte a D, Et quadrato C (o rettilineo C propoſto)ſi douerà trouare eguale alla Q H,potente nel rettangolo D Q.fatto dall'altra parte D b,& dalla mità della a D.

E ſe ci fuſſe parſo chiamare la data a b,con il numero di 30, cioè chiamarla retta 30, & il rettilineo propoſto, o il quad. a lui formato eguale chiamarlo con qual numero pure ci piaceſſe,poniamo col 24.chiamandolo quad.24.noi ſeguendo pure nel modo moſtrato trouareſſimo le medeſime diuiſioni della retta a b.

E veniendo al queſito,che dice, Trouiſi vn numero,che moltiplicato per 20,& il prodotto cauato da 24. & alla rad. del reſtante giunto 4. facci quanto a moltiplicare quel numero per 6. Che traſmutando il nome di numero in linea diria, Trouiſi vna linea che moltiplicata per 20,

& il prodotto cauato da 24. & alla rad. del restante giunto 4. fac ci quanto a moltiplicare essa retta per 6. Cioè Trouisi vna retta, il rettandolo della quale nella a——r, 20, data, cauato dal rettilineo 24. proposto (*o vogliamo dire dal quad. D 24 proposto, fatto eguale ad esso rettilineo 24.*) & alla potente nel restante, o differenza, gionto la retta s——t, 4. proposta: il composto sia quanto 6. volte la retta da trouarsi. Noi per esequirlo; pur anco, come se si operasse con i numeri. dando anco il nome di numeri alle linee, & alle superficie per cōmodità; ponendo la linea da trouarsi esse re la retta 1, cioè vna retta finta a nostro modo, diremo. Il rettangolo d' essa nella data 20. che sarà 20 1 cauato dal rettilineo 24. restarà la superficie 24. co. m̄ la superficie 20. co. con la potente, nel qual restante, gionto la retta 4, farà in somma la retta potente detta nella superficie 24. m̄ la superficie 20 co. & chiamisi P p̄ la retta 4. & questo composto d'esse due rette P. & 4; deue essere eguale alla retta continente 6 volte la da trouarsi, cioè continente 6, volte la retta co. finta, ò posta essere la da trouarsi, & però la chiameremo la retta 6 co. cioè finalmente haueremo la potente P più la 4, Eguali alla 6. co. Hora a punto come si fa nelli numeri, conoscendo noi,



Rettilineo proposto 24.

Quadrato 24. eguale al rettilineo proposto

Retta 1, che si pone per l' vna parte di a b.

Retta 30. m̄ 1 1. restante della a b, che sarà l'altra parte.

I. vnità finta

Ouero rad. 6. da 2. che darà rad. 24.

Lato del quadrato 24? Darà 4. che è il lato del quadrato 16 quale va giunto al l' 1. z.

3. da 2. che darà 30? lato del rettangolo 15 1? Darà 20. lato del nuouo rettangolo 10 1, che hauerà per l' altro lato $\frac{1}{2}$ 1

1 1 da $\frac{1}{2}$ 1. ouero 2. da 1. che darà 20? darà 10. lato del rettāgolo 10 1. che hauerà per l'altro lato 1 co.

Per ridurre ad 1 z, conuien vedere che proportione è da 1 $\frac{1}{2}$ z ad 1 z, & è come da 1 $\frac{1}{2}$ 1 m g ad 1 1 m n, cioè come da 1 $\frac{1}{2}$ ad 1, ouero come da 3. a 2. però pigliando vna retta a nostro modo per vnità, mediante essa faremo le rette 3, & 2, o le rette 1 $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. seruendoci d'esse, ouero ci seruiremo delle rette m g & m n, fatte però con la conueniente lunghezza, cioè fatta la n g, $\frac{1}{2}$ co. la mità, cioè di m n. 1 co.

Ciascuna delle S. 8, & R 2 può essere la vera linea co. cioè l'vna delle parti della data a b. 30.

Q Quadrato 24 eguale al rettilineo proposto.

28. Rettangolo dell' altra parte nella mità dell'vna.

che la potente P, è vna rad. L L, quale conuien sciogliere, cioè quadrarla per venire alla facile equatione, & perciò ella si lassa da vna banda da se; così noi operando, o fingendo con l'intelletto d'operare in linee, finche si venga alla operatione necessaria manuale, leuaremo la retta 4 da ciascuna banda, & poi perciò haueremo la potente P, sola eguale alla retta 6. o. men 4; & hora quadraremo ciascuna di queste due linee, che habbiamo fra loro eguali, che anco li quadrati loro saranno eguali, & perciò da vna banda haueremo la superficie D 24. m̄ la superficie C 20. co. (*che è il quadrato della potente P*) & dall'altra banda haueremo il quadrato 36. z p̄ il quadr. Z. 16, m̄ li rettangoli 24. 1, & 24. 1, cioè in tutto m̄ il rettangolo 48. 1. Et hora separando il rettangolo m̄ 20 1 da ciascuna banda, ilche hora sarà, cauando realmente questo ret-

tan-

tangolo C. m̃ 20 cose, dal rettangolo di m̃ 48. co. che è dall'altra parte; E perche hanno per altezza la istessa retta 1 cosa, si cauarà il lato 20. dal lato 48. (*& questo si potrà fare; supponendosi hora che la retta G I. 48. composta da 12. volte la s t, sia più lunga della retta a r, 20; che quando la G I. fusse più corta della retta a r; all'hora, che si cauaria la minore dalla maggiore, si peruerria ad altro Capitolo stando però l'altre cose nell'essere presente. E quando la retta G I. fusse eguale alla retta a r, che cauando l'una dall'altra restaria niente, pure cõ la equatione arriuato che vi si fusse, si peruerria ad altro Capitolo*) & resti la retta H I, che chiamaremo 28, quale sarà vn lato del rettangolo in che l'S I, è maggiore del C essendo l'altro lato la linea cos. & lo chiamaremo il rettangolo m̃ 28. cos. Onde poi haueremo dalla prima banda la superficie D 24. eguale a quello che è dalla seconda, cioè alla superficie 36 z m̃ il rettangolo 28. cose, più il quadr. z 16. E di nuouo separando il rettangolo m̃. 28 cose da ciascuna banda, accioche dalla seconda si leui questo m̃, haueremo poi dalla prima D 24 p̃ 28 cos. eguale a 36 z p̃ z. 16. Ancora leuando da ciascuna parte il quadr. o superficie z 16, hauendo dalla prima la superficie 8, con il rettangolo di 28. cos. che saranno eguali a quello che resultarà dalla seconda, & è solo il quad. 36. z. (Et qui notisi ancora che conuiene realmente leuare il quad. 16, che è il quad di 4. s t, retta proposta dalla superficie, o rettilineo proposto 24; il che si fa al solito, cioè formato il quad. eguale al rettilineo 24 sopra al lato d'esso quadr. come sopra a diametro faremo vn mezo Cerchio, & in esso da vno estremo del diametro accomodata la retta s t 4, da doue ella arriua alla circonferenza, all'altro estremo del diametro tiraremo vna retta, & questa sarà il lato vero del quad. 8, o la potente nella superficie 8, Auertendo, che in questo caso si suppone che la superficie 24, sia maggiore del quad. di s t 4. che se gli fusse eguale si peruerria al simplice Capitolo di z eguale a co. o schifando potiamo dire di cos. eguali a num. E quando la superficie D 24. fusse minore del quad. z. 16, che così all'hora conuerria cauare la D 24, dalla Z, si peruerria al Capitolo di z, & numero eguali a co. O vogliamo dire per intiera intelligenza. Notisi che il rettangolo 20 co. è contenuto dalla retta finta 1 co & dalla 20, vera data, o di determinata lunghezza a r. Et ciascuno delli dui rettangoli 24. cose è contenuto dalla retta 6. cos. finta (*che è il sessuplo della 1 cosa finta*) & dalla 4 vera, o di determinata lunghezza s t, quale noi chiamiamo retta 4.

Retta proposta s t 4.
Rettangolo proposto 24
Quadrato D 24. eguale al rettilineo proposto.
Retta 1. cos. posta essere la da trouarsi.
La retta g H è quanto 6. volte la s t però la G I, sarà 12. volte quanto la s t, & però si dirà,
ouero m 48. cose.
R S. 1. vale la cos. & è la retta cercata.

per

per comodità, non perche si sappia che ella sia 4. delle vnità di che fusse 20. la nominata 20. che possono essere 20, & 4. rispetto a diuerse vnità, & la 4, perciò può essere, & più lunga, & più corta a nostro beneplacito, & eguale alla 20, se bene l'vna sempre fusse da noi chiamata 4, & l'altra 20, Nondimeno auuertasi, che per sodisfare alla vista, o vogliamo dire all'occhio, sarà molto comodo che li numeri, quali si daranno per nome alle linee habbino del verisimile, & perciò si potrà hauere vna scaletta, o linea lunga diuisa in particelle eguali, & essa mediante misurare le rette date, & che si adopraranno dandoli per nomi i numeri che appresso al vero li potriano conuenire. Et questo sia detto, & inteso per sempre, perche noi diamo il nome di numero alle linee in vece di nominarle con le lettere, vedendo così tornarci molto comodo, & perciò anco alle volte le nominiamo, & col nome di numero, & con nome di lettere dell'a, b, c, per maggiormente accomodarci nelle operationi, & poterle facilmente applicare, quelle de numeri alle linee, & quelle delle linee alli numeri, & trasmutarle di linee in numeri, o di numeri in linee a beneplacito, o secondo le occasioni (Onde nel determinare i lati del rettangolo che in fine si chiama 28 cose, & però hauerà per vn verso la retta finta 1. cosa, conuien ben vedere quale è la vera lunghezza dell'altro lato, perche egli non ha da essere vna retta finta, ma vna retta reale, & stabile, essendo che poi per esequire il Capitolo che haueremo di cen. eguale a cosa, & numero, conuiene al quadr. della mità del numero delle cos. giungere il numero della equatione, & cetera. Et perciò cõuiene che il numero delle cose, & il numero della equatione siano, & linea, & superficie reale, & determinata, acciò la risposta del Capitolo, o valore della cosa sia similmente reale, & determinata) Et hora che siamo peruenuti alla equatione di 36. cen. Eguale a 28. cose, più 8, la ridurremo ad 1. cen. il che si farà partendo ciascuna delle tre quantità che habbiamo per 36. num. delli censi, che così la prima 36. cen. partita mentalmente per 36. douentarà 1 cen. le altre due, cioè il rettangolo Q 28. co. & l'V 8, conuiene diuiderli realmente, che anco le rette K I 28, & g p, rad. 8. sono rette reali. Onde quanto al rettangolo Q 28. co. diuideremo la sua retta K I. in 36. parti eguali, & si potrà anco fare facilmente se posta per vnità vna retta a nostro modo, & con essa formatone vn'altra di 36. tanti, diremo poi, Se la retta 36 douenta la retta 1, che douentarà la retta K I? Et così a queste tre rette trouata la quarta proportionale vedremo che ella douentarà, o sarà la retta I L $\frac{7}{9}$. & così il rettangolo che sia l' $\frac{1}{3}\frac{1}{6}$. del Q hauerà per vn lato la retta reale I L $\frac{7}{9}$, hauendo per l'altro lato, la retta finta 1 cos. (*Et noti l'operante che in pratica la diuisione delle linee si può fare breuissimamente con vn quadrangolo di lati equidistanti, rettangolo, o non rettangolo, la lunghezza del quale sia diuisa in molte parti eguali da linee equidistanti alle larghezze, che per lungezza hora s'intende vna delle due linee che contengono vno de suoi quattro angoli, o sia ella la più lunga, o la più corta, che niente importa; & per larghezza s'intende l'altra*) & poi su l'vna delle linee della largezza posto vn termine a della linea a b, da diuidersi, si vada con l'altro termine b, su vn'altra delle linee della larghezza tanto distante da quella su la quale è fermato il termine a, quanto sono le parti eguali in che si ha da diuidere la a b, & andaudo su per detta altra linea della larghezza finche la a b, stia tirata se sarà vn filo o simile, o finche il punto b, si adatti, o tocchi essa altra linea, all'hora vedremo diuisa la a b, nelle parti cercate, come facilmente si scorge dalla figura del margine: Che qui non dirò altro aspettando di mostrare copiosamente in trattato particolare delli varij, & facili modi, con i quali si possono esequire le occorenti operationi Geometriche)



a b è diuisa in 9. parti eguali.
A B è diuisa in 10. parti eguali.
a b è diuisa in 5. parti eguali.

E quanto al sto la qu [V] noi ret adr. 8 | 8 | per pigliarne l' $\frac{1}{3}\frac{1}{6}$, cioè per trouare il lato d'vn quad. che sia l' $\frac{1}{3}\frac{1}{6}$ di questa [V] fra la vnità, & 36. rette date, trouaremo la media proportionale, che sarà la retta 6, & però come da essa 6, alla vnità, così sarà dalla g p rad. 8. lato del quadr. 8. al lato del quad. che si cerca. Onde diremo se 6. douenta 1. che douentarà g p rad. 8? cioè a qste tre, trouata la quarta proportionale, vedremo che douentarà la p x rad. $\frac{2}{9}$.

&

& coſi il ſuo quadrato A. $\frac{2}{9}$. ſarà l' $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{6}$. del quadrato V.8. Onde hora finalmente haueremo 1.z, eguale al rettangolo B. $\frac{7}{9}$. + inſieme con il quadrato A. $\frac{2}{9}$. Et per trouare il valore della +, cioe il vero lato L n, del rettangolo B. ò vogliamo dire per trouare la vera linea, al rettangolo della quale nella I L, gionto il quad. A. facci tanto, quanto è il quad. d'eſſa vera linea; noi ſecondo che inſegna il Capitolo diuideremo la I L, num. delle +, in due parti eguali, & ſia in p, & al quad. della p L, ſua mità giongeremo il quad. A. & della ſomma pigliaremo la rad. cioe trouaremo la potẽte nella ſomma del quad. A. & del quad. di p L, quale ſia la L $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{8}$ & queſta giunta alla L p, mità detta di I L, ſia che componga la retta R S, 1. quale è il valore della +, cioe e la vera linea che ſi cercaua, & fù poſta 1. +, Onde il ſuo rettangolo nella a r, 20. data cauato dal rettãgolo 24. propoſto, & alle potente nella ſuperficie reſtante, giunto in luogo la retta s t, 4. il compoſto ſarà 6. volte, quanto eſſa retta trouata. Et notiſi che anco in linee ſenza ridurre ad 1. z ſi può operare nel modo iſteſſo che ſi faria ne i numeri.

Seguiti hora lo ſtudente da ſe, ad ampliare la dottrina, che io hò fatto aſſai (maſſime in queſto mio ſcomodo infermo, & trauagliato ſtato) a moſtrarli la ſtrada, & durar fatica di accompagnarlo tanto auanti.

Adoprarеmo hora il reſtante di queſto foglio al ſeguente diſcorſo.



IN DEI NOMINE.

DEVS sit illuminatio mea.

Sia che si vogli procedendo con la dottrina à lume naturale al nostro solito guidati dal Diuino fauore andare inuestigando la Regola nell'Equatione, ò Capitolo di vn cubo, & cose eguali à numero.



RATTANDOSI di cubo, consideraremo, che d'vna linea, ò altra quantità poniamo 10. il suo cubo nasce a moltiplicare essa quantità 10, via il suo quadrato 100. Ma fingasi esso 10. diuiso in due parti poniamo 7. & 3. che cosi 10. via 10. sarà quanto 7. via 7. & 3. via 3. & 3. via 7. & 3. via 7 Cioè 100. sarà quanto 49. 9. 21. 21. Onde seguẽdo a cubare; 10. via 100. sarà quanto 7 via 100. & 3. via 100; cioe perciò il 1000. sarà quanto 7. via 49. & via 9. & via 21. & via 21. giontoli 3. via 49. & via 9. & via 21. & via 21. Cioe 1000. sarà quanto 343. 63. 147. 147. & 147. 27. 63. 63. Ma di questi 8. prodotti, il 343. (cioe il dutto di 7. in 49. suo quadrato, è il cubato di 7. parte maggiore del 10. & il 27. (cioe il dutto di 3. in 9. suo quadrato) è il cubato di 3. parte minore del 10. Ancora delli tre 147. li dui primi sono il dutto di 3. in 7. moltiplicato via 7. cioe essi 147. sono il dutto di questi tre numeri 3. 7. 7. & il 147. vltimo è il dutto di 7. via 7. moltiplicato via 3. & però anch'egli è il dutto delli medesimi tre numeri 7. 7. 3. Di piu delli tre 63. il primo è il dutto di 3. via 3 moltiplicato via 7 cioe esso 63. è il dutto di questi tre numeri 3. 3. 7 Et li dui 63. vltimi, sono il dutto di 3. via 7. moltiplicato per 3. cioe ciascun d'essi anch'egli è il dutto delli medesimi tre numeri 3. 3. 7. Si vede dunque che 147. è il dutto di 3. via 7. (cioe di 21. dutto delle due parti 7. & 3. del 10.) moltiplicato per 7. prima parte. Et che 63. è il dutto di 3. via 7. pure (cioe del medesmo 21. dutto delle due parti 7. & 7. del 10.) moltiplicato per 3. seconda parte; Onde il composto ò somma di 147. & 63. che fa 210. sarà quanto il dutto di 21. (dutto delle parti 7. & 3.) nella somma ò composto di 7. & 3. cioe in 10. quantità totale diuiso, & perche habbiamo tre 147. & tre 63. haueremo tre 210. cioe tre dutti di 10. nel dutto delle parti 7. & 3. perilche il 1000. cubo del 10. è contenuto, ò composto dal cubo di 7. prima parte, dal cubo di 3. seconda parte, & dal dutto tre volte di 10. totale in 21. dutto delle sue due parti 7 3. Et cosi si conosce che d'ogni quantità diuisa in due parti come si vogli il suo cubo è quanto il composto de i due cubi delle due parti, insieme con tre volte, ò tre solidi fatti ciascun d'essi dal dutto delle due parti, & quantità totale.

Quantità totale 10
sue parti.

7	3.
10. via 10. è quanto	
7. via 7. che fa	49
3. via 3.	9
3. via 7.	21
3. via 7.	21

Et questi via 10 & però via 7. & via 3. formano il cubato del 10

49. via 7. che fa	343
9	63
21	147
21	147
49. via 3.	147
9	27
21	63
21	63
	1000

Questo auertito, si verrà alla inuentione della Regola dell'Equatione d'1 ʒ, & ɫ, eguale a numero; Et poniamo d'hauere 1.ʒ p̄ 1.ɫ, eguale a 4 (che può deriuare da vn quesito che dica; Trouisi vna quãtità alla quale giõto il suo cubo, la sõma sia 4. onde posto essa quãtità essere 1.ɫ, il suo cubo sarà 1.ʒ, che gionto ad essa 1.ɫ, la somma è 1 ʒ, p̄ 1.ɫ, ma deue essere 4. però essa somma 1.ʒ, p̄ 1.ɫ, sarà eguale a 4.) Et si finga, ò imagini vna quantità ignota da diuidere (ò diuisa) in due parti delle quali nõdimeno l'vna, & chiamiamola la prima, si supponа nota, & essere quella il cubato della quale è l'1.ʒ della Equatione, che cosi ella sarà 1.ɫ. Supponasi ancora che li 3. solidi eguali fatti ciascun d'essi dal dutto delle due parti moltiplicato nella totale quantità siano l'1.ɫ, (ò quante ɫ elle fussero accompagnate all'1.ʒ dell'Equatione, che cosi vn solo d'essi solidi sarà $\frac{1}{3}$.ɫ, perilche è necessario che a moltiplicare la prima parte via la seconda, & il prodotto via la totale quantità se ne produca $\frac{2}{3}$.ɫ; ma la prima parte è noto essere 1.ɫ, con che partito il solido $\frac{1}{3}$.ɫ, ne viene $\frac{1}{3}$. però questo $\frac{1}{3}$. douerà essere quello che si produce dalla seconda parte nella quantità totale (che è composta dalla somma delle due parti prima nota 1.ɫ, & seconda ignota.) Ma per quello che si è concluso nel superiore

discor-

discorso, il cubo della quantità totale, è quanto il cubato della prima parte, con il cubato (ò cubo) della seconda, & tre solidi fatti ciascun d'essi dal dutto delle due parti moltiplicate nella quantità totale; Onde il cubo della totale quantità sarà tanto maggiore del cubo della prima parte, & delli tre solidi, quanto importa il cubo della seconda parte. Questo auertito sappiamo nella nostra Equat. il dutto della seconda parte nella totale quantità douere essere $\frac{1}{3}$. Et perche il cubo della prima parte è già posto essere l'1. ʒ, & li 3. solidi essere 1. ɫ accompagnatali, il che tutto sappiamo che importa 4. (dicendosi 1. ʒ p̄ 1. ɫ, essere eguale a 4.) se a questo 4. giongeremo il cubo della seconda parte, conuerrà che la somma sia quanto il cubo della totale quantità. Perilche conosciamo che se trouaremo due quantità, vna totale, & l'altra sua partiale tale, che il dutto loro sia $\frac{1}{3}$. & che al cubo della partiale, (che sarà poi chiamata seconda parte) gionto 4. (che è quanto a dire 1. ʒ p̄ 1. ɫ,) facci quanto il cubo della quantità totale, all'hora l'altra restante parte della quantità totale, sarà quella che chiamata prima fù detto essere 1. ɫ, & però sarà il valore della ɫ, nella nostra Equatione; Hora per trouarle sia la quantità totale 1. ɫ, con la quale partito $\frac{1}{3}$. dutto d'essa nella sua partiale, ne viene $\frac{1}{3}$. esimo d'1. ɫ, & questa sarà la sua partiale, ò seconda parte, il cubo della quale è $\frac{1}{27}$. esimo d'1. ʒ, che giontoli il 4. (che è quãto il cubo della prima parte con i tre solidi fatti ciascun d'essi dal dutto delle due parti, moltiplicato nella quantità totale, dal supposito) fa $\frac{1}{27}$. esimo d'1. ʒ, cioe $\frac{1}{27}$. p̄ 4. ʒ. esimi d'1. ʒ, Et questa somma deue essere quanto è 1. ʒ, che è il cubo della quantità totale posta 1. ɫ, però habbiamo $\frac{1}{27}$. p̄ 4. ʒ esimi d'1. ʒ, eguale ad 1. ʒ; Onde leuando il rotto con moltiplicare ciascuna parte per 1. ʒ denominatore d'esso rotto, si hauerà $\frac{1}{27}$. p̄ 4. ʒ, eguale ad 1. 6. Et perche in questa Equatione doue sono due dignitadi Algebratiche, ò Cossiche, & numero, la dignità minore che è ʒ, è rad. quadra della dignità maggiore che è 6; Questa Equatione sarà come se hauessimo $\frac{1}{27}$. p̄ 4. ɫ, eguale ad 1. ȥ, perilche giongeremo il numero $\frac{1}{27}$. a 4. quadrato di 2. mità del numero della dignità minore, che è rad. quadra della dignità maggiore, & fà $4\frac{1}{27}$. alla rad. quadra del quale si giunge il 2. detto mità del numero della dignità, che è rad quadra dell'altra, & fa radice $4\frac{1}{27}$. p̄ 2. & questo è il valore della vnità della dignità minore nell'Equatione, che è rad. quadra dell'altra; cioe è il valore d'1. ʒ; Onde se il ʒ vale rad. $4\frac{1}{27}$. p̄ 2. la ɫ, che è rad. cuba del ʒ, valerà la rad. cuba d'essa quantità, cioe valerà rad. cuaa L. rad. $4\frac{1}{27}$. p̄ 2. ⅂. perilche la quantità totale posta 1. ɫ, sarà rad. cuba L rad. $4\frac{1}{27}$. p̄ 2. ⅂. Et perche il dutto di questa quantità totale nella sua partiale, ò secõda parte, deue essere $\frac{1}{3}$. noi per trouare essa partiale partiremo l'$\frac{1}{3}$. loro prodotto per la rad. cuba L. rad. $4\frac{1}{27}$. p̄ 2. ⅂. quantità totale, che ne viene rad. cuba L rad. $4\frac{1}{27}$. m̄ 2. ⅂. (Et in questi casi d'auenimento è sempre il residuo del Binomio mostrante detta quantità totale, come si può conoscere dall'operatione nel partire, quale auenimento ò residuo rad. cuba L rad. $4\frac{1}{27}$. m̄ 2. ⅂. viene ad essere detta seconda parte, onde cauata dalla totale quantità (che è il Binomio d'esso residuo) il restante sarà la prima parte, che fù posta essere 1. ɫ, & per ciò sarà il valore della ɫ nella principale Equatione d'1. ʒ p̄ 1. ɫ, eguale a 4. cioe la ɫ in essa Equatione valerà rad. cuba L rad. $4\frac{1}{27}$. p̄ 2. ⅂. m̄ rad. cuba L rad. $4\frac{1}{27}$. m̄ 2. ⅂.

con rad. cuba L. rad. $4\frac{1}{27}$. p̄ 2. ⅂. si parte $\frac{1}{3}$.
via rad. cuba L. rad $4\frac{1}{27}$. m̄ 2. ⅂. suo residuo.

prodotto rad. cuba L $\frac{1}{27}$. ⅂, cioe ℞ cuba $\frac{1}{27}$. che è $\frac{1}{3}$. & è il partitore simplice, col quale partito l'$\frac{1}{3}$. da partire ne viene 1. & questo moltiplicato via il medesimo residuo rad. cuba L. rad. $4\frac{1}{27}$. m̄ 2. ⅂. fà l'istesso residuo, cioe ℞ cuba L rad. $4\frac{1}{27}$. m̄ 2. ⅂. il che è l'auenimẽto cercato della partitione.

Et se vorremo chiarircene, potremo vedere se con questa valuta della ɫ è vero che è 1. ʒ p̄ 1. ɫ, sia in somma 4, cioe eguale a 4. ò vogliamo dire quãto è 4. cioe importi 4. come si propone, & però come si conuiene, perilche potremo trouare il valore d'1. ʒ, che è il cubato del valore della ɫ, & si potrà trouare, moltiplicando il valore della ɫ in se medesimo che se ne produrrà il valore del ȥ, & questo moltiplicato per il valore della ɫ, che il prodotto sarà il valore del ʒ. Ouero conoscendo gia che il cubo d'vna quantità si può anco trouare, diuidendola in due parti, & moltiplicare il triplo del prodotto d'esse due parti via la totale quantità, & al prodotto giongere i dui cubi delle due parti, che la somma sara il cubo della quãtita totale, noi per trouare il valore del ʒ, cioe per cubare la quantita detta mostrante il valore della cosa, noi fingeremo che ella sia diuisa in due parti, che siano la prima il Binomio, rad. c. L. rad. $4\frac{1}{27}$. p̄ 2. ⅂. & la seconda il residuo che è m̄, cioe sia m̄ rad. c. L. rad. $4\frac{1}{27}$. m̄ 2. ⅂. quali moltiplicati insieme producono m rad. cuba L. $\frac{1}{27}$. ⅂. ò vogliamo dire m̄ rad cuba $\frac{1}{27}$. che è m̄ $\frac{1}{3}$. & il suo triplo è m̄ 1. quale moltiplicato via la quantita totale fa m̄ (rad. cuba L. rad $4\frac{1}{27}$. p̄ 2. ⅂ m̄ rad. c. L. rad. $4\frac{1}{27}$. m̄ 2. ⅂.) & a q̃sto gionto i cubi delle due parti, quali dui cubi sono rad. $4\frac{1}{27}$. p̄ 2. (m̄ rad. $4\frac{1}{27}$. m̄ 2.) & in tutto fanno 4. (p̃che da rad. $4\frac{1}{27}$. p̄ 2. a cauarne rad. $4\frac{1}{27}$. m̄ 2. si viene a cauarne rad. $4\frac{1}{27}$. & a giongerli 2. che cauandone rad $4\frac{1}{27}$ resta il p̄ 2. & a questo p̄ 2.

gion-

rad.cuba L.rad.$4\frac{1}{27}$.p̃ 2.L.
via m̃ rad.cuba L.rad.$4\frac{1}{27}$.m̃ 2.J,
prodotto m̃ rad. cuba L.$\frac{1}{27}$.J. cioe m̃ $\frac{1}{3}$.
il suo triplo è m̃ 1. & questo moltiplicato via la quantità totale produce la istessa quantità totale ma è m̃.

a giongere il 2. fa 4.) in somma, & perciò il cubo della quantità detta mostrante il valore della cosa, sara 4.m̃ (rad.cuba L.rad.$4\frac{1}{27}$.p̃ 2 J.m̃ rad.cuba L.rad.$4\frac{1}{27}$ m̃ 2.J.) & questo è il valore d'1.3, quale gionto al valore d'1.co.che è ℞ cuba L.rad.$4\frac{1}{27}$.p̃ 2.J. m̃ rad.cuba L.rad.$4\frac{1}{27}$.m̃ 2.J.fa a punto 4.come conuiene (poiche m̃ rad.cuba J.rad.$4\frac{1}{27}$.p̃ 2.J m̃ rad.cuba L.rad.$4\frac{1}{27}$. m̃ 2.J.) che è con il 4. gionta cõ rad.cuba L.rad.$4\frac{1}{27}$.p̃ 2.J m̃ rad.cuba L.rad $4\frac{1}{27}$.m̃ 2.J.che è il valore della cosa, fa a punto, 0. cioe niente, perche essendo elle vna istessa quantità, ma l'vna p̃, & l'altra m̃, elle ambedue nel sommarle insieme vengono ad anichilarsi, come faria a sommare poniamo piu 5. con meno 5. che la somma loro è 0. Ma se volessimo trouare il valore del cubo al modo ordinario, cioe cubando al modo ordinario il valore della cosa, noi prima quadraressimo esso valore della cosa, cioe lo moltiplicaremo in se stesso, che per comodita essendo esso valore della cosa, composto d'vn Binomio, & d'vn residuo; di esse due parti chiamaremo A. il Binomio, & B. il residuo, & Q la quantita totale; Onde il quadrato di Q. sara composto di 4.partiali moltiplicationi, che si riducono in tre partiali prodotti, & sono il quadrato di A. il quadrato di B. & il dutto di A. in B due volte. Questi tre prodotti mò per cubare la quantita totale Q. conuerra moltiplicare per la istessa quantita Q. cioe per ciascuna delle due parti d'essa, che sono A. & B. che se ne faranno 6 partiali prodotti. Onde moltiplicando A. nel quadrato di A. se ne produce il cubo di A & è rad.$4\frac{1}{27}$.p̃ 2. Et moltiplicando A. nel doppio del dutto di A. in B. cioe in m̃ $\frac{2}{3}$. (che il dutto di A. in B. è m̃ $\frac{1}{3}$. & il doppio d'esso dutto e m̃ $\frac{2}{3}$.) fara A. volte m̃ $\frac{2}{3}$. Et anco moltiplicando A, via il quadrato di B. fara il

A — rad.cuba L.rad $4\frac{1}{27}$.p̃ 2.J.
B — meno rad.cuba L.rad $4\frac{2}{27}$.meno 2.J.

quadrato di A. meno $\frac{2}{3}$. quadrato di B.

cubo di A. cioe rad.$4\frac{1}{27}$.p̃ 2. A. volte meno $\frac{2}{3}$. quadrato di B. via A. cioe B. volte meno $\frac{3}{3}$.

quadrato di A. via B. B. volte meno $\frac{2}{3}$. meno (rad.$\frac{1}{27}$.meno 2.cubo) di B.
cioe A. volte meno $\frac{1}{3}$.

cioe rad.$4\frac{1}{27}$.p̃ 2. (meno rad.$4\frac{1}{27}$.) ò vogliamo dire
rad.$4\frac{1}{27}$.p̃ 2.meno rad.$4\frac{1}{27}$.p̃ 2.che in tutto e 4.
Et A. volte meno 1 cioe meno rad.cuba L.rad.$4\frac{1}{27}$.piu 2.J.
Et B. volte meno 1. cioe piu rad.cuba L.rad.$4\frac{1}{27}$.piu 2.J.
Cioe 4.meno rad.cuba L.rad.$4\frac{1}{27}$.p̃ 2.J.meno ℞ cuba L.rad $4\frac{1}{27}$.m̃ 2.J.e il valore del cubo.
Et rad cuba L.rad.$4\frac{1}{27}$.p̃ 2.J.meno ℞ cuba L.rad.$4\frac{1}{27}$.m̃ 2.J.e il valore d'1.cosa.

Però 4.e la somma, cioe 1.3 piu 1. cosa vale, ò vogliamo dire e 4.come conuiene, però siamo sicuri il valore della cosa essere il sopradetto.

il dutto di A. nel quadrato di B. ma il quadrato di B. e composto dal B. in B. onde il quadrato di B. in A. sara composto, ò contenuto da B.B.A. ma B. in A. produce meno $\frac{1}{3}$. però questo meno $\frac{1}{3}$. via B. fara B. volte meno $\frac{1}{3}$. Et cosi sono espediti i tre prodotti partiali dell'A. Et seguendo alli 3. prodotti da farsi dal B. esso B. nel quad. di B. fa il cubo di B. cioe fa m̃ rad.$4\frac{1}{27}$.m̃ 2. Ancora B in m̃ $\frac{2}{3}$.fa B. volte m̃ $\frac{2}{3}$. Et moltiplicando B. nel quad.drato A. cioe nel dutto di A. in A. se ne produce il solido di questi tre B. A. A. che e quanto a dire il dutto di B in A. (qual dutto e meno $\frac{1}{3}$.) via A. cioe moltiplicando B nel quadrato di A. se ne produce A. volte meno $\frac{1}{3}$. Et cosi habbiamo li 6. prodotti partiali, fra i quali vno d'essi contiene A. volte meno $\frac{2}{3}$ & vn'altro contiene il medesimo A. volte meno $\frac{1}{3}$. quali dui dunque contengono A. volte meno 1. cioe importano quanto nasce a moltiplicare A. via meno 1. che fa meno rad cuba L. rad.$4\frac{1}{26}$.piu 2.J. Ancora fra i quattro prodotti partiali che rimangono delli 6. vno d'essi cõtiene B. volte meno $\frac{1}{3}$.& vn'altro contiene il medesmo B. volte meno $\frac{2}{3}$. perilche la somma d'ambidui contiene esso B. volte meno 1. cioe viene ad essere il dutto di B. via meno 1. cioe di meno rad.cuba L. rad.$4\frac{1}{27}$.meno 2.J. via meno 1. il qual dutto e rad.cuba L.rad.$4\frac{1}{27}$.meno 2.J. (& e piu; perche meno via meno produce piu.) Ancora li dui restanti prodotti delli 6.partiali, che sono il cubo di A. & il cubo di B. cioe rad $4\frac{1}{27}$.piu 2.& meno rad.$4\frac{1}{27}$.meno 2.gionti insieme fanno 4.perilche habbiamo ri-

dotti essi 6.partiali prodotti in soli tre,quali gionti insieme fanno 4.meno rad.cuba L rad.4 $\frac{1}{27}$. piu 2.˥.piu rad.cuba L rad.4 $\frac{1}{27}$.meno 2.˥. il che è quello che nasce a cubare il valore della cosa,& però è il valore d'1.ʒ,quale giõto al valore d'1.cosa,cioe rad.cuba L.rad.4 $\frac{1}{27}$.piu 2.˥.meno rad.cuba L rad.4 $\frac{1}{17}$.meno 2.˥.fa a punto 4.come conuiene.

Et se di sopra nel trouare due quãtità vna totale , & l'altra sua partiale tali, che il dutto loro sia $\frac{1}{3}$.& che al ʒ della partiale gionto 4.la sõma sia quanto il ʒ della quãtità totale,noi hauessimo posto, che non la quãtità totale, ma la sua partiale sia 1.co.con la quale partito $\frac{1}{3}$.prodotto d'essa partiale nella totale,ne viene $\frac{1}{3}$.esimo d.1.cosa,questo saria la totale, al cubo della quale, che è $\frac{1}{27}$.esimo d'1.ʒ, saria eguale 1.ʒ piu 4. che è composto da 4.dato, & da 1.ʒ, cubato della partiale 1.cosa,perilche essendo peruenuti alla Equatione;leuando il rotto co'l moltiplicare ciascuna parte per 1.ʒ suo denominatore haueremo $\frac{1}{27}$. eguale a 1.6 piu 4.ʒ;Che è simile ad 1.ƶ piu 4.cose eguale a $\frac{1}{27}$.però a 4.quadrato di 2.mità di 4.numero della dignità minore gionto il numero della Equatione fa 4 $\frac{5}{27}$.dalla rad.del quale cauato 2.mità del 4 detto resta rad.4 $\frac{1}{27}$.meno 2.per il valore della vnità della dignità minore,& però dell'1.ʒ;onde la cosa,che è rad.cuba del ʒ,valerà la rad.cuba del valore del ʒ,cioe valerà rad.cuba L.rad.4 $\frac{1}{27}$.meno 2.˥.& questa sarà la quantità partiale posta 1.cosa con la quale partito $\frac{1}{3}$.prodotto d'essa partiale nella totale,l'auenimento rad.cuba L rad.4 $\frac{1}{27}$.piu 2.˥.(& è sempre in questi casi il Binomio di detto residuo partitore) sarà la quantità totale dalla quale cauata detta parte che è la seconda resterà la prima,cioe il valore della cosa nella primiera Equatione d'1.ʒ piu 1. cosa eguale a 4. però esso valore della cosa sara rad.cuba L rad.4 $\frac{1}{27}$.piu 2.˥. meno rad.cuba L rad.4 $\frac{1}{27}$. meno 2.˥. alla quale giunto il suo cubo che è 4.piu rad.cuba L rad.4 $\frac{1}{27}$.meno 2.˥ meno rad. cuba L. rad. 4 $\frac{1}{27}$.piu 2.˥.la somma che è 4.sara il valore d'1.ʒ piu 1.cosa come è necessario.

Et se haueremo 1.ʒ piu 3.co.eguale a 4 noi per trouare il valore della co. potremo operare nel modo veduto di sopra. Cioe pigliando l'$\frac{1}{3}$. di 3. numero delle co.che è 1. questo ci mostra, che il dutto della quantita totale via la sua parte delle due che si chiama saconda , deue essere 1. (supponendo che la prima parte sia la rad. cuba dell'1.ʒ,cioe sia 1.co.) onde douendo trouare la quantita totale,& la partiale,potiamo ponere che l'vna d'esse sia 1.co.& sia la totale (che cosi peruerremo ad Equatione d'1.6 eguale a ʒ.& numero. Che se ponessimo non la quantita totale ma la partiale essere 1 co.all'hora si peruerria ad Equatione d'1.6,& ʒ,eguale a numero)con la quale partito l'1.dutto d'essa totale nella partiale ne viene 1.esimo d'1.co. per la partiale ò seconda parte,il cubo della quale,cioe 1.esimo d'1.ʒ gionto a 4.equiualente dal supposito ad 1. ʒ piu 3. co che rappresentano il cubo della prima parte, & li 3. solidi) fa 1. esimo d'1.ʒ piu 4. Et questo (che rappresenta il cubato, ò cubo della quantita totale) sara eguale ad 1.ʒ,cubato d'1. co posta essere la quantita totale; onde per leuare il rotto moltiplicando ogni cosa per 1.ʒ denominatore d'esso si hauera 1.piu 4.ʒ eguale ad 1.6, (che è simile ad 1.piu 4.co.eguale ad 1.ƶ) però gionto 1.numero della Equatione a 4.quadrato di 2.mita di 4.numero della dignita minore fa 5. alla rad. dal quale che è rad.5. gionto 2.mita detta del 4.numero della dignita minore fa rad.5.piu 2.& questo è il valore della vnita della dignita minore,cioe è il valore del ʒ,però la cosa che è rad.cuba del ʒ,valera rad.cuba L.rad.5.piu 2.˥.che è la quantita totale posta 1. co. con la quale partito 1.che s'è veduto essere il dutto d'essa nella seconda sua parte, ne viene rad.cuba L.rad.5. meno 2.˥. [che è sempre il suo residuo , perche questo 1. che si parte è sempre il dutto del Binomio nel suo residuo,poiche la differenza del quadrato del numero,& del quadrato della rad.cioe di rad.5.& di 2.quali quadrati sono 4.& 5.è sempre l'istesso 1 detto] per detta sua secõda parte quale cauata dalla quantita totale,cioe dal Binomio rad.cuba L rad.5.piu 2.˥.il restãte cioe rad.cuba L.rad.5 piu 2.˥ meno rad.cuba L rad.5. meno 2.˥.sara la prima parte,che è il valore della co.nella principale Equatione d'1.ʒ piu 3.co.eguale a 4. Et se hauessimo posto nõ la quantita totale,ma la partiale essere 1.co.all'hora con essa partito 1. dutto d'essa nella totale, che ne viene 1.esimo d'1.co.questo saria la totale,& il cubo della partiale 1.co.saria 1.ʒ;al quale gionto il 4. fa 1. cubo piu 4. che saria eguale al cubo della totale , cioe a 1. esimo d'vn cubo. Onde leuato il rotto moltiplicando per il denominatore d'vn cubo, haueremo 1. 6, piu 4. cubi eguale ad 1. [che e simile ad 1.ƶ piu 4. cose eguale ad 1.] però gionto 1. numero della Equatione a 4. quadrato di 2. mita di 4. numero della dignitb minore fa 5. dalla rad.del quale cauato 2.mita detta del numero della dignita minore resta rad.5 meno 2.& questo e il valore della vnita della dignita minore, cioe e il valore del cubo, però la cosa [che e sua rad.cuba] valera rad. cuba L.rad.5. meno 2.˥.& questo e la quantita partiale posta 1.cosa con la quale partito l'1. che si e veduto douere essere il dutto d'essa nella quantita totale ne viene radice cuba L.rad.5. piu 2.˥. [che e sempre il suo Binomio] per la quantita totale; onde cauatone la sua partiale,che e il residuo rad.cuba L.rad.5.meno 2.˥.il restãte rad.cuba L.rad.5 piu 2.˥ me-

on rad.c.L rad.5.m̃ 2.⅃. farà la prima parte, che è il valore della ŧ, nella nostra principale Equatione d'1.ʒ p̃ 3.ŧ eguale a 4.

Dal sopradetto discorso si conosce che l'Equatione d'1.ʒ.& ŧ,eguale a numero si può trasmutare in Equatione d'1.ϭ eguale a ʒ,& numero. Et però in Equatione d'1.ƶ,eguale a ŧ,& numero. Et anco si può trasmutare in Equatione d'1.ϭ,& ʒ eguale a numero. Et però in Equatione d'1 ƶ, & ŧ eguale a numero, Capitoli, ò Equationi, che hanno vna sola valuta della ŧ come conuiene, che haabi al Capitolo, ò Equatione d'1.ʒ.& ŧ eguale a numero,che solo quando la dignità maggiore è con il numero della Equatione, & che perciò la dignità minore e da se; la ŧ hà due valute, ò eguali, ò ineguali come si mostrò nell'Equatione d'1.ƶ,& numero eguale a cose.

Per dare mò la regola a questa Equatione d'1.ʒ, & ŧ eguale a numero pigliando per comodità vna delle soprapostе due Equationi poniamo la seconda doue si propone 1.ʒ p̃ 3.ŧ eguale a 4. Vediamo che trasmutandosi in Equatione d'1.ϭ p̃ 4.ʒ eguale ad 1. Ouero in Equatione d'1.ϭ eguale a 4.ʒ p̃ 1. In qual si vogli de'dui modi l'1. numero del ϭ è il medesimo che è l'1 numero dell'1.ʒ, al qnale si intende sempre essere ridotta l'Equatione proposta: Et il 4.numero delli ʒ è sempre l'istesso 4. che è numero dell'Equatione nella proposta. Et l'1. numero è sempre il cubo della terza parte del 3. numero delle ŧ nella Equatione proposta. Perche poi hauendo 1.ϭ eguale a 4.ʒ p̃ 1. Al quadrato di 2.mità del 4. numero delli ʒ, (& però si può dire al quadrato di 2.mità del 4.numero dell'Equatione proposta) si giunge 1.numero dell'Equatione, (& però si può dire si giunge 1. che è il cubo d'1. terza parte del numero delle ŧ nell'Equatione proposta,) & della somma 5.si piglia la rad.che è rad.5.alla quale si giũge il 2. mità del numero delli cubi (cioe mità del numero della Equatione proposta d'1.ʒ, & 3.ŧ eguale a 4.) quando però si hà 1.ϭ p̃ 4.ʒ eguale ad 1. ouero dalla quale rad.5.si caua il 2.detto.& della somma presa la rad.cuba, & anco del restante presane la rad. cuba, & cauata questa di quella; quello che rimane è il valore della ŧ nella Equatione d'1.ʒ,& 3.ŧ eguale a 4. Cioe.

Quando 1.ʒ,& ŧ sono eguali a numero. Al cubato del terzo del numero delle ŧ, si giunga il quadrato della mità del numero, & della rad.della somma, si giunga,& caui la mità del numero della Equatione, & di ciascuno delli dui resultanti si pigli la rad.cuba, & poi si caui la minore dalla maggiore,che il rimanente sarà il valore della ŧ nella Equatione proposta.

Per essempio, Proponendosi 5.ʒ p̃ 45.eguale a 130 che ridutto ad 1.ʒ,sarà 1.ʒ p̃ 9.ŧ eguale a 26. Per trouare il valore della ŧ. Preso l'$\frac{1}{3}$.del numero delle ŧ,che è 3.si cubi,& fa 27 al quale si giunga il quadrato di 13. mità di 26. numero della Equatione, qual quadrato è 169. & fa 196, del che si pigli la rad. che è 14. al quale si giunga, & caui il 13. detto mità di 26.numero della Equatione,& ne resultano 27 & 1.di ciascuno de'quali si pigli la rad.cuba,& sono 3.& 1. Et hora si caui l'1.miaore dal 3.maggiore,& resta 2.qual 2.è il valore della ŧ nella Equatione d'1.ʒ p̃ 9.ŧ eguale a 26.ò vogliamo dire, (& resulta l'istesso nella Equatione di 5.ʒ p̃ 45.ŧ,eguale a 130, che il ʒ vale 8. & le 9. ŧ vagliono 18. quale con l'8.fa 26. ouero li 5.ʒ vagliono 40.& le 45.ŧ vagliono 90.che con il 40. fa 130.

Si può mò auertire,che quando 1.ʒ p̃ 3.ŧ è eguale a 4.la ŧ vale 1.perche l'1.ʒ valerà 1.& le 3.ŧ valeranno 3.che gionti insieme fanno 4. Ma noi trouassimo che la medesima ŧ vale rad. cuba L.rad.5.p̃ 2.⅃ m̃ rad.cuba L.rad.5.m̃ 2.⅃.però è necessario che questa quantità importi ò sia quãto 1.cioe che a cauare il resieuo rad cuba L.rad.5.m̃ 2.⅃.dal Binomio rad.cuba L.rad.5. piu2.⅃. il restante sia 1. Perche in questa Equatione la cosa non può hauere se non vna precise valuta, (come auuiene in tutte le Equationi doue quante si voglino dignità sono eguale a solo numero astratto, ò vogliamo dire libero da denominatione di dignità Algebratica) che se la ŧ dicesse valere più ò manco d'1.all hora la somma delle valute d'1.ʒ,& 3.ŧ,saria piu, ò manco di 4. il che saria inconueniente poiche si pone, che 1.ʒ p̃ 3.ŧ, vagliono ò siano eguali a 4.precise. E dunque necessario che essi dui Binomij,& residuo siano cubi,cioe che habbino rad.cuba,& tali,che cauata la rad.cuba del residuo dalla rad.cuba del Binomio resti 1.che è valore della ŧ, perilche hora ci ingegnaremo procedendo pure con la scorta del lume naturale di andar trouando il modo di conoscere se il dato Binomio sia residuo & cubo, cioe se habbi rad. cu. & hauendola qnale ella sia, & come si troui. Il che fatto (come nel suo particolar trattato si è mostrato) sapremo che di rad.5.p̃ 2. la rad.cuba è rad.$1\frac{1}{4}$.p̃ $\frac{1}{2}$. Et di rad.5.m̃ 2. (residuo del Binomio rad 5.p̃ 2.) la sua rad.cuba sarà rad.$1\frac{1}{4}$.m̃ $\frac{1}{2}$. (residuo similmente del Binomio rad.$1\frac{1}{4}$.p̃ $\frac{1}{2}$. che è rad.cuba del Binomio rad.5.p̃ 2.) Onde da rad.$1\frac{1}{4}$.p̃ $\frac{1}{2}$. cauato il suo residuo rad.$1\frac{1}{4}$.m̃ $\frac{1}{2}$.resta 1.quale 1.è il valore della cosa.

Per trouare la rad.cuba di rad.5.p̃ 2.Si caua il quadrato di 2. dal quadrato di rad.5. & resta 1. che è numero cubo,la rad.cuba del quale è 1.& però esso Binomio douendo essere Binomio cubo hauerà per sua rad. cuba vn Binomio come lui composto di rad. & numero, & il quadrato della

Cubisi
rad.1 $\frac{1}{4}$.piu $\frac{1}{2}$.
rad.1 $\frac{1}{4}$.piu $\frac{1}{2}$.
1 $\frac{1}{2}$.piu rad.1 $\frac{1}{4}$.
$\frac{1}{2}$.piu rad.1 $\frac{1}{4}$.
2.piu rad.5.
fa rad.5.piu 2.

rad. sarà 1. piu del quadrato del numero, quale 1. è la rad.cuba dell'1. differenza de' quadrati di rad.5. & 2. Ma quando il Binomio di che si piglia la rad.cuba è di numeri intieri, ancora le due quantità, che formano la sua rad. cuba sono di numeri intieri; Ouero non essendo intieri il numero rationale sarà rotto, ma d'$\frac{1}{2}$.ò di intiero con rotto, che sia $\frac{1}{2}$. (che i Binomij cubi di numeri intieri, non possono deriuare da cubare Binomij, il numero rationale de' quali sia altro che intiero, ò rotto d'$\frac{1}{2}$.ò accompagnato con rotto, che non sia altro che $\frac{1}{2}$.) però qui il numero se fusse 1.la rad.saria rad.2.onde haueressimo rad.2.piu 1. il cubato di che si vede, che passaria rad.5.piu 2.perche il solo suo quadrato è 3 piu rad.8.conuien dunque che il numero rationale sia manco d'1. onde non potrà essere altro che $\frac{1}{2}$. il quadrato del quale è $\frac{1}{4}$. al quale gionto l'1. (che è rad.cuba dell'1. differenza de' quadrati di rad.5. & 2.) fa 1 $\frac{1}{4}$. & questo sarà il numero della rad.onde haueremo rad.1 $\frac{1}{4}$.piu $\frac{1}{2}$.il che vedremo se cubato facci rad.5.piu 2. ma lo fà però è la rad.cuba di rad.5 piu 2.

Proposto questo Binomio rad. 128. piu 8. da trouarne la rad.cuba; Perche i quadrati delle sue due parti sono differenti in 64 che hà 4. per rad.cuba; perciò la rad.cuba di rad.128. piu 8.se egli l'habbia douerà essere vn Binomio contenuto anch'egli da rad. & numero, li quadrati delle due parti del quale siano differenti nel 4.numero rationale, che è la rad.cuba del 64 perilche esso Binomio doueria essere rad.5.piu 1.ma è troppo; Ouero dunque doueria essere rad 4 $\frac{1}{4}$ piu $\frac{1}{2}$. che è poco, però si dirà esso Binomio rad.1 8.piu 8 non essere cubo.

Ancora preso rad 2.piu 1 che è l'ottauo di 128. piu 8 perciò la rad.cuba di rad 2.piu 1. doueria essere la mità della rad cuba di rad. 128 piu 8. che $\frac{1}{2}$. è la radice cuba d'$\frac{1}{8}$. Onde le due quantità di rad.& numero continenti la rad cuba di rad. 128.piu 8 doueriano hauere numeri intieri, poiche egli è ottuplo a rad 2. piu 1. Binomio di numeri intieri, il quale haueria lui forsi il rotto di $\frac{1}{2}$. nella sua rad.cuba) ma alcun numero intiero, & rad.non si troua che gionti insieme il cubato del lor composto sia rad. 128.piu 8.però esso rad.128 piu 8. non è Binomio cubo; Et si può notare per facilitare il modo di conoscere se vn Binomio habbi rad.cuba, & hauendola quale ella sia, che preso per essempio il sopradetto rad.128. piu 8. che egli significa ò importa quasi 11 $\frac{7}{2}$ $\frac{}{2}$ p̃ 8.cioe quasi 19 $\frac{7}{2}$ $\frac{}{2}$.però la sua r cu. nõ potrà arriuare a 2 $\frac{3}{4}$. se bene passarà 2 $\frac{2}{3}$.cioe sarà fra 2 $\frac{1}{3}$.& 2 $\frac{3}{4}$. onde cõuerrà che il Binomio che deua essere sua rad. cuba sia di valore fra 2 $\frac{2}{3}$. & 2 $\frac{3}{4}$.con tal conditione che il quadrato della maggior parte superi nell'1.piu detto, il quadrato della minore.

Hauendo 1.cubo piu 15.ꝛ, eguale a rad.2646. Per trouare il valore della ꝛ, noi secondo che insegna la regola, pigliaremo la terza parte di 15. numero delle ꝛ, che è 5.& la cubaremo, & fa 125.Ancora pigliaremo la mità di rad.2646.numero della Equatione, che è rad.661 $\frac{1}{2}$.& la quadraremo, & fa 661 $\frac{1}{2}$.quale giongeremo al 125.sopradetto (cubo dell'$\frac{1}{3}$.del numero delle cose) & fa 786 $\frac{1}{2}$. alla rad. quadra del quale, che è rad 786 $\frac{1}{2}$. giongeremo, & cauaremo la rad 661 $\frac{1}{2}$. mità del numero della Equatione, & ne resultano rad.786 $\frac{1}{2}$.piu rad 661 $\frac{1}{2}$. Et rad.786 $\frac{1}{2}$.m̃ rad. 661 $\frac{1}{2}$. Di ciascuno de' quali dui resultanti (Binomio cioe, & residuo, si piglia la rad.cuba, & poi si caua la minore dalla maggiore (cioe la rad.cuba del residuo si caua dalla rad cuba del Binomio, & il restante sarà il valore della cosa.

Per pigliare la rad cuba della quantità rad.786 $\frac{1}{2}$. piu rad. 661 $\frac{1}{2}$. ò vogliamo nominarla Binomio A.noi acciò se ne leui il rotto la potremo moltiplicare per 8 cubo di 2, ò piu breuemente per rad 8. cubo di rad.2. & si hauerà rad.6?92. piu rad.5292. Binomio B.di intieri, che perciò la rad.cuba d esso sarà di intieri, ò di rotti con $\frac{1}{2}$.perche ciascuno de' suoi dui intieri 6282.& 5292. è paro. Et venendo alla operatione cauaremo il quadrato di rad.5292 minore dal quadrato di rad.6292. maggiore, & resta 1000. la rad. cuba del quale è 10; Che se adoprassimo le due parti del Binomio A a canare il quadrato di rad.601 $\frac{1}{2}$.dal quadrato di rad.786 $\frac{1}{2}$. resta 125. numero cubo (che ci dette inditio esso Binomio A.noe essere impossibile che fusse cubo, cioe che forsi saria cubo) la rad.cuba del quale è 5.qual 5.moltiplicato per 2.quadrato di rad.2. che è rad. cuba di rad.8. con la quale si è moltiplicato il Binomio A. per ridurlo al B. fa 10.& questo 10.è la rad. cuba del 1000.differenza de' quadrati delle parti del Binomio B. Et il 1000.è il prodotto, che nasce a moltiplicare il 125.differenza de' quadrati delle due parti del Binomio A.via 8. quadrato della rad.8. con la quale si moltiplicò A. per ridurlo al B.) questo 10.ci mostra che i quadrati delle due parti del Binomio C. che hà da essere rad. cuba del B. deuono essere fra loro differenti in 10. Et perche esso Binomio B significa manco di 80.piu 73. cioe manco di 153. la rad. cuba del quale è manco di 6. (anzi manco di 5 $\frac{1}{2}$.) & poco piu di 5 $\frac{1}{3}$.) conuerrà che la somma d'esse due parti del C. (che hanno ad essere due rad.quadre, perche il Binomio B.è di due rad.quadre)

sia

sia poco piu di 5. (ò vogliamo dire poco piu di 5 $\frac{1}{5}$. non arriuando a 5 $\frac{1}{2}$.) Onde preso rad. 17. piu rad. 7. saria troppo perche è piu di 6. Et rad. 16. piu rad. 6. non conuiene, perche rad. 16. è numero rationale, cioe 4. & non rad. sorda, oltre che è troppo essendo piu di 6. Ancora rad. 15. piu rad. 5. è troppo, perche è circa a 6 Ne rad. 14 per rad. 4. è buono perche rad. 4. è 2. & non. rad sorda; Onde preso rad. 13. piu rad. 3. che potria essere al proposito quãto al valore vedremo quale sia il suo cubo; Che di rad. 3. parte minore il quadrato è 3. quale gionto a 39. triplo del quadrato di rad. 13. parte maggiore fa 42. & questo moltiplicato via rad 3. detta (cioe rad 1764. via ℞ 3.) fa rad. 5292. per la pa tre minore del cubo di rad. 13. piu rad 3. ma questo è a punto la radice 5292. parte minore del Binomio B però egli è Binomio cubo, & la sua ℞ cuba e il preso rad. 13. p̃ rad. 3. Questo mò conuien partire per rad 2. che e la rad cuba di rad. 8. con la quale si moltiplicò il Binomio A. per ridurlo al B. & ne viene rad. 6 $\frac{1}{2}$. piu rad. 1 $\frac{1}{2}$. che e la rad. cuba di rad. 786 $\frac{1}{2}$. piu rad 661 $\frac{1}{2}$.

(Ancora senza moltiplicare l'A. per rad. 8 noi adoprãdo l'istesso A. che vediamo esser composto da due rad. doue il rotto e $\frac{1}{2}$. conosciamo che anco nel Binomio C. che deua essere sua rad. cuba, e necessario che sia rotto, ma che non può essere altro che $\frac{1}{2}$. Et perche li quadrati delle due parti dell'A. sono differenti in 125. cubo di 5. cioe che hà per rad. cuba 5. sappiamo che i quadrati delle due rad. che formino il Binomio C. deuono essere differenti in 5. & perche l'A. significa, ò vale circa a 28. piu 26. cioe circa a 54. la rad. cuba del quale non arriua a 4. sapremo che il valore del Binomio C. non deue arriuare a 4. Onde preso poniamo rad. 7 $\frac{1}{2}$. piu rad. 2 $\frac{1}{2}$. i quadrati delle parti del quale sono differenti in 5. come bisogna, vediamo che egli e piu di 4. però e troppo; Et preso rad. 5 $\frac{1}{2}$. piu rad. $\frac{1}{2}$. saria poco, che e molto minore di 4. Onde siamo sicuri che se il Binomio A. deua hauere rad. cuba, ella douerà essere rad. 6 $\frac{1}{2}$. piu rad 1 $\frac{1}{2}$.) Hora del Binomio A. rad. 768 $\frac{1}{2}$. piu rad. 661 $\frac{1}{2}$. la sua rad. cuba essendo rad. 6 $\frac{1}{2}$. piu rad. 1 $\frac{1}{2}$. sapremo che del residuo A. ℞ 786 $\frac{1}{2}$. m̃ rad. 661 $\frac{1}{2}$. la sua rad. cuba sarà il residuo C. rad. 6 $\frac{1}{2}$. m̃ rad. 1 $\frac{1}{2}$. quale cauato dal Binomio C. rad. 6 $\frac{1}{2}$. piu rad. 1 $\frac{1}{2}$. (come ricerca la regola di questa Equatione di ₰, & ✝ eguale a numero (resta rad. 6. (cioe rad. 1 $\frac{1}{2}$ piu rad 1 $\frac{1}{2}$.) qual rad. 6. (restante) e il valore della cosa.

Si può anco auertire, che in questa Equatione d'1. cubo piu 15. ✝ eguale a rad. 2646. essendo il valore della cosa rad. cuba L. rad. 786 $\frac{1}{2}$. piu rad. 661 $\frac{1}{2}$. ꓶ. meno rad. cuba L. rad. 786 $\frac{1}{2}$. m̃ radice 661 $\frac{1}{2}$. ꓶ cioe quello che resta del Binomio B. cauandone il suo residuo R. (che poi presa la rad. cuba di rad. 786 $\frac{1}{2}$. piu rad 661 $\frac{1}{2}$. Et di rad. 786 $\frac{1}{2}$. m̃ rad. 661 $\frac{1}{2}$. suo residuo. Si hà poi ℞ 6 $\frac{1}{2}$. p̃ rad. 1 $\frac{1}{2}$. Et rad. 6 $\frac{1}{2}$. m̃ rad 1 $\frac{1}{2}$. che cauato il residuo rad. 6 $\frac{1}{2}$. m̃ rad. 1 $\frac{1}{2}$. dal Binomio rad. 6 $\frac{1}{2}$. p̃ rad. 1 $\frac{1}{2}$. resta rad. 1 $\frac{1}{2}$. p̃ rad. 1. $\frac{1}{2}$. cioe rad. 6. che e il valore della cosa) considerando essi dui Binomio B. & suo residuo R vediamo che la differenza che e da rad. 786 $\frac{1}{2}$. m̃ rad. 661 $\frac{1}{2}$ residuo a rad 786 $\frac{1}{2}$. p̃ rad. 661 $\frac{1}{2}$. Binomio e sempre il doppio di rad. 661 $\frac{1}{2}$. loro parte minore, & però essa differenza essere sempre il numero della Equatione (hora rad. 2646 perche la rad 661 $\frac{1}{2}$. nasce sempre dal pigliare la mità del numero dell'Equatione.) Et che il dutto d'essi dui Binomio rad. 786 $\frac{1}{2}$. p̃ rad 661 $\frac{1}{2}$. & residuo rad. 786 $\frac{1}{2}$. m̃ rad. 661 $\frac{1}{2}$. (qual dutto hora e 125. cubo di 5. terza di 15. numero della 15. cose dell'Equatione) e sempre il cubo del terzo del numero delle cose dell'Equatione, perche al quadratodella parte minore del Binomio, cioe al quadrato della mità del numero dell'Equatione si giunge esso cubo del terzo del numero delle cose per formarne il quadrato della parte maggiore del detto Binomio; Onde essendo poi il dutto del Binomio nel suo residuo quello che resta a cauare il quadrato della parte minore dal quadrato della parte maggiore, cioe la differenza d'essi dui qnadrati, egli di necessità verrà ad essere il detto (hora 125.) cubo del terzo del numero delle cose, perilche il Binomio rad 786 $\frac{1}{2}$. piu rad. 661 $\frac{1}{2}$. & suo residuo rad 786 $\frac{1}{2}$. m̃ rad. 661 $\frac{1}{2}$. vengono ad essere due quantità tali, che la differenza loro e il numero della Equatione, & il prodotto loro e il cubo del terzo del numero delle cose; perilche nel dare la regola all'Equatione di 1. cubo, & cose eguale a numero si potria dire.

Quando 1. cubo, & cose sono eguali a numero. Trouinsi due quantità la differenza delle quali sia il numero della Equatione, & che il prodotto loro sia il cubo del terzo del numero delle cose; Et dipoi cauata la rad. cuba della minore dalla rad. cuba della maggiore, il restante sarà il valore della cosa. Onde dato 1. cubo piu 6. cose eguale a 78. Si trouaranno due quantità differenti in 78. (numero dell'Equatione) il prodotto delle quali sia 8. cubo di 2. terzo di 6. numero delle cose; Et per trouarle si potrà ponere la minore essere 1. cosa, & la maggiore 78. p̃ 1. cosa, che il prodotto loro 78. cose, meno 1. ₰ sarà eguale a 8. onde al quadrato di 39. mità di 78. numero delle cose, qual quadrato e 1521. gionto 8. numero della Equatione fa 1529. dalla rad. della qual somma cauato il 39 mità del numero delle cose resta rad. 1529. meno 39. ꝛ questo e il valore della cosa, & però e la quantita minore posta 1. cosa, alla quale gionto il 78. fa rad. 1529. p̃ 39. che e la quantità maggiore; Ouero per trouare esse due quantità potremo ponere la maggiore

giore esse 1. cosa piu 39. (cioe piu la mità del 78. differenza loro) & la minore essere 1. cosa m̃ 39. il prodotto delle quali è 1. z m̃ 1521. quale sarà eguale a 8. cioe gionto 1521. ad 8, sarà 1. z eguale a 1529. che però la co. valerà rad. 1529. onde le quantità poste 1. co. piu 39. Et 1. cosa m̃ 39. saranno pure rad. 1529. piu 39. Et rad. 1529. m̃ 39. In ciascuno de' quali dui modi si vede, che al quadrato della mità del numero 78. dell'Equatione, gionto l'8. cubo del terzo del numero delle cose, & alla rad della somma gionto, & cauato la mità detta del 78. numero dell'Equatione, li dui somma, & restante, sono le due quantità cercate; Che dipoi cauata la rad. cuba della minore, dalla rad. cuba della maggiore, cioe hora rad. cuba L. rad. 1529 m̃ 39. ⅂. da rad. cuba L. rad. 1529. piu 39 ⅂. il restante, cioe rad. cu. L. rad. 1529. piu 39. ⅂. m̃ rad. cuba L. rad. 1529. m̃ 39. ⅂. sarà il valore della co. nell'Equatione d' 1. cubo piu 6. co. eguale a 38.

Supponiamo che in vna Equatione la co. valesse rad. 8. piu rad. 3. Et veggasi quanto saria vn cubo piu 12. cose.

A B
rad. 8. piu rad. 3.
8. quadrato di A.
9. tripo de quadrato di B.
somma 17. via A. rad. 8.
cioe rad. 289. via rad. 8.
fa rad. 2312. parte maggiore.
cauisi 125. cubo di 5. differenza de' quad. di A. & B.
resta rad. 2187. parte minore.

rad. 8. piu rad. 3.
via 12.
96 36
℞ 1152. p̃ rad. 432. vagliono le 12. co.
℞ 2312. p̃ rad. *L* 187 vale il cubo.
℞ 6728. piu rad. 4563. è la somma.

Il valore delle cose si potra sempre sommare, & vnire in un' Binomio con il ualore del cubo (essendo Binomio il valore del cubo,) perche hora in rad. 1152. entra rad. 8. A. per numero rationale, che v'entra le 12. volte con che si e moltiplicato, & anco entra in rad. 2312. che v'entra le 17. volte della operatione, onde essa rad. 8. entrara volte 29. nella somma di rad. 1152. & 2312. Et similmente rad. 3. B. entrara nella somma di rad. 432. & rad 2187, volte 12. & volte 27. (che 27. è la somma di 24. triplo del quadrato di A. & di 3. quadrato di B.) cioe volte 39.

rad 1682.
via rad 4563.
fa rad. 3674966.

A rad 8.
via 29.
232.
fa radice 6728.

B. rad. 3.
via 39.
117.
fa rad. 4563.

1. cubo piu 12. cose valera rad. 6728. piu rad. 4563. Hora data questa Equatione trouisi il valore della cosa.

1. cubo piu 12. cose. Eguale a radice 6728. piu radice 4563.
suo cubo 64.
rad, 1682. piu rad 1140 $\frac{3}{4}$.
via rad. 1682. piu rad. 1140. $\frac{3}{4}$.
fa 2822 $\frac{3}{4}$ piu rad. 7674966.
gionto 64
G. fa in somma 2886 $\frac{3}{4}$ piu rad. 7674966. la rad. di che è rad. L. 2886 $\frac{3}{4}$. piu rad. 7674966. ⅂. alla quale si giunge, & caua la mità del numero della Equatione, cioe rad. 1682. piu rad. 1140 $\frac{3}{4}$. Et di ciascuno delli dui risultanti (Binomio cioe, & Residuo) si piglia la rad. cuba; Et si caua la minore dalla maggiore (cioe si caua la rad. cuba del Residuo dalla rad. cuba del Binomio) che il restante sarà il valore della cosa.

Noti lo Studente, che del Binomio G. non occorre cercare la rad quadra (come si faria se la potesse hauere) perche ci accorgiamo facilmente, che esso G. non può essere Binomio quadro, considerando che del 2886 $\frac{3}{4}$. [dal quadrato del quale si doueria cauare il quadrato dell'altra parte minore, & il restante doueria essere numero quadrato, acciò il Binomio G. fusse quadrato] ridutto in 4. perche 4. via 6. fa 24. & giontoli il 3. numeratore del $\frac{3}{4}$. fa 27. il numeratore d'esso 2886 $\frac{3}{4}$. ridotto a forma di sotto terminaria in 7. & perche quello 7. via 7. fa 49. che termina in 9. il numeratore del quadrato d'esso rotto terminaria in 9. essendo 16. [quadrato di 4.] il denominatore dal quale douēdo cauare il quadrato della minor parte ò ℞, che termina in 6. esso si douerà anch'egli ridurre a 16. esimi, & perche 6. via 16. fa 96. ridutto che sarà a 16. esimi terminarà in 6. [termine del 96.) & questo numero che termina in 6. cauato dall'altro che termina 9. il nu-

mero che restarà terminarà in quello che resta a cauare 6. da 9. cioe in 3. perilche [non potendo alcun numero quadrato terminare in 3.] egli non potrà essere quadrato, & perciò ne meno il Binomio G potrà essere quadrato. Tutto questo hò detto acciò lo Studente s'accorga che quando egli douenti esperto nelle operationi de' numeri, & proprietà loro, potrà conoscer e l'esito di molte operationi, schiuare molte fatiche, & accorgersi facilmente de gli errori di calcolo, ò altri che potessero occorrere, che ne' maneggiamenti de' numeri la mente alle volte si stracca, & l'occhio, & si piglia, ò scriue vna cosa per vn altra, onde chi non fusse esperto, difficilmente potria conoscere l'errore; Ma attendiamo hora a cercare la rad. cuba del Binomio, che chiamaremo A. & è

rad. L. 2887 $\frac{3}{4}$. piu rad. 7674956. ˥ piu rad. 1682. piu rad. 1140 $\frac{3}{4}$.
a b

I quadrati delle due parti a, & b. d'esso Binomio A. sappiamo essere differenti in 64. la rad. cuba del quale è 4. (terza parte di 12. numero delle cose) però i quadrati delle due parti del Binomio C. che deua essere rad cuba dell'A. saranno differenti in 4. Quanto al valore del Binomio C. perche la parte b. dell'A. è circa a 41. piu 34. cioe circa a 75. & poco più importa la parte a, esso A. valera in tutto circa a 150. la rad. cuba di che non arriua a 5 $\frac{1}{2}$. però il Binomio C. non deue arriuare a 5 $\frac{1}{2}$. Per trouare il C. essendo la parte b. del Binomio A. composta di due rad. la prima intiero, & la seconda con rotto di $\frac{3}{4}$. ancora la parte B. del Binomio C. sara composta di due rad. la prima intiero, & la seconda con rotto di $\frac{3}{4}$. Onde se poneremo che la seconda sia radice 1 $\frac{3}{4}$. la prima che è maggiore doueria essere rad. 2. ò rad. 3 ò rad. 5. &c. che se diremo che sia rad. 2. (che è 2. l'intiero che subito segue ad 1 $\frac{3}{4}$.) la parte B. saria rad. 2. piu rad. 1 $\frac{3}{4}$. Il suo quadrato saria 3 $\frac{3}{4}$. piu rad. 14 che giontoli 4. faria 7 $\frac{3}{4}$. piu rad. 14. per il quadrato della parte A. onde ella saria rad. L. 7 $\frac{3}{4}$. piu rad. 14 ˥ & tutto il C. saria rad. L. 7 $\frac{3}{4}$. piu rad. 14. ˥ piu rad. 2. piu rad. 1 $\frac{3}{4}$. ma questo e circa a rad. 11. piu rad. 7. che è piu di 6. però è troppo. Onde conuerrà da principio ponere, che la rad. 1 $\frac{3}{4}$. sia solo $\frac{3}{4}$. & la rad. 2.

C. rad. L. 6 $\frac{3}{4}$. piu rad. 6. ˥ piu rad. 2. piu rad. $\frac{3}{4}$.
20 $\frac{1}{4}$. piu rad 54.
con 2 $\frac{3}{4}$. piu rad. 6.
23. piu rad 96.
via rad. 2. piu rad. $\frac{3}{4}$
fa rad. 1058. piu rad. 72. piu rad. 192. piu rad. 396 $\frac{3}{4}$.

rad. 529. via 9 $\frac{3}{4}$. 1587.

℞ 2. | rad. 529. rad. 36. rad. 3. rad. 64. rad. 132 $\frac{1}{4}$.
23. 6. 8. 529.
11 $\frac{1}{2}$. 11 $\frac{1}{2}$.
29 19 $\frac{1}{2}$.
℞ 841 ℞ 380 $\frac{1}{4}$.
via ℞ 2 via ℞ 3
Cioe ℞ 1682. p̄ rad. 1140 $\frac{3}{4}$.

intiero si potrà lassare cosi (che se si ponesse manco di 2. cioe rad 1. ella saria numero rationale, & non rad.) & si hauerà rad. 2. piu rad. $\frac{3}{4}$. per la parte B. il suo quadrato è 2 $\frac{3}{4}$. piu rad. 6. al quale gionto il 4. (rad. cuba del 64) in che il quadrato della parte maggiore A. deue superare il quadrato della parte minore B fa 6 $\frac{3}{4}$ piu rad. 6. & questo doueria essere il quadrato della parte maggiore A. onde ella saria rad. L. 6 $\frac{3}{4}$. piu rad. 6.) & cosi il Binomio C. saria rad. L 6 $\frac{3}{4}$. piu rad. 6. ˥. piu rad. 2. piu $\frac{3}{4}$. il che è circa a rad 9 $\frac{1}{4}$. piu rad. 2. piu rad $\frac{3}{4}$. che è circa a 5 $\frac{1}{2}$. come si ricerca resta dunque a fare l'esperimento d'esso Binomio C cubandolo, & vedere se il suo cubo sia l'A. Onde presa vna delle parti del C. poniamo la minore rad 2. piu rad $\frac{3}{4}$. al suo quadrato 2 $\frac{3}{4}$. piu rad 6 giongeremo il triplo del quadrato della parte maggiore, cioe giongeremo 20 $\frac{1}{4}$. piu rad 54 & fa 23. piu rap 96. quale moltiplicaremo via essa parte minore rad. 2. piu rad. $\frac{3}{4}$. & fa ℞ 1682. piu rad. 1140 $\frac{3}{4}$. che è la parte minore del cubato del C. & perche essa è a punto eguale, ò l'istessa che è la b, parte minore dell'A. (& perciò anco l'altra parte maggiore, che si trouasse del cubato di C. saria l'istessa che l'a, parte maggiore dell'A.) conosceremo che esso C. è la vera rad cuba dell'A. Trouata dunque la rad. cuba del Binomio A. essere il Binomio C. rad. L. 6 $\frac{3}{4}$. p̄ rad 6. ˥ p̄ rad. 2. p̄ rad. $\frac{3}{4}$. sapremo anco che la rad. cuba del residuo A. sarà il residuo C. (del Binomio C.) cioe rad. L 6 $\frac{3}{4}$. p̄ rad 6 ˥. m̄ (rad. 2. p̄ rad. $\frac{3}{4}$.) onde cauato questo residuo C. dal suo Binomio C. restarà rad. 2. p̄ rad $\frac{3}{4}$. p̄ rad. 2 p̄ rad. $\frac{3}{4}$. cioe il doppio di rad. 2. p̄ rad. $\frac{3}{4}$. che è rad. 8. p̄ rad. 3. & questo è il valore della ✝; cioe la ✝ vale rad. 8. p̄ rad. 3.

Hora può auertire lo Studente, che quando sapesse quanto habbi da essere il valore della co. in vna Equatione di questo Capitolo, egli potrà facilmēte conoscere qual sia il Binomio C dal quale cauato il suo residuo C. deua restare la quātità che hà da essere valore della cosa; Che qui douendo la cosa valere rad. 8. p̄ rad. 3. & essendo sempre esso valore quello che rimane a cauare vn residuo dal suo Binomio; & in esse sottrattioni restando sempre il doppio della parte, che nel residuo

duo è m̄ (che per eſſempio dal Binomio rad.7.p̄ rad.2.a cauare il ſuo reſiduo rad.7.m̄ rad.2.reſta il doppio di rad.2. cioe rad. 8.) ſappiamo che eſſa parte m̄ douerà eſſere la mità del valore della co. cioe la mità di rad.8 p̄ rad 3.qual mità è rad.2 p̄ rad.$\frac{3}{4}$.però nel Binomio C. che deua eſſere rad.cuba dell'A.la parte minore douerà eſſere rad.2.p̄ rad.$\frac{3}{4}$. Et perche ſi conoſce che ſempre il quadrato della parte maggiore deue ſuperare il quadrato della parte minore nel numero, che è la terza parte del numero delle co.& però hora in 4.terza parte di 12.numero delle co in queſta Equatione d'1.cubo p̄ 12.co.eguale a rad.6728.p̄ rad 4563 nel cubo del quale hora 4.cioe in 64. ſono differenti i quadrati delle due parti a,& b. del Binomio A. ſi vede che al quadrato di rad.2. p̄ rad.$\frac{9}{4}$.cioe a 2$\frac{3}{4}$.p̄ rad.6. gionto eſſo 4. detto terzo parte del numero delle co.& fa 6$\frac{3}{4}$.piu ℞ 6. queſto deue eſſere il quadrato della parte maggiore del Binomio C. però eſſa parte maggiore ſarà ℞ L 6$\frac{3}{4}$.piu rad 6.⌉. (che queſto 6$\frac{3}{4}$.piu rad.6. non è Binomio quadrato perche a cauare 6.quadrato di rad.6.da 45$\frac{9}{16}$.quadrato di 6$\frac{3}{4}$.il reſtante 39$\frac{9}{16}$.non è quadrato) & coſi il Binomio C.ſarà rad.L.6$\frac{3}{4}$.piu rad.6.⌉.piu rad.2.piu rad.$\frac{3}{4}$. Et è in tutto ſimile al Binomio A.di che egli è rad.cuba, che l'vno, & l'altro è compoſto di dui Binomij, il primo de' quali è vna rad. L.⌉. di Binomio di numero,& rad.che il numero hà il rotto $\frac{3}{4}$.& la rad.è intiero; Et il ſecondo è Binomio di due rad.la maggiore delle quali è intiero, & la minore hà il rotto $\frac{3}{4}$. Et quando queſta Equatione fuſſe ſtata d'altro numero di coſe poniamo d'1.ʒ piu 22$\frac{1}{2}$. coſe eguale a numero (cioe a quantità libera da denominatione Algebratica che in queſti caſi ogni quantità aſtratta ſi piglia come numero) douendo pure la coſa valere rad.8.piu rad 3 all'horà che la parte minore del Binomio C. ſaria pure rad.2. piu rad.$\frac{3}{4}$. (mità del valore della coſa) al ſuo quadrato che è 2$\frac{3}{4}$.piu rad.6. ſi doueria giungere 7$\frac{1}{2}$. che è la terza partee di 22$\frac{1}{2}$. numero delle coſe,& faria 10$\frac{1}{4}$.piu rad.6.il che ſaria il quadrato della parte maggiore del Binomio C.però eſſa parte maggiore faria rad.L.10$\frac{1}{4}$.piu rad.6.⌉.Et quando l'Equatione fuſſe d'1.ʒ piu 10$\frac{1}{2}$.coſe eguale a numero valendo pure la coſa rad.8 piu rad.3.& però eſſendo la parte minore del Binomio C.la detta rad.2.piu rad.$\frac{3}{4}$ all'hora al ſuo quad.cioe a 2$\frac{3}{4}$.piu rad.6.ſi doueria giuogere 3$\frac{1}{2}$.terza parte di 10$\frac{1}{2}$. numero delle coſe,& faria 6$\frac{1}{4}$.piu rad. 6. il che ſaria il quadrato della parte maggiore, però eſſa parte maggiore ſaria,la rad.di 6$\frac{1}{4}$.piu rad.6.cioe ſaria rad.L.6$\frac{1}{4}$. piu ℞ 6.⌉ ma ſi può dire rad 6 piu $\frac{1}{4}$. (perche 6$\frac{1}{4}$.piu rad.6.è quantità quad.la rad. della quale è rad.6.piu $\frac{1}{2}$.) Onde il Binomio C.ſaria rad.6.piu $\frac{1}{2}$.piu [rad.2.piu rad.$\frac{3}{4}$.] Et il ſuo reſiduo C.ſaria rad.6.piu $\frac{1}{2}$. m̄ (rad.2.piu rad.$\frac{3}{4}$.) che cauato il reſiduo C. dal ſuo Binomio C.reſtaria rad.2. piu rad.$\frac{3}{4}$. piu rad.2. piu rad.$\frac{3}{4}$.cioe il doppio di rad.2.piu rad.$\frac{3}{4}$. che è rad.8. piu rad.3. valore della co. Et ſe valendo pure la coſa rad.8.piu rad.3 .ſi haueſſe 1.ʒ piu (rad.8.m̄ rad.6.) eguale al numero conuenienteli,ò 1.ʒ piu (5.piu rad.3.m̄ rad.2.) co.eguale al numero che li conuenga,pure nel modo iſteſſo ſi trouariano il Binomio,& reſiduo C.& coſi con ordine conuerſo ſi potriano trouare (che ſono li ſuoi cubi) il Binomio,& reſiduo A.& da queſti, il numero, ò quantità preſa per numero, che deua agguagliarſi a detti 1.ʒ,& coſe. Ma eſſi Binomij, & reſidui (ſe bene ſe gli danno queſti nomi,ſaria compoſti di molte quantita lunghe,& laborioſe. Et queſto baſti.

Seguiremo nondimeno à queſt'altro diſcorſo.

PRO-

PROPOSITIONE.

Se vna quantità è diuisa in due parti come si vogli, il cubo d'essa quantità è eguale al cubo della prima parte, al cubo della seconda, & al dutto della quantità totale nel dutto della prima parte nella seconda tre volte.

Di quì si deriua la regola del Capitolo d'vn cubo, & cose eguale à numero come si è mostrato; Et il modo di pigliare la radice cuba delli numeri, come si vede nel seguente essempio.



PIGLISI la rad. cuba di 53576842. Puntate le figure & trouata la prima figura della rad che è 3. & posta sotto al 3. del 53 doue è il punto, & l'auanzo 26. (che resta a cauare 27. cubo del 3. dal 53.) posto sotto alla riga, ad esso accompagninsi le tre figure seguenti 576. che si comprendono fino al secondo punto inclusiue, sotto al quale secondo punto deue porsi la seconda figura della radice, & sia A. Hora per trouarla perche ella cō il 3. prima trouata, qual 3. rispetto all'A. è 3. decine (& significa 30. poniamo che questa A.) sia 4. che con il 3. decine faranno 34. perilche 34. verria ad essere la rad. cuba del 53.576. ò la prossima minore, ma accioche questo sia vero cōuiene che supposto il 34. diuiso in due parti, che sono il 3. decine, & il 4. cioe 30. & 4. conuien dico che il cubo di 30 con il cubo di 4. & tre volte il dutto del totale 34. nel dutto di 3. via 4. che facci 120. formino l'istesso 53576. ò il cubo prossimo minore ad esso 53576. ma di già il cubo di 30. cioe delle 3. decine, & è 27. milliara si è cauato dal 53576. cioe dal 53. milliara, & è restato 26. milliara, che con il 576 fa 26576. restante totale dal 53576. cauatone il cubo della prima parte del 34. però conuerrà che in detto restante 26576. si contenga il cubo di 4. seconda parte del 34. & il triplo del dutto di 34. totale in 120. dutto di 30. in 4. parti dette; Onde per chiarirci se questo 4. sia buono, lo moltiplicaremo via 3 decine prima parte, che fà 12. decine, cioe 120. & q̄sto moltiplicaremo per il 34. totale, che fa 4080. quale triplaremo, & fa 12240. Ouero & resulta l'istesso; moltiplicaremo da principio il 4. via il triplo del 3. decine, cioe via 9. ò il triplo del 4. cioe 12. via il 3. decine, & fa 36. decine, cioe 360. quale moltiplicaremo per il totale 34. & fa 12240. al quale ancora gionto il cubo del 4. che è 64. faria 12304. & doueria fare v6576. ò numero poco minore d'esso 26576. però ci accorgiamo che 34. & però il 4. supposto è poco, cioe che la rad. cuba del 53576. è numero maggiore di 34. & anco la seconda figura d'essa radice è molto maggiore del 4. supposto, cioe sarà anco piu di 5. & di 6. poiche il 12304 che si trouò mediāte il 4. è molto inferiore al 26576. à che si doueua arriuare, ò li vicino; Onde potremo ponere, che la seconda figura A. sia 7. Et perciò moltiplicaremo il suo triplo cioe 21. per la prima parte dell'hora 37. totale, cioe per il 3. decine prima figura, & fa 63 decine, & questo moltiplicaremo per il totale 37. & fa 2331. decine, cioe 23310. (che si accosta molto el 26576.) al quale giungeremo il cubo del 7. A. cioe 343. & fa 23653. il che perche non eccede il 26576. conosciamo il 37. & però il 7. A. non essere troppo, & anco conosciamo nō essere poco poiche il giudicio ci mostra (che essendo molto vicino questo 23653. trouato cō il 7. al 26576.) se pigliassimo 8. formando 38. all'hora il num. N. che si trouasse mediāte questo 38. quale saria molto maggiore del 23653. & però eccederia il 26576; quale ci mostra il giudicio non essere tanto maggiore del 23673. quanto saria il numero N. & però il 38. saria troppo. Onde posto questo 7. sotto al 6. del secondo punto, scriueremo anco il 23653. sotto al 26576. & lo sottraremo da esso 26576. che restarà 2923 Et cosi diremo la rad. cuba di 53576. essere 37. & auanzare 2923. (ouero considerando il totale 53576842. si diria la rad. cuba di 53576. milliara essere 37 decine, & auanzare 2923 milliara.) Intesa bene la operatione fin quì si viene anco ad essere inteso il modo di trouare la seguente figura, che và sotto al terzo punto, ò sotto il secondo del numero dato; & anco di trouare quelle che andassero sotto il quarto punto, & sotto il quinto punto, & sotto il sesto pūto, &c.

120
30
4080
12240

63
37
2331
343
22653

con 38
72
27360
512
27872

se

ſe più punti quanti occorreſſero fuſſero nel num.dato da pigliarne la ℞ 3 fuſſe egli grande quanto ſi voleſſe; perche col medeſmo modo detto con che ſi troua la ſeconda, ſi verrano ad vna ad vna trouando anco la terza, quarta, quinta, &c. che andariano ſotto al terzo, qarto, quinto punto, &c. Perilche hora per trouare A. che và ſotto al terzo punto del numero dato, cioe ſotto al 2. vltimo d'eſſo numero dato, conſideraremo ſimilmente (hauendo prima accompagnato l'842. che arriua al terzo punto incluſiue con il 2923. che auanzò dall'antecedente operatione, & fà 2923842.) che queſta figura A & poniamo ella eſſere 6. ſia tale, che preſa per ſeconda parte del numero totale (che con eſſa accompagnata al 37. ſi formaria, & ſaria 376.) eſſendo la prima il 37. che riſpetto al 6. è 37 decine, cioe ſignifica 370.) Il triplo d'eſſo 6. cioe 18. moltiplicato via il totale 37. decine, & il prodotto 6660. moltiplicato via il totale 376. che fa 2504160. & a queſto gionto il cubo del 6. cioe 216. che fà in tutto 2504376. queſto ſi poſſa cauare dal 2923842. acciò il 376. non ſia troppo; ma che non reſti tanto che eſſo 376. ſia poco, cioe che la rad. cuba del numero dato doueſſe eſſere 377 ò 378. ò più; Ma vediamo bene, che queſto 2504376. ſi può cauare dal 2923842. & che a noſtro giudicio non reſtarà tanto che la rad. del numero dato poteſſe eſſere numero intiero maggiore del 376. però ſcritto il 6. ſotto il punto del 2. & dal 2923842. ſottrato il 2504376. ſcrittoli prima ſotto, reſtarà 419466. perilche concluderemo la rad. cuba del numero dato eſſere 376. & anco auanzare 419466. cioe che il numero dato ſoprauanza il cubo del 376. (ſua proſſima rad. cuba d'intieri non eccedente) in 419466. Ma ſe ſupponendo la vnità diuiſibile in infinito come quantità continua, ò vnità Geometrica vorremo con l'auanzo formare il rotto proſſimo d'accompagnare al 376. intiero, noi poſto eſſo auanzo 419466. ſopra ad vna riga per numeratore, di ſotto per denominatore vi poneremo il numero, che moſtra la differenza qual ſi troua fra il cubo del num. intiero 376. & il proſſimo di lui maggiore 377. qual differenza è ſempre quanto è il numero, che naſce a giongere 1. al triplo del dutto, delli detti dui numeri intieri proſſimi. Onde moltiplicando 376. via 377. che fa 141752. & al triplato di queſto che è 425256. giongendo 1. che fa 425257. queſto ſarà la differenza, che è dal cubo di 376. al cubo del proſſimo intiero ſeguente 377. perilche poſtolo per denominatore ſotto alla riga, & il rotto che ſe ne forma accompagnato al 376. intiero haueremo $376\frac{419466}{425257}$. che ſarà rad. cuba ma ſcarſa del numero dato. Quali rad. ſcarſe coſi trouate ſogliono cubandole molte volte produrre numeri molto minori delli dati, ò vogliamo dire del douere; Onde è ben fatto a trouar regole in queſte rad. cube, di andarſi approſſimando al vero, anco in infinito, ſi come ſi fà nelle quadrate. Et per non hauere col mezo di molti eſperimenti à trouare la ſeconda, ò terza, ò altre figure della radice cuba proſſima, che ſi cerca del numero dato, poniamo hora per eſſempio la terza che fù 6. del 376. ſapendo che eſſa figura A. che và ſotto al terzo punto deue eſſere tale, che accompagnata da man deſtra al 37. trouato, quale perciò riſpetto à detta figura A. è 37. decine, cioe 370. & con eſſo 370. in ſomma farà trouata che ſia 376. ma diciamo 37. A. deue eſſere tale dico eſſo 6. che il ſuo triplo 18. moltiplicato via il 37. decine, cioe via 370. & il prodotto 6660. moltiplicato via il totale 376. ò 37. A & al reſultante 2504160. giõto il cubo d'eſſo 6. A la ſomma hora 2504376. ſi hà da poter cauare dal 2923842. che ſi hà; Perche tanto è il dutto del triplo di 6. A in 370. quanto il dutto del ſemplice 6. A nel triplo di 370. che in ciaſcun modo ne reſulta 6660. & queſto moltiplicandolo nel totale 376 ò 37. A è quanto à giungere il dutto di 6660. in 370. con il dutto del medeſmo 6660. in A. (al che poi finalmente ſi giunge anco il cubo d'eſſo 6. ouero A. (Et moltiplicare A. via il triplo di 370 cioe A. via 3. via 370. & il prodotto con il medeſmo 370. cioe moltiplicare A. via 3. via 370. via 370. è quanto moltiplicare il quadrato di 370. via 3. via A. cioe il triplo del quadrato di 370. via A. perche poi a

37
18
666
376
2504160
216
2504376

Pigliſi rad. cuba di 53576842

A. 7. ſuo triplo è 3 7 6

21. via 30.
fa 630.
via 37.
fa 23310
cubo di 7 343
ſomma 23653

26576
23654
2923842
2504476
& auanza 419466

A. 6. ſuo triplo 48
via 370
fa 6660
via 376
fa 2504160
cubo di 6. 1216.
ſomma 2504376
376
via 377. proſſima ſeguente.
fa 141752
425256. è il ſuo triplo
1. ſe gli giunge
425257. è la differenza del cubo di 376. al cubo di 377.

Ouero il rotto è
419466
425257
però la ℞. proſſima ſcarſa è
$376\frac{419466}{425257}$.

questo si deue giungere il dutto del triplo di 370. cioe il dutto di 1110. via A. moltiplicato via esso A che è quanto a dire il triplo di 370. via A. via A. cioe il quadrato di A. nel triplo di 370. Et di più vi si deue giungere il cubo di A. vediamo finalmente che A. deue essere tale, che il suo dutto nel triplo del quadrato di 370. cioe in 410700. Et il dutto del quadrato dell istesso A. nel triplo del simplice 370. (ò il dutto del triplo, del quadrato dell'istesso A. nel simplice 370.) Et il cubo dell'istesso A. cioe che queste tre cose in somma, ò vogliamo dire la somma loro deue potersi cauare dal 2923842. che si hà, & perche di queste tre cose la maggiore anzi la molto maggiore dell'altre due, anzi del composto dell'altre due è il dutto del triplo del quadrato di 370. noto, cioe di 410700. noto in A. ignoto, vediamo che A. deue essere tale, che moltiplicato via 410700. il prodotto si possa cauare dal 2923842. con auanzo, & anzi con tale auanzo, che basti a poterne cauare l'altre due cose dette, onde se partiremo 2923842. per il 410700. l'auenimento sarà quello, che al più possa essere l'A. cioe A. non potrà eccedere quello che deriua a partire il numero, che si hà nell'operatione per il triplo del quadrato della rad. già trouata presa come decine (poiche hora intendendosi già trouato il 37. (& cercandosi il seguente 6.) si piglia per 37. decine, cioe per 370. come è rispetto al luogo seguente dell'A.) potrà bene occorrere, che questo auenimento sia maggiore del douere, ò troppo, & che perciò il vero A. sia vna vnità, ò piu minore dell'auenimento detto, accioche oltre la moltiplicatione d'esso auenimento nel partitore detto (cioe nel triplo del quadrato della rad. sino all'hora trouata presa come decine, cioe intesoli accompagnato vn zero da man destra, ò vogliamo dire al quadrato d'essa rad. accompagnati dui zeri da man destra) preso il dutto del quadrato d'esso A. nel triplo della rad. sino all'hora trouata intesa come decine; Et anco preso il cubo del medesmo A. tutto il composto si possa cauare dal numero che all'hora si hauerà nella operatione, che si adopra come numero da partire; Et per essempio nella istessa estrattione hauendo trouato la prima figura posta sotto al primo punto essere 3. & auanzare 26. che con il 576. che segue al secondo punto fa 26576. qual si piglia come numero da partire; per trouare hora la seconda figura della rad che và posta sotto al secondo puuto, noi preso il 3. trouato come 3. decine, cioe 30. & il suo quadrato 900. triplato che fa 2700. questo 2700. inteso come partitore vedremo quante volte entri nel 26576. che vi entra 9 volte, però 9. al più sarà A. seconda figura (come si conosce per altra causa sapendosi che vna sola figura non può essere piu di 9.) & forsi esso 9. sarà troppo, & forsi anco la prossima inferiore a lei, cioe 8. sarà pure troppo, & conuerrà peruenire al 7. che per chiarircene, acciò si troui la vera figura A. noi moltiplicaremo il 9. preso per A. via il 2700. triplo del quadrato di 3. decine, & fa 24300. al quale giongeremo il dutto del quadrato di esso A. 9. (cioe di 81.) via 90. triplo del 3. decine dette, & è 7290 & anco il cubo di esso 9. che è 729. & la somma 32319. vedremo se si può cauare dal 26576. che si hà, & vedendo hora che non si può, saremo chiari che 9. è troppo per A. (che anco col giudicio senz'altra operatione si vede, che il quadrato di 9. via 90. triplo di 30. senza il cubo di 9. sarà piu di 7. milia, che con 24. milia, & più dutto di 9. nel 2700. sarà piu di 26576.) che acciò 9. fusse buono precise, & accompagnato al 3. faria 39. conuerria che il 26576. fusse 72319. perche a questo giunto 27000. cubo di 3. decine, & faria 59319. questo saria il cubo di 39 come ben si vede cosi essere moltiplicando 39. via il suo quadrato 1521. che fa pure 59319. Hora lassando il 9. & pigliando 8. prossimo inferiore per l'A. per chiarirci se egli sia a proposito, lo moltiplicaremo per il 2700. triplo del quadrato del 3. decine, & fa 21600. Ancora moltiplicaremo il quadrato di 8. cioe 64. via 90. triplo delle 3. decine (ouero che risulta l'istesso moltiplicaremo il triplo del quadrato di 8. cioe 192. via le 3. decine) & fa 5760. quale con il 21600. & con 512. cubo dell'8 fa in somma 27872. che non si può cauare dal 26576. che si hà, però 8. ancora per A. è troppo; che egli saria buono precise, & accompagnato al 3. faria 38. quando in vece del 26576 si hauesse 27872. che cosi ad esso 27872. giunto 27. milia cubo del 3 decine faria 54872. che deue essere il cubo di 38. Et perche il 27872. detto deriuante dall'8. supera di poco in questo caso il 26576. si conosce che il prossimo inferiore 7. sarà buono come anco ci chiarirà la sua operatione, che moltiplicandolo via 2700. triplo del quadrato di 3. decine, che fa 18900. & anco moltiplicato il quadrato di esso 7. via 90. triplo del 3. decine fa 4410. quale con il cubo di esso 7. che è 343. & con il 18900. fa 23653. numero che si può cauare dal 26576. onde fatta la sottrattione resta 2923. & cosi posto il 7 al suo luogo sappiamo la rad. cuba di 53576. essere 37. & auanza 2923. & seguiremo poi come s'è detto; Che hò scritto il tutto minutamente acciò li Studenti intieramente intendano con facilità; & sicuramente questo modo di pigliare la rad. cuba delli numeri grandi.

24300
7390
729
32319

11600
5760
512
27872
27
54872
38
38
1444
54872
18900
4410
343
23653

Si può ancora dire; Se vna quantità è diuisa in due parti come si vogli, il cubo d'es-

sa

ſa quantità quantità è eguale al cubo della prima parte, al cubo della ſeconda, & al triplo del quadrato della prima parte via la ſeconda, & al triplo del quadrato della ſecõda parte via la prima, ò vogliamo dire, al cubo della prima parte, al cubo della ſeconda, & al triplo di quello, che naſce a giongere il dutto della prima parte nel quadrato della ſeconda, con il dutto della ſeconda parte, nel quadrato della prima.

fa quanto	A 10 via 10	B 7 via 7	Cioe		Però 10. via 10. via 10	
	diuiſo 10. in 7. & 3	7 via 3	7 via 7	fa quanto	fa quanto	
	B 7 via 10		3 via 3	10. via 10	d 7 via 7	
		C 3 via 7			e 3 via 3	via 10.
	C 3 via 10	2 via 7	3 via 7		f 3 via 7	
			3 via 7		g 3 via 7	

d 7 via 7 via 7. cubo della prima parte.
d 7 via 7 via 2 — Queſto 7 via 7 via 3

E 3 via 3 via 3. cubo della ſeconda parte.
3 via 3 via 7. cioe 3 via 7 via 3
è quanto 10 via 7 via 3

f 3 via 7 via 10. cioe 10 via 7 via 3
g 3 via 7 via 10. cioe 10 via 7 via 7

Però habbiamo tre volte il dutto di 10. quantità totale, nel dutto di 7. via 3. che ſono le ſue due parti. Onde il cubo della prima parte, & il cubo della ſeconda inſieme con tre volte, ò con il triplo del dutto della quantità totale, nel dutto delle ſue due parti compongono il cubo della quantità totale.

cioe	343.	cubo di 7.
	27.	cubo di 3.
	210.	dutto di 3. via 7. cioe di 21. in 10.
	220	
	210	
ſommano	1000	
cubo di 10.		

Ouero il dutto di 10. via 10. è quanto
d 7 via 7 via 10
e 3 via 3 via 10
f 3 via 7 via 10
g 3 via 7 via 10

d	7 via 7 via 7	343. cubo di 7.
	7 via 7 via 3	147 quad. d'lla pri. par. 7. via la ſec. 3
E	3 via 3 via 3	27. cubo di 3.
	3 via 3 via 7	63. quad. d'lla ſec. par. 3. via la pri. 7
f	3 via 7 via 7	147. vn'altra volta.
	3 via 7 via 7	63. vn'altra volta.
g	3 via 7 via 7	147 vn'altra volta.
	3 via 7 via 3	63. vn'altra volta.

Tutto queſto è il cubo della prima parte, il cubo della ſeconda, il quadrato della prima parte nella ſeconda tre volte, & il quadrato della ſeconda parte nella prima tre volte al che è eguale, ò che è eguale al cubo della totale quantità 10.

Ancora perche ſi è veduto, che ſe vna quantità è diuiſa in due parti come ſi vogli il cubo d'eſſa quantità è eguale al cubo della prima parte, al cubo della ſeconda, al triplo del dutto del quadrato della prima parte nella ſeconda. Et al triplo del quadrato della ſeconda parte nella prima, noi potremo anco di qui eſtrahere vn'altro modo di pigliare la rad. cuba de' numeri, che per eſſempio preſo il medeſmo 53576842. puntate le figure al ſolito, & trouata la prima figura della radice che è 3. & poſta ſotto al 3. del 53 doue è il punto, & all'auanzo 26. accompagnate da man deſtra le tre ſeguenti figure, che arriuano al ſecondo punto incluſiue haueremo 26576. che ſerue per trouare la ſeconda figura da ponere ſotto al 6. puntato, Hora per trouarla, ſupponeremo che eſſa figura, & la chiamaremo B accompagnata da man deſtra alla prima trouata 3. formino la quantità totale, che è rad. cuba di 53576. & che perciò eſſa rad. cuba ſia diuiſa in due parti, che ſono la prima il 3. trouato quale realmente è 30. & la ſeconda è la figura B. il valore della quale ſi cerca: perilche il cubo della totale quãtità è eguale alle 4 coſe, che ſono il cubo di 30. prima parte il cubo di B. ſeconda il triplo del dutto del quadrato di 30. in B. & il triplo del dutto

del

del quadrato di B.in 30.ma il cubo di 30.prima parte nota è 27.milliara, che cauato da 53.milliara,& 576.resta 26576.onde in questo 26576.si hà da contenere le tre seguenti cose,cioe il triplo del dutto del quadrato di questo 30.nel B.il triplo del dutto del quadrato di B.nel 30.& il cubo di B.onde sappiamo che il triplo del dutto del quadrato di detto 30. nel B. ò vogliamo dire il dutto di B. nel triplo del quadrato di 30. cioe (perche il quadrato di 30. è 900. & il suo triplo è 2700.) il dutto di B.in 2700.deue potersi cauare dal 26576.& restarui anco tanto,che se ne possa cauare il dutto di 30.nel triplo del quadrato di B.& di piu il cubo di B.onde perche il 2700.in detto 26576.entra 9. volte ma auanza poco si che il giudicio ci mostra il B. cercato non potere essere 9.consideraremo,ò esperimentaremo se egli sia 8.però esso 8.moltiplicaremo con il 2700. & fa 23600. Et anco moltiplicaremo il triplo del quadrato di esso 8. cioe 192. per il 30. & fa 5760.

Piglisi rad. cuba di 53576842
è 3 7 6

A. 30
suo quad. 900
il triplo 2700
sia B. 8
produce 23600

26576
23653
2923842
2504376
& auãza 419466

suo quad. 64
B 8
il triplo è 192
via A 30
fa 5760
che cõ 23600
fa p̃ di 26576
Però B.non può arriuare a 8.hor sia 7.

a 370
suo quad. 136900
il triplo 410700. che in 2923842.non entra piu di 7. volte, però è chiaro che b. non potrà essere piu di 7. pur veggasi se può arriuare a 7.

via b. 7
2874900

7.b
49.suo quad.
147.suo triplo.
via 370.a
fa 54390. quale senza anco il cubo di 6. giunto a 2874900. si vede, che fa piu di 2923842. però 7. per b. è troppo, cioe b. non può arriuare a 7. onde si ponerà che egli sia 6. & vedremo che è a proposito.

B. 7
via 2700
fa 18900

B. 7
suo quad. 49
il triplo 147
via A. 30
4410
con 18900
& con 343. cu.di 7.B
fa 23653.quale si può cauare da 26576.però 7.per B.è buono.

6.b
via 410700
fa 2464200.
39960
246.cubo di b.
250376.

6.b
36. suo quad.
108.suo triplo
via 370.a
39960

Ouero
6.b
36. suo quad.
via 370.a
fa 13320.
39960.è il triplo

5760. onde senza giongerui il cubo dell'8. vediamo che solo detto 5760. gionto al 23600.che fà 28.millia,& piu supera il 26576.perilche si vede 8.essere troppo,però supponeremo,che il B.cercato sia vna vnità di mãco cioe 7. & moltiplicandolo con 2700. fa 18900. ancora il quadrato di questo 7.B.è 49. & il triplo è 147. che si moltiplica con 30. detto, & fa 4410.quale con il cubo di esso B.7.che è 343.gionto al 18900 fa 23653.che si può cauare dal 26576. però 7. è la figura cercata,ò seconda parte dell'hora 37. quantità cercata da scriuere al suo luogo sotto al 6. puntato, & cauato il 23653. dal 26576 detto, resta 2923. & cosi sin'hora sappiamo che la rad.cuba di 53576.è 37.& auanza 2923.& per seguire auanti (contenendo il numero dato vn'altro punto) accompagneremo le seguenti figure sino al seguente punto inclusiue, cioe l'842. all'auanzo detto 2923. & fa 2923842. & per trouare la figura da scriuere sotto al 2. puntato, supponeremo di nuouo che la quantità totale che è rad.cuba di 53576842.sia diuisa in due parti, la prima delle quali sia il 37. trouato, quale realmente rispetto alla seguente figura destra che si cerca è 37. decine, cioe 370. & la figura b. che si cerca; perilche il cubo della totale quantità è eguale alle quattro cose,che sono il cubo di 370.prima parte,il cubo del di b.seconda parte, il triplo del dutto del quadrato della prima parte 370.nella seconda b. Et il triplo del dutto del qurdrato della secon-

ſeconda parte b. nella prima 370. Di queſte il cube di 370. prima parte ſappiamo eſſere tanto, che cauato dal 53576842. reſta 2923842. onde in queſto 2923842. ſi comprendono l'altre tre coſe, cioe il triplo del quad. di 370. moltiplicato in b. che ſi cerca, il triplo del quadrato di b. moltiplicato in 370. & il cubo di b. Queſto inteſo perche il quadrato di 370. è 136900. & il ſuo triplo è 410700. conoſciamo che b. deue eſſere tale, che moltiplicato in 410700. il prodotto ſi poſſa cauare da 292382. & di piu reſti tanto, che da eſſo reſtante ſi poſſa anco canare il dutto del 370. nel triplo del quadrato di b. & il cubo di b. Onde partendo 2923842. per 410700. che ne viene 7. ſi conoſce che b. non può eſſere ſe non 7. ò manco, cioe non può paſſare 7. ne meno ſarà 7. ſe queſto 7. fuſſe tanto grande, che le tre coſe dependenti da eſſo, & dal 370. in ſomma ſuperaſſero il 2922842. onde per chiarirci di quanto occorre, & trouare il vero b. ò ſia egli 7. ò manco, cioe 6. ò altro minore, eſperimentaremo il 7. moltiplicandolo con 410700. triplo del quadrato di 730. & fa 2874900. ancora moltiplicaremo il triplo del quadrato di eſſo 7. cioe 147. via il 370. & fa 54390. il quale inſieme con il cubo di 7. giongeremo al 287490. & la ſomma potendoſi cauare da 2923842. eſſo 7. ſarà il vero b. ma vediamo che il ſolo 54390. con il 2874609. (che fanno 2928. millia, & piu) ſupera il 2923. millia, & 282. però ſi vede anco che 7. è troppo; onde pigliaremo ſolo 6. (cioe il ſeguente proſſimo numero inferiore al 7.] per il b. & adoprandolo con il 370 nel modo isteſſo detto haueremo in ſomma 2504376. che ſi può cauare da 2913842. però 6. è la figura cercata da ſcriuere ſotto al 2. puntato al ſuo luogo; Et coſi concluderemo (eſſendo finita la operatione) la rad. cuba del 53576842. eſſere il 376. trouato, & auanzare 419466. (che ſi troua a ſottrare 2504376. da 2923842.) con il quale auanzo ſe vorremo formare il rotto lo potremo fare nel modo già moſtrato.

⁂ Et ſi può notare, che potendoci noi poniamo nel trouare la rad. quadra di 6. che è piu di $2\frac{2}{5}$. ma non arriua a $2\frac{2}{4}$. andarci di continuo, & in infinito accoſtando alla vera rad. di 6. (quale nondimeno non è dabile nelli numeri, poiche non ſi troua alcun numero compoſto d'intiero, & rotto, che moltiplicato in ſe medeſimo produca intiero come 6.) ſi conoſce che pure ſi dà l'infinito, cioe l'operare infinitamente ſenza peruenir mai ad vn termine dato; Come anco ſappiamo che partendoci poniamo da 6. per arriuare a 7. potiamo intellettualmente caminare, ò andare verſo il 7. rettamente, innumerabili, ò infinite volte ſenza peruenir mai al 7. che potiamo la prima volta caminare la mità della diſtanza, ò differenza, che è da 6. a 7. & arriuare a $6\frac{1}{2}$. & la ſeconda caminare la mità della differenza che è da $6\frac{1}{2}$. a 7. & arriuare a $6\frac{3}{4}$. & coſi ogni volta andar caminando la mità della differenza reſtante (ò poco piu, ò manco) & nondimeno mai ſi arriuarà al 7. coſi caminando, perche ci reſtarà ſempre altretanto, quanto è ſtato il viaggio l'vltima volta fatto, poiche haueremo fatto ſolo la mità della differenza che reſtaua.

3	4	5	6	7	8
12	20	30	42	56	

160

3

840

5

37 — 485 — 512

differenza

⁂ Et ſe voleſſimo ſapere ſe la differenza de' cubi di dui numeri dati, poniamo dal cubo di 3. al cubo di 8. la potremo trouare, mediante la ſomma delle differentie de' cubi de' numeri intermedij cioe di 4. 5. 6. 7. che la differenza del 3 di 3 al cubo di 4. è il triplo di 12. dutto loro, & 1. piu (cioe è 37.) & dal cubo di 4. al cubo di 5. è il triplo di 20. dutto loro, & 1. piu, & del cubo di 5. al cubo di 6. è il triplo di 30. dutto loro, & 1. piu, & del cubo di 7. al cubo di 8. è il triplo di 56. dutto loro, & 1. piu, onde ſommando queſti dutti 12. 20. 30. 42. 56. che fanno 160. il ſuo triplo, che è 480. con 5. vnità (cioe vna per dutto) & fa 485. ſarà la differenza del cubo di 3. al cubo di 8.

3	12
4	
5	20
6	30
7	42
8	56
	160
	185

⁂ Et notiſi, che tutti i numeri che ſono differenti nella vnità, i loro cubi ſono differenti nel triplo del dutto d'eſſi dui numeri, & 1. di piu come ſi vede in $3\frac{2}{5}$. & $4\frac{2}{5}$.

$3\frac{2}{5}$. — 17 — 5 — 289 — 4913 — $196\frac{1}{2}\frac{4}{5}$. — $39\frac{2}{5}\frac{8}{2}\frac{}{5}$.

$4\frac{2}{5}$. — 22 — 5 — 484 — 10648 — $425\frac{2}{2}\frac{3}{5}$. — $85\frac{3}{1}\frac{5}{2}\frac{}{5}$.

differenza. $45\frac{2}{2}\frac{2}{5}$.

374 — dutto. $14\frac{2}{2}\frac{4}{5}$. — 3 — triplo. $44\frac{2}{2}\frac{2}{5}$. — 1 — $45\frac{2}{2}\frac{2}{5}$.

⁂ Ma di quì ſi vede, che la differenza di 4913. cubo di 17. a 10648. cubo di 22. è quanto il triplo di 374 (che è 1122.) moltiplicato per 5. differenza di 17. a 22. & fa 5610. giontoli il cubo di 5. differenza di 17. a 22. qual cubo è 125. & fa 5735.

Et così anco per trouare la differenza del cubo di 3. al cubo di 8. perche essi 3. & 8. sono differenti in 5. moltiplicaremo questo 5. via 72. triplo di 24. dutto delli 3. & 8. & fa 360 al quale gion geremo 125. cubato di 5. differenza detta delli 3. & 8. & fa 485. che è la differenza di 27. a 512. cubi di 3. & 8. Si può dunque dire per regola in vniuersale, della quale si cerchi la causa naturale, & si dimostri. Date due quantità A. & B. per trouare la differenza de' loro cubi C. D. Veggasi la differenza di A. & B. & sia F. quale si moltiplichi per il triplo del dutto di A. in B. & al prodotto si giunga il cubo di F. che la somma sarà la differenza de' cubi C. B.

Ma la causa di questa regola si vede deriuare dalla principale propositione, che dice; Se vna quan-

Trouisi la differenza del cubo di 1.z p̃ 3.ɫ p̃ 4. al cubo di 1.z m̃ 3.ɫ p̃ 4.

A. B.

1.z p̃ 3.ɫ p̃ 4. A. 1.z m̃ 3.ɫ p̃ 4.
1.z m̃ 3.ɫ p̃ 4. B.

1.✱ m 1.z p 16 dutto di A. in B.
3.✱ 3.z p̃ 48 suo triplo.
6.ɫ, differenza di A. & B.

18.ʃ m̃ 38.ʒ p̃ 288.ɫ produtto.
216.ʒ cubo della differenza di A. & B.

somma 18.ʃ p̃ 198.ʒ p̃ 288.ɫ, differenza de' cubi di A. & B.

A. 1.z p̃ 3.ɫ p̃ 4.
1.z p̃ 3.ɫ p̃ 4.

quad. di A. 1.✱ p 6.ʒ, p 17.z p̃ 24. p̃ 16.
1.z p̃ 3.ɫ p̃ 4.

Cubo 1.ɞ p̃ 9.ʃ p̃ 39.8 p̃ 99.ʒ p̃ 156.z p̃ 244.ɫ p̃ 64.

B. 1.z m̃ 3.ɫ p̃ 4.
1.z m̃ 3.ɫ p̃ 4.

quad. di B. 1.✱ m̃ 6.ʒ. p̃ 17.ɫ, m̃ 24.ɫ, p̃ 16.
1.z m̃ 3.ɫ p̃ 4.

Cubo di B. 1. m̃ 9.ʃ p̃ 39.✱ m̃ 99.ʒ p̃ 136.z [m̃ 144.ɫ p̃ 64.

Differenza 18.ʃ p̃ 198.ʒ p̃ 288.ɫ.

quantità è diuisa in due parti come si vogli, il cubo d'essa quantità è eguale al cubo della prima parte, al cubo della seconda, & al triplo del dutto della quantità totale nel dutto della prima parte nella seconda. Perche nel cercare la differenza del cubo di 17. al cubo di 22. supponendo il 22. maggiore essere vna quantità diuisa in 17. minore, & 5. (differenza di 17. a 22.) sappiamo per questa propositione, che il cubo di 22. è composto dal cubo di 17. dal cubo di 5. & dal triplo del dutto di 22. quantità totale in 85. dutto delle parti 17. & 5. cioe al triplo di 22. via 85. ò vogliamo dire dal triplo di 22. via 17. via 5. che è quanto a dire il triplo di 17. via 22. cioe il triplo di 374. moltiplicato via 5. & fa 1122. via 5. cioe 5735. Onde il cubo di 22. viene a superare il cubo di 17. in quello che resulta a sommare l'altre cose insieme, cioe il triplo di 22. via 17. via 5. con il cubo di 5. però la differenza del cubo di 17. al cubo di 22. viene ad essere quello che si è detto, cioe il triplo del dutto di essi 17. & 22. moltiplicato per 5. differenza loro; & al prodotto gionto il cubo di detto 5. differenza loro.

Altri discorsi ne i quali si trouano modi da trouare la differenza de' cubi di due quantità date.

Primo Somma 27. Secondo
5 Differenza 17. 22
459.
quadrato 25 484. quadrato
Differenza de' quadrati
459
cubo 125 10648. cubo
Differenza
10523

22. via 484. è quanto.

A	5	via	484	
B	17	via	484	
A	5	via	25.	che è il cubo di 5. primo.
	5	via	459.	che il dutto di 5. primo. nel dutto di 27. via 17 somma, & differenza del primo, & secondo.
B	17	via	25.	che è il dutto della differenza del primo, & secondo nel quadrato del primo.
	17	via	459.	Ma questo con 5. via. 459. parte di A. fa 22. via 459. cioe il dutto di 22. secon do in 459. dutto di 17. via 27.

Però

Però finalmente haueremo 5.via 5.via 5.cioe il cubo del primo.

✳ 22.via 27. via 17. che sono il seconco somma del primo, & secondo,& differenza del primo, & secondo.

5. via 5. via 17. che sono il quadrato del primo, via la differenza del primo,& secondo.

Però il cubo di 22. secondo è composto dal cubo di 5. primo. Et dal dutto di 22.in 27. somma del primo,& secondo via 17.differenza de' medesmi 5.& 22.primo,& secondo. Onde la differenza del cubo del primo,al cubo del secondo, cioe quello in che il cubo del secondo supera il cubo del primo è quanto importa il dutto di 17.differenza del primo,& secondo in 27.somma del primo,& secondo, moltiplicato via 22.secondo; Giontoli il dutto di 17.differenza del primo,& secondo via 25. quadrato del primo. Che è quanto a dire la somma del quadrato del primo, & dutto del secondo nel composto del primo, & secondo (cioe la somma di 25.& 594.che è 619.) moltiplicata via la differenza del primo, & secondo (cioe 619. moltiplicato via 17. che fa 10523.)

✳ Ouero perche il segnato ✳ 22.via 27.via 17.è quanto 22 via 22 via 17
Et 22 via 5 via 17

Vediamo che questi gionti a l'altro che vi rimane, cioe a 5 via 5 via 17. Vengono in tutto ad esse il quadrato di 22.il quadrato di 5.& il dutto di 22.in 5.gionti insieme, che fanno (484. 25. & 110.) 619.moltiplicato via 17.Però si può dire, che la differenza di dui cubi di due numeri ò quantità date,è quello che nasce a moltiplicare la differenza d'esse due quantità, via il composto del quadrato della prima, & quadrato della seconda, & dutto della prima nella seconda.

Et perche il quadrato di 22. è composto dal quadrato di 17. dal quadrato di 5. & da dui dutti di 5.in 17. Et il 5.via 22.è composto da 5.via 17.& 5.via 5.che sono vn quadrato di 5.& vn dutto di 17.via 15. Et tutti questi con vn quadrato di 5.compongono il 619.da moltiplicare via 17. & vengono ad essere il quadrato di 17.con 3.quadrato di 5 & 3.dutto di 5.in 17. Si può dire,che per trouare la differenza de' cubi di due quantità date 5. & 22. si giunga il triplo del quadrato della minore,con il triplo del dutto della minore 5.via la differenza loro 17. Et con il qnadrato d'essa differenza loro, & la somma si moltiplichi via essa differenza loro, che il prodotto sarà la differenza de'dui cubi d'esse due quantità 5.& 22.

5. differenza 17. 22.
25. quadrato di 5.
85.dutto di 5.in 17.
somma 110.
330.suo triplo.
289 quadrato di 17.
somma 619.
via 17.
prodotto 10523.differenza del cubo di 5. 125
al cubo di 22. 10648

Ma perche questo 110. è anco il dutto di 22.quantità maggiore in 5.quantità minore. Si può dire. Date due quantità 5. & 22. da trouare la differenza de' cubi loro. Al triplo del dutto d'esse due quantità, si giunga il quadrato della differenza loro, & la somma si moltiplichi via essa differenza loro, che il prodotto sarà la differenza de' cubi loro.

Et perche il solo quadrato di 17. cioe 289. moltiplicato con esso 17. produce il cubo d'esso 17. si vede, che a moltiplicare 330. per 17. & al prodotto 5610.giongere il cubo di 17.che è 4913.la somma è l'istesso 10523. dutto di 17.in 619. però si può anco dire. Date due quantità 5.& 22.da trouare la differenza de' dui cubi loro, moltiplichisi la differenza loro, via il triplo del dutto loro, & al prodotto si giunga il cubo d'essa differenza loro,che la somma sarà la differenza de' dui cubi loro.

Et perche alla differenza de' cubi di 5. & 22. cioe a 10523. giongendo il cubo di 5. minore (cioe 125.) la somma 10648. è il cubo totale del 22. maggiore. Vediamo che supposto il 22. diuiso in 5.& 17. Il cubo di 22. è eguale,ò si compone dal cubo di 5. dal cubo di 17. (parti sue) & dal triplo del dutto della minore 5. nella totale 22. moltiplicato via la maggiore 17. cioe & dal triplo di 5.via 22.via 17.che è quanto il triplo di 5. via 17.via 22. cioe quanto il triplo di 85. (dutto di 5. & 17. parti dette) in 22.quantità totale; Però si puo dire, il cubo di 22.componersi dal cubo di 5. dal cubo di 17. [sue parti) & dal triplo del dutto d'esse due parti nel 22. quantità totale.

Et hora se supponeremo il 22.maggiore essere diuiso in due parti 5. & 17.' Essendo il quadrato di 5. differente dal quadrato di 22. in 17. differenza, ò parte maggiore via 27. somma della quantità totale 22.con 5.parte minore, cioe in 459. dutto di 27. in 17. se a questo giongeremo

Primo Si troua il modo di. Secondo
5 conoſcere la differen- 22
za de quadrati di due quantità.
il quadrato di 5 è 25. il quadrato di 22.è 484.
la differenza d'eſſi dui quadrati è 459.

22.via 22.ſi compone da
A 5 via 22
B 17 via 22
A 5 via 5
5 via 17
B 22 via 17

5 via 17
& 22 via 17
quanto 27 via 17
27. è la ſomma di primo, & ſecondo.
17. è la differenza di primo, & ſecondo.
Però 5.via 5 cioe il quadrato di primo.
Et 17.via 27.cioe la differenza di primo,& ſecondo.
via la ſomma di primo,& ſecondo.

mo il quadrato di 5.cioe 25.la ſomma 484. douerà eſſere il quadrato del 22. totale, però ſi vede poterſi dire.

Quando vna quantità 22. è diuiſa in due parti come ſi vogli 5. & 17. il quadrato 484. d'eſſa quantità è eguale al quadrato della parte minore, & al dutto della parte maggiore 17. nella ſomma della parte minore 5. con la quantità totale 22. cioe al quadrato di 5. che è 25. & al dutto di 17 in 27. che è 459. & fanno 484. Cioe 22. via 22. inteſo il 22. diuiſo in 5. & 17. è quanto.

Onde la differenza del quadrato di 5. primo, al quadrato di 22 ſecondo, è quanto il dutto di 27. ſomma di primo, & ſecondo, via 17.differenza di primo, & ſecondo.

A 5 via 5
B 17 via 27.che 27.è compoſto da 5. & 22.
*b 17 via 22
b 27 via 5
*b 17 via 17
17 via 5
Però 22 via 22.è quanto.
A 5 via 5.quadrato dell'vna parte.
17 via 17.quadrato dell'altra parte.
b 17 via 5. dutto dell'vna parte nell'altra.
17 via 5.altro dutto dell'vna parte nell'altra.

Onde ſi può ancor dire. Quando vna quantità è diuiſa in due parti come ſi vogli, il quadrato d'eſſa quantità è eguale a queſte tre coſe, che ſono. Il quadrato dell'vna parte; Il quadrato dell'altra, & il doppio del dutto dell' vna parte nell'altra.

